

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД**  
**«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**  
**УКРАЇНСЬКО-УГОРСЬКИЙ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ**  
**Кафедра фізико-математичних дисциплін**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Директор Українсько-угорського  
навчально-наукового інституту

 /Олександр ШПЕНИК/

27 червня 2025 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**Математичний аналіз функції багатьох змінних (мова викладання -**  
**угорська)**

Рівень вищої освіти	<b>перший (бакалаврський)</b>
Галузь знань	<b>A Освіта</b>
Спеціальність	<b>A4 Середня освіта</b>
Предметна спеціальність	<b>A4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)</b>
Освітня програма	<b>Фізика. Інформатика (мова навчання фахових дисциплін – угорська)</b>
Статус дисципліни	<b>обов'язкова</b>
Мова навчання	<b>угорська</b>

Робоча програма навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції багатьох змінних (мова викладання - угорська)**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **A Освіта** спеціальності **A4 Середня освіта** предметної спеціальності **A4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)** освітньої програми «**Фізика. Інформатика (мова навчання фахових дисциплін – угорська)**».

**Розробник:** доктор педагогічних наук, доцент, професор кафедри фізико-математичних дисциплін Повідайчик М.М.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні  
кафедри фізико-математичних дисциплін  
протокол № 10 від 22 травня 2025 року  
Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Мирослав ШАФРАНЬОШ

Схвалено науково-методичною комісією УУННІ  
протокол № 5 від 24 червня 2025 року  
Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Оксана ТАЛАБІРЧУК

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
Кількість кредитів ЄКТС – 6	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 180	1-й
Кількість модулів – 2	Семестр:
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 6 самостійної роботи студента – 6	2-й
	Лекції:
	46
	Практичні (семінарські):
	44
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні:
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота:
	90

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції багатьох змінних (мова викладання - угорська)**» є формування в здобувачів вищої освіти фундаментальних знань, умінь і навичок, необхідних для розуміння, дослідження та застосування властивостей функцій багатьох змінних, засвоєнні базових понять і методів математичного аналізу, що є основою подальшої математичної, фізичної та інформатичної підготовки.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню в здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

### **Інтегральна компетентність:**

Здатність розв'язувати спеціалізовані практичні завдання в освітній галузі, що передбачає застосування концептуальних методів освітніх наук, предметних знань, психології, теорії та методики навчання і характеризується комплексністю та невизначеністю умов організації освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти.

### **Загальні компетентності:**

**ЗК 2.** Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, вести здоровий спосіб життя.

**ЗК 3.** Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями як українською, так угорською мовами.

**ЗК 6.** Здатність комунікувати угорською мовою як усно, так і письмово.

**ЗК 7.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

**ЗК 8.** Навички використання інформаційно-комунікаційних технологій.

### **Фахові компетентності:**

**ФК 3.** Володіння математичним апаратом фізики у межах, достатніх для вивчення загального курсу фізики та інформатики.

**ФК 7.** Здатність доцільно і критично застосовувати фізичні поняття, закони, принципи, теорії у поєднанні з необхідним математичним та інформатичним інструментарієм для пояснення фізичних явищ і процесів з використанням сучасних засобів навчання як з українською, так із угорською мовами.

### **Професійні компетентності:**

**ПК 1.** Здатність до формування в учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків.

### 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ОК 4. Математичний аналіз функції однієї змінної (мова викладання - угорська).

### 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Фізика. Інформатика (мова навчання фахових дисциплін – угорська)**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (РН):

Програмні результати навчання	Шифр РН
Знає та розуміє основні поняття, закони, теорії, загальну структуру, предмет і методи дослідження фізики, структуру предметної галузі інформатики та методики їх навчання, місце і зв'язки в системі наук, етапи історії їх розвитку.	РН 13
Аналізує фізичні явища і процеси на основі фізичних законів, теорій, принципів, із застосуванням відповідних математичних методів та подальшою обробкою програмними засобами.	РН 14
Користується математичним апаратом фізики, застосовує математичні та чисельні методи, що використовуються в курсі фізики та інформатики базової середньої школи.	РН 18
Добирає міжпредметні зв'язки курсів фізики базової середньої освіти з метою формування в учнів природничо-наукової компетентності відповідно до вимог Державного стандарту базової середньої освіти в природничій освітній галузі.	РН 21

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції багатьох змінних (мова викладання - угорська)**»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр РН
Знає та розуміє основні поняття й теоретичні засади математичного аналізу функцій багатьох змінних як складову математичного апарату фізики та інформатики. Розуміє методи дослідження функцій багатьох змінних та їх історичний розвиток, еволюцію ідей диференціального та інтегрального числення у контексті розвитку природничих і комп'ютерних наук.	РН 13
Застосовує методи математичного аналізу функцій багатьох змінних для аналізу фізичних явищ і процесів, що описуються відповідними законами та теоріями фізики. Використовує програмні засоби для обробки, візуалізації та аналізу результатів дослідження фізичних моделей функцій багатьох змінних.	РН 14
Використовує математичний апарат аналізу функцій багатьох змінних для формалізації та розв'язування задач фізичного змісту, що відповідають курсам фізики базової середньої школи. Пояснює зміст і результати застосування математичних методів у доступній формі, адаптуючи їх до рівня учнів базової середньої школи та використовуючи засоби інформатики.	РН 18

<p>Виявляє та обґрунтовує міжпредметні зв'язки математичного аналізу функцій багатьох змінних з курсами фізики та інформатики базової середньої школи.</p> <p>Інтегрує елементи математичного моделювання та обчислювальних методів у навчальні ситуації міжпредметного характеру відповідно до вимог Державного стандарту базової середньої освіти.</p>	PH 21
--	-------

## **5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ**

### **Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

1. Екзамен;
2. Модульна контрольна робота;
3. Усні відповіді під час практичних (семінарських) занять;
4. Презентація результатів індивідуального завдання.

### **Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю: виступ на практичних (семінарських) заняттях, демонстрація результатів індивідуального завдання.

Форма модульного контрольного оцінювання: письмова контрольна робота.

Форма підсумкового семестрового контролю: екзамен.

При визначенні оцінки за модуль враховуються результати модульного контрольного оцінювання та поточного контролю під час навчальних занять, результати колоквиумів, виконання контрольних робіт, самостійної та індивідуальної роботи. Максимальна оцінка з кожного модульного контролю – 100 балів.

Підсумкова модульна оцінка з навчальної дисципліни визначається як середнє арифметичне результатів усіх модульних контролів та виставляється за 100-бальною шкалою.

Здобувач, який за результатами модульних контролів отримав від 0 до 34 балів, повинен до проведення підсумкового семестрового контролю покращити цю оцінку принаймні до показника не менше 35 балів.

Знання, вміння та навички здобувачів оцінюються через визначення якості виконання конкретизованих завдань. Кількісна оцінка певного поточного контролю за конкретним видом навчального заняття визначається як сума балів за окремі види навчальної роботи. Максимальна кількість балів, яку може отримати здобувач за результатами поточного контролю протягом одного модуля – 50.

**Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти  
(поточний контроль, Модуль1)**

Поточне оцінювання та самостійна (індивідуальна) робота								Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8		
7	7	6	6	6	6	6	6	50	100

T1, T2 ... – теми

**Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти  
(поточний контроль, Модуль2)**

Поточне оцінювання та самостійна (індивідуальна) робота									Модульна контрольна робота	Сума
T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17		
6	6	6	6	6	5	5	5	5	50	100

T1, T2 ... – теми

**Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни**

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні (семінарські) заняття	8	50	9	40
Презентація результатів індивідуального завдання	-	-	1	10
Модульна контрольна робота	1	50	1	50
<b>Разом</b>		100		100

Студенти можуть отримати додаткові бали (10 за сертифікат, не більше 20 балів) за вивчення окремих питань змісту дисципліни через навчання на масових відкритих онлайн курсах (МВОК) в Україні за умови наявності відповідного сертифікату (Prometheus, EdEra, Дія.Цифрова освіта, Coursera та інші.). Наприклад, Платформа EdEra Онлайн-курс із професійного розвитку та наставництва «Вчителі 2.0» <https://study.ed-era.com/uk/courses/course/#!2950>. Онлайн-курс «Цифровий учитель» (теорія щодо цифрової педагогіки, впровадження нових методик у цифровому освітньому середовищі) <https://study.ed-era.com/uk/courses/course/#!4033>. Платформа Prometheus: онлайн-курси «Критичне мислення для освітян», «Освітні інструменти критичного мислення» <https://courses.prometheus.org.ua/dashboard>.

## **Критерії оцінювання модульної контрольної роботи**

*Критерії оцінювання теоретичних завдань на модульній контрольній роботі (максимальна кількість за 1 завдання – 10 балів):*

0–2 – здобувач не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити;

3–4 балів – здобувач не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань;

5–6 балів – здобувач відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні статистичні показники, але здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою;

7–8 балів – здобувач достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, послуговується науковою термінологією, але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації;

9–10 балів – здобувач у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією.

## **Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю**

Форма підсумкового семестрового контролю: екзамен.

Результат підсумкового контролю визначається як середньоарифметичне значення модулів. Якщо здобувач погоджується з набраною кількістю балів, ця оцінка може бути виставлена в екзаменаційну відомість. Якщо здобувач не отримав достатньої кількості балів (менше 60) або не погоджується з підсумковою оцінкою, то він складає іспит. Максимальна оцінка, яку можна отримати під час іспиту – 100 балів.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## **6. Програма навчальної дисципліни**

### **6.1. Зміст навчальної дисципліни**

#### **Модуль 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.**

##### **Тема 1. Неперервність функцій багатьох змінних.**

Область визначення та область значень функції двох і більше змінних. Границі функцій двох змінних. Властивості границь і неперервності. Точки розриву та їх класифікація. Геометрична інтерпретація неперервності.

##### **Тема 2. Частинні похідні та похідні вищих порядків.**

Визначення частинної похідної. Геометричний і фізичний зміст частинної похідної. Правила диференціювання. Змішані похідні. Теорема про рівність змішаних похідних. Диференційовність функції.

##### **Тема 3. Похідні складених функцій.**

Повна похідна складеної функції. Залежність змінних, неявно задані функції. Диференціювання неявних і параметрично заданих функцій. Приклади застосування до задач фізики й геометрії.

##### **Тема 4. Диференціали функцій багатьох змінних.**

Поняття повного диференціала. Геометричний і фізичний зміст диференціала. Диференціал вищих порядків. Практичне застосування диференціалів для наближених обчислень.

##### **Тема 5. Похідна за напрямом. Градієнт.**

Визначення похідної за напрямом. Градієнт функції та його властивості. Геометрична інтерпретація градієнта. Співвідношення між градієнтом і напрямом найшвидшого зростання функції.

##### **Тема 6. Формула Тейлора та дослідження екстремумів.**

Розклад функції багатьох змінних у ряд Тейлора. Квадратична форма в околі точки. Необхідні й достатні умови екстремуму. Тест Гессе (матриця других похідних).

##### **Тема 7. Найбільші та найменші значення функції багатьох змінних. Умовний екстремум.**

Абсолютні та відносні екстремуми. Метод множників Лагранжа. Геометричне тлумачення умовного екстремуму. Приклади з фізики, економіки, техніки.

##### **Тема 8. Метод найменших квадратів.**

Постановка задачі апроксимації. Виведення умов нормальності. Обчислення параметрів лінійної регресії. Приклади застосування в обробці експериментальних даних.

## **Модуль 2. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.**

### **Тема 9. Криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною дуги).**

Визначення криволінійного інтеграла I роду. Властивості та геометричний зміст. Обчислення інтегралів по параметрично заданих кривих. Залежність від орієнтації.

### **Тема 10. Криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).**

Визначення інтеграла II роду. Властивості та співвідношення між інтегралами I та II родів. Теорема Гріна. Приклади з механіки та фізики поля.

### **Тема 11. Подвійний інтеграл та правила його обчислення в декартових координатах.**

Визначення подвійного інтеграла. Властивості та правила інтегрування. Обчислення інтегралів по прямокутних та довільних областях. Перехід до полярних координат.

### **Тема 12. Потрійний інтеграл.**

Визначення потрійного інтеграла. Послідовне інтегрування. Застосування до обчислення об'ємів і мас тіл.

### **Тема 13. Заміна змінних під знаком кратного інтеграла.**

Формули переходу при зміні змінних. Перетворення координат: полярні, циліндричні, сферичні системи. Якобіан переходу.

### **Тема 14. Застосування кратних інтегралів.**

Обчислення площ, об'ємів, маси, моментів інерції. Розв'язання задач гідростатики та теплопровідності. Механічні інтерпретації результатів.

### **Тема 15. Поверхневий інтеграл першого роду.**

Визначення поверхневого інтеграла I роду. Обчислення площ поверхонь. Фізичний зміст (маса тонкої пластини).

### **Тема 16. Поверхневий інтеграл другого роду.**

Визначення інтеграла II роду. Орієнтація поверхні. Теорема Остроградського–Гаусса. Застосування у фізиці полів.

### **Тема 17. Елементи векторного аналізу.**

Векторні поля: градієнт, дивергенція, ротор. Зв'язок між інтегралами різних типів. Основні теореми векторного аналізу (Гріна, Остроградського–Гаусса, Стокса). Приклади застосування у фізиці (електричні, магнітні, гравітаційні поля).

## 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
лек.		пр.	лаб.	інд.	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.						
Тема 1. Неперервність функцій багатьох змінних.	11	2	3			6
Тема 2. Частинні похідні та похідні вищих порядків.	13	4	3			6
Тема 3. Похідні складених функцій.	13	4	3			6
Тема 4. Диференціали функцій багатьох змінних.	13	4	3			6
Тема 5. Похідна за напрямом. Градієнт.	13	4	3			6
Тема 6. Формула Тейлора та дослідження екстремумів.	12	4	3			5
Тема 7. Найбільші та найменші значення функції багатьох змінних. Умовний екстремум.	12	4	3			5
Тема 8. Метод найменших квадратів.	10	2	3			5
<b>Разом за модулем</b>	<b>97</b>	<b>28</b>	<b>24</b>			<b>45</b>
Модуль 2. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.						
Тема 9. Криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною дуги).	10	2	3			5
Тема 10. Криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).	10	2	3			5
Тема 11. Подвійний інтеграл та правила його обчислення в декартових координатах.	9	2	2			5
Тема 12. Потрійний інтеграл.	9	2	2			5
Тема 13. Заміна змінних під знаком кратного інтеграла.	9	2	2			5
Тема 14. Застосування кратних інтегралів.	9	2	2			5
Тема 15. Поверхневий інтеграл першого роду.	9	2	2			5
Тема 16. Поверхневий інтеграл другого роду.	9	2	2			5
Тема 17. Елементи векторного аналізу.	9	2	2			5
<b>Разом за модулем</b>	<b>83</b>	<b>18</b>	<b>20</b>			<b>45</b>
<b>Разом</b>	<b>180</b>	<b>46</b>	<b>44</b>			<b>90</b>

### 6.3. Теми практичних (семінарських) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
		денна форма
1.	Неперервність функцій багатьох змінних.	3
2.	Частинні похідні та похідні вищих порядків.	3
3.	Похідні складених функцій.	3
4.	Диференціали функцій багатьох змінних.	3
5.	Похідна за напрямом. Градієнт.	3
6.	Формула Тейлора та дослідження екстремумів.	3
7.	Найбільші та найменші значення функції багатьох змінних. Умовний екстремум.	3
8.	Метод найменших квадратів.	3
9.	Криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною дуги).	3
10.	Криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).	3
11.	Подвійний інтеграл та правила його обчислення в декартових координатах.	2
12.	Потрійний інтеграл.	2
13.	Заміна змінних під знаком кратного інтеграла.	2
14.	Застосування кратних інтегралів.	2
15.	Поверхневий інтеграл першого роду.	2
16.	Поверхневий інтеграл другого роду.	2
17.	Елементи векторного аналізу.	2
	<b>Разом</b>	<b>44</b>

### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
		денна форма
1.	Неперервність функцій багатьох змінних.	6
2.	Частинні похідні та похідні вищих порядків.	6
3.	Похідні складених функцій.	6
4.	Диференціали функцій багатьох змінних.	6
5.	Похідна за напрямом. Градієнт.	6
6.	Формула Тейлора та дослідження екстремумів.	5
7.	Найбільші та найменші значення функції багатьох змінних. Умовний екстремум.	5
8.	Метод найменших квадратів.	5
9.	Криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною дуги).	5
10.	Криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).	5
11.	Подвійний інтеграл та правила його обчислення в декартових координатах.	5
12.	Потрійний інтеграл.	5
13.	Заміна змінних під знаком кратного інтеграла.	5
14.	Застосування кратних інтегралів.	5
15.	Поверхневий інтеграл першого роду.	5
16.	Поверхневий інтеграл другого роду.	5
17.	Елементи векторного аналізу.	5
	<b>Разом</b>	<b>90</b>

## 6.5. Індивідуальна робота

Індивідуальна робота студента з курсу «Математичний аналіз функції багатьох змінних (мова викладання - угорська)» включає підготовку реферату та презентації на теми:

1. Функції багатьох змінних у механіці: кінематичні та динамічні моделі.
2. Градієнт поля сил і його застосування у фізиці.
3. Потенціальні поля: умови існування та практичні приклади.
4. Використання кратних інтегралів у розрахунку фізичних величин (маса, об'єм, центр ваги).
5. Криволінійні інтеграли у задачах електростатики та магнетизму.
6. Потік векторного поля та його роль в електродинаміці.
7. Диференціальні рівняння в моделюванні фізичних процесів, що базуються на багатовимірних функціях.
8. Теплопровідність та дифузія: математичні моделі зі змінними у просторі.
9. Використання багатовимірних функцій у комп'ютерній графіці (поверхні, криві, нормалі).
10. Градієнтні методи оптимізації в машинному навчанні.
11. Методи пошуку екстремумів у задачах штучного інтелекту.
12. Чисельні методи обчислення кратних інтегралів у програмуванні.
13. Функції багатьох змінних у моделюванні 3D-об'єктів та фізичних симуляціях.
14. Векторні поля в робототехніці та навігаційних алгоритмах.
15. Використання частинних похідних у методах оптимізації нейромереж.
16. Історичний розвиток математичного аналізу багатьох змінних.
17. Педагогічні підходи до викладання теми «Функції багатьох змінних» у ЗВО.
18. Типові труднощі студентів та методи їх подолання.
19. Візуалізація багатовимірних математичних об'єктів у навчанні.
20. Інструменти комп'ютерної математики (GeoGebra, Wolfram, Python) для вивчення теми.

## 7. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

- Мультимедійний проектор для візуалізації матеріалу;
- Навчальна платформа Moodle;
- MS Office – оформлення документів, рефератів, презентацій;
- Автоматизована система навчання та контролю знань здобувачів вищої освіти – авторська розробка.

## 8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

### Навчально-методичне забезпечення:

1. Деякі графічні та аналітичні методи розв'язування задач з параметрами: методичні рекомендації для студентів спеціальностей «Початкова освіта» та «Середня освіта» / М.М. Повідайчик, А.М. Тегза, М.П. Шулла, Е.О. Карбованець. Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2021. 31 с.
2. Деякі методи розв'язування раціональних нерівностей: методичні рекомендації для студентів спеціальностей «Дошкільна освіта», «Початкова освіта» та «Середня освіта» / М.М. Повідайчик, П.П. Мулеса, М.С. Герич, М.П. Шулла, А.О. Попович – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2022. 47 с.
3. Повідайчик М.М., Повідайчик О.С., Герич М.С., Попович А.О. Розробка автоматизованих систем навчання та контролю знань учнів і студентів: навчальний посібник. Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2022. 84 с.
4. Вища математика. Методичні вказівки до практичних занять для студентів спеціальності 205 Лісове господарство. / Уклад.: Р. Кацала, Ю.Ю. Млавець, М.М. Повідайчик, О.О. Синявська. Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2024. 68 с.
5. Деякі задачі вищої математики: методичні рекомендації для студентів спеціальностей «Середня освіта (Математика)», «Середня освіта (Фізика)» / М.М. Повідайчик, Ю.Ю. Імре. Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2025. 40 с.

### Основна література:

1. Analízis I.: Differenciálszámítás / Lajos Pósa. Budapest: Műszaki Könyvkiadó Kft., 2000.
2. Analízis II. : Integrálszámítás / Lajos Pósa. Budapest : Műszaki Könyvkiadó Kft., 2000.
3. Járai, Antal. Calculus: Foundations and Advanced Methods in Mathematical Analysis. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó Kft., 2013. 420 p. ISBN 978-963-312-160-3.
4. Obádovics Gyula, Szaka Zoltán. Felsőbb matematika. Scholar Kiadó Kft., 2019. 762 old.
5. Obádovics J. Gyula. Vektoranalízis és alkalmazása (Matematikai olvasókönyv, Scholar Kiadó, 2021)

6. Vektoralgebra; mátrixok, determinánsok; többváltozós függvények – Obádovics J. Gyula. Matematikai olvasókönyv III. Példák, feladatok, megoldások. Scolar Kiadó, 2023. ISBN 978-9635097142.
7. Аналіз функцій багатьох змінних. Диференціальне числення (Галицька І. Є., Кучинська Н. В., Циганкова О. В.). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.
8. Бохонов Ю. Є. Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтеграл, що залежать від параметра. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 241 с.
9. Галицька І. Є., Кучинська Н. В., Циганкова О. В. Аналіз функцій багатьох змінних. Диференціальне числення. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 105 с.
10. Ковтонюк М. М., Клімішина А. Я., Леонова І. М., Соя О. М. Практикум з диференціального числення функцій багатьох змінних. Вінниця: ВНТУ, 2023. 251 с. ISBN 978-617-8163-04-4.
11. Мартиненко О. В., Чкана Я. О. Функції багатьох змінних: диференціальне та інтегральне числення. Суми: ФОП Литовченко Є. Б., 2023. 152 с.

#### Додаткова література:

1. Вища математика. Функції багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О.І. Кушлик-Дивульська, Н.П. Селезньова, Т.В. Авдєєва. Електронні текстові дані (1 файл: 3,82 Мбайт). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. 170 с.
2. Дем'яненко О. О., Репета Л. А. Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Практикум (навч. посіб.). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 91 с.
3. Повідайчик М.М. Формування конкурентоспроможності майбутніх учителів математики в процесі науково-дослідницької діяльності: теоретичні і прикладні аспекти: монографія. Ужгород: Видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2024. 500 с.
4. Повідайчик М.М., Повідайчик О.С., Імре Ю.Ю. Деякі особливості формування предметно-методичної компетентності майбутніх учителів фізико-математичних дисциплін. Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. Соціальна робота». Ужгород, 2025. Вип. 2(57).
5. Практикум з диференціального числення функцій багатьох змінних / Ковтонюк М. М. та ін. Вінниця: ВНТУ, 2023. ISBN 978-617-8163-04-4.

### Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

- <https://ocw.mit.edu/courses/18-02sc-multivariable-calculus-fall-2010/> (Повний відеокурс, конспекти, задачі та 3D-візуалізації).
- <https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus> (Пояснення частинних похідних, градієнтів, кратних інтегралів).
- <https://www.coursera.org/learn/multivariable-calculus> (Курс з відеолекціями та практичними завданнями).
- <https://brilliant.org/courses/multivariable-calculus/> (Інтерактивний курс з візуалізаціями).
- <https://www.geogebra.org/3d> (Побудова графіків функцій двох і трьох змінних).
- <https://www.wolframalpha.com/examples/calculus-and-analysis/multivariable-calculus/> (Частинні похідні, інтеграли, градієнти, лінійні інтеграли).
- <https://www.desmos.com/3d> (Інтерактивні поверхні та криві).
- <https://www.symbolab.com/calculus> (Обчислення границь, похідних, інтегралів).
- <http://www.gnuplot.info/documentation.html> (Побудова 3D поверхонь і контурних графіків).
- <https://www.mathworks.com/help/matlab/math/multivariable-calculus.html> (Приклади роботи з поверхнями, градієнтами, інтегралами).
- <https://reference.wolfram.com/language/> (Повний опис функцій для роботи з багатовимірними об'єктами).
- <https://jupyter.org/> (Середовище для виконання математичних розрахунків).
- <https://arxiv.org/archive/math> (Препринти наукових статей з математичного аналізу).
- <https://www.springeropen.com/subjects/mathematics> (Відкритий доступ до математичних статей).
- <https://openstax.org/details/books/calculus-volume-3> (Безкоштовний підручник з багатовимірного аналізу).
- <https://tutorial.math.lamar.edu/Classes/CalcIII/CalcIII.aspx> (Пояснення, приклади, задачі та графіки).
- <https://library.univ.kiev.ua/ukr> (Підручники та навчальні матеріали).
- <https://ena.lpnu.ua/> (Праці з математичного аналізу та суміжних дисциплін).

**Результати перегляду  
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)