

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
УКРАЇНСЬКО-УГОРСЬКИЙ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ  
КАФЕДРА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**



Директор УУННІ УжНУ

/Шпеник О.О./

« 29 » червня 2023 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Теорія ймовірностей і математична статистика**

Рівень вищої освіти	<b>Перший (бакалаврський)</b>
Галузь знань	<b>01 Освіта/Педагогіка</b>
Спеціальність	<b>014 Середня освіта</b>
Предметна спеціальність	<b>014.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)</b>
Освітня програма	<b>«Фізика. Інформатика» (мова навчання фахових дисциплін – угорська)</b>
Статус дисципліни	<b>обов'язкова</b>
Мова навчання	<b>угорська</b>

**Ужгород 2023**

Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» для здобувачів вищої освіти галузі знань **01 Освіта/Педагогіка** спеціальності **014 Середня освіта** предметної спеціальності **014.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)** освітньої програми «**Фізика. Інформатика**» (мова навчання фахових дисциплін – угорська).

**Розробники:** Молнар Ш.Б., кандидат фізико-математичних наук

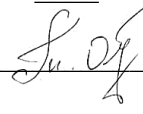
Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри  
**фізико-математичних дисциплін УУННІ УжНУ**

протокол № 11 від «23» червня 2023р.

Завідувач кафедри  Мирослав Шафраньош.

Схвалено науково-методичною комісією УУННІ УжНУ

протокол № 2 від «27» червня 2023 р.

Голова науково-методичної комісії  Оксана Талабірчук

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, предметна спеціальність (спеціалізація), освітня програма, освітній рівень	Характеристика навчальної дисципліни		
Кількість кредитів –4	<p style="text-align: center;">Освітній рівень: <b>Перший (бакалаврський)</b></p> <p style="text-align: center;">Галузь знань: <b>01 Освіта/Педагогіка</b></p> <p style="text-align: center;">Спеціальність: <b>014 Середня освіта</b></p> <p style="text-align: center;">Предметна спеціальність: <b>014.8 Середня освіта. Фізика та астрономія</b></p> <p style="text-align: center;">Освітня програма: <b>«Фізика. Інформатика» (мова навчання фахових дисциплін – угорська).</b></p>	<b>Денна форма навчання</b>	Заочна форма навчання	
Кількість модулів – 2		Статус дисципліни		
Змістових модулів – 4		<b>обов’язкова цикл загальної підготовки</b>		
Загальна кількість годин –120		Рік підготовки:		
<p>Тижневих годин: для денної форми навчання: аудиторних –4,0 самостійної роботи – 4,0</p> <p>для заочної форми навчання: аудиторних – самостійної роботи –</p>		<b>3-ій</b>		
		Семестр:		
		<b>6</b>		
		Лекції:		
		<b>30</b>		
		Практичні (семінарські):		
		<b>30</b>		
		Лабораторні:		
		Самостійна робота:		
		<b>60</b>		
Вид контролю:				
<b>Екзамен</b>				
Форма контролю:				
<b>Письмові роботи, тести, опитування</b>				

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Викладання дисципліни своєю метою** має ознайомлення студентів з основами теорії ймовірностей та основами математичної статистики, з наступним застосуванням засвоєних знань у подальшому навчанні і роботі.

Викладання курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» передбачає:

- розвиток у студентів абстрактного і логічного мислення;
- вироблення у студентів вміння самостійно опановувати новий математичний апарат, формувати вміння і навички виконання дослідницької роботи;
- виробити у студента вміння застосовувати складний математичний апарат теорії ймовірностей до статистичного аналізу різноманітних природних, технічних, соціальних систем;
- виробити у студента - математика вміння створювати ефективні математичні моделі об'єктів і процесів, на підставі знань і інформації одержаних з різноманітних джерел;
- вільне володіння апаратом теорії міри і функціонального аналізу в абстрактних просторах при розгляді основних ймовірнісних об'єктів;
- знання історії розвитку науки теорії ймовірності і математичної статистики, вклад українських і угорських вчених в розвиток цих наук.

Цикл задач, що розв'язується на лабораторних заняттях, особливо задач практичного змісту, дозволяє застосувати набуті теоретичні знання при розв'язуванні як навчальних, так і наукових задач в процесі підготовки спеціалістів в галузі математики.

Відповідно до освітньої програми, вивчення даної дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

**Інтегральна компетентність:** Бути здатними ефективно працювати в трьох областях (педагогіка, психологія, фізика та інформатика), що перетинаються; працювати з інформацією і знаннями освітніх проблем; працювати із своїми колегами, учнями, практикантами, іншими колегами та партнерами в освіті, що включає в себе здатність аналізувати складні ситуації, що стосуються навчання фізики та інформатики; робота із спільнотою – на місцевому, регіональному, національному рівнях, включаючи розвиток відповідних професійних цінностей і здатності осмислювати результати навчання.

**ЗК2** - Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, вести здоровий спосіб життя.

**ЗК3** – здатність використовувати фундаментальні поняття і закони фізики у сфері професійної діяльності;

**ЗК6** - Здатність комунікувати угорською мовою як усно, так і письмово.

**ЗК7** - Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

**ЗК10** – Здатність до адаптації та дії в новій ситуації

**ФК 7.** Здатність до критичного аналізу, діагностики й корекції власної педагогічної діяльності, оцінки педагогічного досвіду з використанням як української, так із угорської мови навчання.

**ФК9** – здатність розвивати науковий світогляд учнів, формувати їх методологічну культуру та використовувати культурні надбання українського народу та національні традиції угорськомовної меншості процесі освітньої діяльності на Закарпатті;

**ФК11** – знати історію української та угорської фізичних наук та їх вклад у світову науку.

**ФК 15** – здатність до самостійної експериментальної діяльності з фізики та методики навчання фізики з описом, аналізом та критичним оцінюванням експериментальних даних;

**ФК 17** – здатність добирати та використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології в освітньому процесі та в позакласній роботі, аналізувати й оцінювати доцільність й ефективність їх застосування в навчальних закладах з українською та угорською мовами навчання.

### **3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» є опанування таких освітніх компонент (навчальних дисциплін) освітньої програми:

ОК 12

Інформатика та програмування

ОК 13

Сучасні технології розробки освітніх інформаційних ресурсів та систем

### **4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ**

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у здобувачів вищої освіти програмних результатів навчання відповідно до стандарту вищої освіти зі спеціальності **014 Середня освіта** та освітньої програми «**Фізика. Інформатика**» (мова навчання фахових дисциплін – угорська).

#### **Практичні навички з предметної області, здатності:**

**РН 5.** Уміє оперувати базовими категоріями та поняттями спеціальності.

**РН 13.** Знає та розуміє основні поняття, закони, теорії, загальну структуру, предмет і методи дослідження фізики, структуру предметної галузі інформатики та методики їх навчання, місце і зв'язки в системі наук, етапи історії їх розвитку.

**РН 14.** Аналізує фізичні явища і процеси на основі фізичних законів, теорій, принципів, із застосуванням відповідних математичних методів.

**РН 18.** Користується математичним апаратом фізики, застосовує математичні та чисельні методи, що використовуються в курсі фізики базової середньої школи.

**РН 20.** Володіє основами наукових досліджень, здійснює самостійну експериментальну діяльність з фізики та методики навчання фізики з описом, аналізом та критичним оцінюванням експериментальних даних.

**РН 21.** Добирає міжпредметні зв'язки курсів фізики в базовій середній школі з метою формування в учнів природничо-наукової компетентності відповідно до вимог Державного стандарту загальної середньої освіти з освітньої галузі «Природознавство».

## 5. Програма навчальної дисципліни

### 5.1. Зміст навчальної дисципліни

#### Модуль 1. Основні поняття Теорії Ймовірностей (ТЙ)

##### **Змістовий модуль 1. Аксиоматика ТЙ.**

*Тема 1. Вступ. Історична довідка.*

**Предмет і метод ТЙ як науки.** Розвиток ТЙ в класичний період. Розвиток ТЙ в ХХ столітті. Роль Колмогорова в розвитку ТЙ. Сучасний стан ТЙ – тенденції розвитку. Роль українських і угорських вчених в розвитку теорії ймовірностей.

*Тема 2. Ймовірнісне поле. Умовна ймовірність.*

**Випадкові події.** Операції над подіями. Простір подій  $\Omega$ . Поняття  $\Sigma$ - алгебри подій.

**Ймовірність випадкової події.** Статистичне означення ймовірності. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Аксиоматичне означення ймовірності. Ймовірнісний простір  $\langle \Omega, \mathcal{A}, P \rangle$ .

**Умовні ймовірності. Незалежність подій.**

Умовні ймовірності. Теорема множення. Формули Байеса

*Тема 3. Схема Бернуллі.*

**Схема Бернуллі.** Послідовність незалежних випробувань. Формула Бернуллі.

**Граничні теореми в схемі Бернуллі.** Теорема Пуассона. Локальна гранична теорема Муавра-Лапаласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.

##### **Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх розподіли.**

*Тема 1. Функція і щільність розподілу.*

**Випадкові величини та їх розподіли.** Функція розподілу випадкової величини. **Випадкові величини та їх розподіли.** Властивості функції розподілу. Дискретні випадкові величини. **Випадкові величини та їх розподіли.** Абсолютно неперервні розподіли. Щільність розподілу випадкової величини. Функції від випадкових величин. Розподіл деяких функцій від декількох випадкових величин. Деякі розподіли функцій від нормально розподілених випадкових величин. Умовні розподіли.

*Тема 2. Випадкові вектори і їх розподіли.*

**Випадкові величини та їх розподіли.** Багатовимірні випадкові величини. Випадкові вектори і їх розподіли. Незалежність випадкових величин.

#### Модуль 2. Випадкові величини та їх числові характеристики.

##### **Змістовий модуль 1. Основні числові характеристики випадкових величин.**

*Тема 1. Математичне сподівання та його властивості.*

**Числові характеристики випадкових величин.** Математичне сподівання. Доведення деяких властивостей математичного сподівання.

*Тема 2. Дисперсія та її властивості. Нерівності Чебишова та Маркова. Моменти випадкових величин.*

Дисперсія випадкової величини. Деякі властивості дисперсії випадкових величин. Нерівність Чебишова. Нерівність Маркова. Моменти випадкових

величин. Деякі інші числові характеристики. Розрахунок моментів стандартного нормального розподілу.

**Змістовий модуль 2. Інші числові характеристики випадкових величин.**

*Тема 1. Числові характеристики багатовимірних випадкових величин.*

Випадкові вектори та їх числові характеристики.

*Тема 2. Умовне математичне сподівання.*

Регресія.

## 5.2. Структура навчальної дисципліни

№	Назва змістових модулів і тем	Кількість годин денної форми навчання				
		Усього	Лекції	Лаб-ні заняття	Самост. Робота	Інд. робота
<b>СЕМЕСТР 6</b>						
<b>Модуль I (1 кредити)</b>						
<b>Основні поняття теорії ймовірностей</b>						
<b>Змістовий модуль I. Аксиоматика ТЙ</b>						
T1.	Вступ. Історична довідка	2	2	0	0	0
T2.	Ймовірнісне поле. Умовна ймовірність	17	5	5	7	
T3	Схема Бернуллі.	17	5	5	7	
<b>Змістовий модуль II. Випадкові величини та їх розподіли</b>						
T1.	Функція і щільність розподілу.	12	2,5	2,5	7	0
T2.	Випадкові вектори і їх розподіли.	14	2,5	2,5	9	
<b>Всього за модулем I</b>		<b>60</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>0</b>
<b>Модульна контрольна робота</b>						
<b>Модуль II (2 кредити)</b>						
<b>Випадкові величини та їх числові характеристики</b>						
<b>Змістовий модуль I. Основні числові характеристики випадкових величин</b>						
T1.	Математичне сподівання та його властивості.	17	5	5	7	0
T2.	Дисперсія та її властивості. Нерівності Чебишова та Маркова	17	5	5	7	
<b>Змістовий модуль II Інші числові характеристики .</b>						
T1.	Моменти випадкових величин Числові характеристики багатовимірних вип. величин.	12	2,5	2,5	7	0
T2.	Умовне математичне сподівання	14	2,5	2,5	9	

Всього за модулем II	60	15	15	30	0
	Модульна контр. роб.				
РАЗОМ ЗА СЕМЕСТР 6	120	30	30	60	0
ЕКЗАМЕН					

### 5.3. Теми практичних (семінарських, лабораторних) занять

№п/п	Назва теми і короткий зміст заняття	год.
1	<b><u>МОДУЛЬ 1 ( Семестр 6) Основні поняття теорії ймовірностей.</u></b> <i>Змістовий модуль 1. Аксиоматика ТЙ.</i> Випадкові події. Операції над подіями. Простір подій $\Omega$ . Поняття $\Sigma$ - алгебри подій. Коротка історична довідка.	1,5
2	<b>Ймовірність випадкової події.</b> Статистичне означення ймовірності. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Аксиоматичне означення ймовірності. Ймовірнісний простір $\langle \Omega, A, P \rangle$ .	1,5
3	<b>Умовні ймовірності. Незалежність подій.</b> Умовні ймовірності. Теорема множення. Формули Байеса.	1,5
4	<b><i>Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх розподіли.</i></b> Схема Бернуллі. Послідовність незалежних випробувань. Формула Бернуллі.	1,5
5	<b>Схема Бернуллі. Граничні теореми в схемі Бернуллі.</b> Теорема Пуассона. Локальна гранична теорема Муавра-Лапаласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.	1,5
6	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Функція розподілу випадкової величини.	1,5
7	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Властивості функції розподілу. Дискретні випадкові величини	2
8	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Абсолютно неперервні розподіли. Щільність розподілу випадкової величини. Функції від випадкових величин.	2
9	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Багатовимірні випадкові величини. Випадкові вектори і їх розподіли. Незалежність випадкових величин.	2
10	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Розподіл деяких функцій від декількох випадкових величин. Деякі розподіли функцій від нормально розподілених випадкових величин.	2
11	<b>Випадкові величини і їх розподіли.</b> Умовні розподіли.	2
12	<b><u>МОДУЛЬ 2 (Семестр 6) Випадкові величини та їх числові характеристики.</u></b> <i>Змістовий модуль 1. Основні числові характеристики випадкових величин.</i>	2

	<b>Числові характеристики випадкових величин. Математичне сподівання .</b> Доведення деяких властивостей математичного сподівання.	
<b>13</b>	Числові характеристики випадкових величин. <b>Дисперсія</b> випадкової величини. Деякі властивості дисперсії випадкових величин.	<b>2</b>
<b>14</b>	Числові характеристики випадкових величин. <b>Нерівність Чебишова. Нерівність Маркова.</b>	<b>2</b>
<b>15</b>	Числові характеристики випадкових величин. <b>Моменти випадкових величин.</b> Деякі інші числові характеристики. Розрахунок моментів стандартного нормального розподілу.	<b>2</b>
<b>16</b>	<i>Змістовий модуль 2. Інші числові характеристики випадкових величин.</i> Числові характеристики багатовимірних випадкових величин.	<b>2</b>
<b>17</b>	Умовне математичне сподівання. Регресія.	<b>2</b>

#### 5.4. Самостійна робота

<b>№п/п</b>	<b>Назва теми і короткий зміст заняття</b>	<b>Самостійних (год.)</b>	<b>Література</b>
<b>1</b>	<b>Випадкові події.</b> Операції над подіями. Простір подій $\Omega$ . Поняття $\Sigma$ - алгебри подій. Коротка історична довідка.	2	(1,9)
<b>2</b>	<b>Ймовірність випадкової події.</b> Статистичне означення ймовірності. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Аксиоматичне означення ймовірності. Ймовірнісний простір $\langle \Omega, \mathcal{A}, P \rangle$ .	2	(1,9)
<b>3</b>	<b>Умовні ймовірності. Незалежність подій.</b> Умовні ймовірності. Теорема множення. Формули Байєса.	2	(1,2,9)
<b>4</b>	<b>Схема Бернуллі.</b> Послідовність незалежних випробувань. Формула Бернуллі.	2	(1,2,5,9,13)
<b>5</b>	<b>Схема Бернуллі. Граничні теореми в схемі Бернуллі.</b> Теорема	2	(1,9,13)

	Пуассона. Локальна гранична теорема Муавра-Лапаласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.		
<b>6</b>	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Функція розподілу випадкової величини.	2	(1,13)
<b>7</b>	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Властивості функції розподілу. Дискретні випадкові величини	2	(1,2)
<b>8</b>	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Абсолютно неперервні розподіли. Щільність розподілу випадкової величини. Функції від випадкових величин.	2	(1,2)
<b>9</b>	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Багатовимірні випадкові величини. Випадкові вектори і їх розподіли. Незалежність випадкових величин.	2	(1,9)
<b>10</b>	<b>Випадкові величини та їх розподіли.</b> Розподіл деяких функцій від декількох випадкових величин. Деякі розподіли функцій від нормально розподілених випадкових величин.	2	(1,5,13)
<b>11</b>	<b>Випадкові величини і їх розподіли.</b> Умовні розподіли.	2	(1,5,13)
<b>12</b>	<b>Числові характеристики випадкових величин.</b> Математичне сподівання . Доведення деяких властивостей математичного сподівання.	2	(1,5,13)
<b>13</b>	<b>Числові характеристики випадкових величин.</b> Дисперсія випадкової величини. Деякі властивості випадкових величин.	2	(1,5,9)
<b>14</b>	<b>Числові характеристики випадкових величин.</b> Нерівність Чебишова. Нерівність Маркова.	2	(1,5,13)
<b>15</b>	<b>Числові характеристики випадкових величин.</b>	2	(1,5,9)

	Моменти випадкових величин. Деякі інші числові характеристики. Розрахунок моментів стандартного нормального розподілу.		
<b>16</b>	<b>Числові характеристики багатовимірних випадкових величин.</b>	2	(1,5,9)
<b>17</b>	<b>Умовне математичне сподівання. Регресія.</b>	2	(1,5,9)
<b>18</b>	<b>Закон великих чисел. Деякі типи збіжностей послідовностей випадкових величин. Властивості збіжності за ймовірністю.</b>	2	(1,5,13)
<b>19</b>	<b>Збіжність з ймовірністю 1. Лема Бореля-Кантелі. Властивості збіжності у середньому.</b>	2	(1,9,13)
<b>20</b>	<b>Закон великих чисел. Посилений закон великих чисел. Необхідна і достатня умова закону великих чисел.</b>	2	(1,9,11)
<b>21</b>	<b>Закон великих чисел. Нерівність Колмогорова. Зв'язок нерівності Колмогорова з посиленням законом великих чисел.</b>	2	(1,9,11)
<b>22</b>	<b>Характеристичні функції. Характеристичні функції випадкової величини, її властивості.</b>	2	(1,13)
<b>23</b>	<b>Формули обернення для характеристичних функцій. Збіжність в основному послідовності функцій розподілу.</b>	1	(1,13)
<b>24</b>	<b>Характеристичні функції. Теорема Хеллі. Слабка збіжність послідовності функцій розподілу. Неперервна відповідність між збіжністю функцій розподілу і характеристичних функцій.</b>	1	(5,9)
<b>25</b>	<b>Класична центральна гранична теорема. ЦГТ. Умова Ліндеберга, її імовірнісний зміст. Теорема Ліндеберга.</b>	1	(5,9)
<b>26</b>	<b>ЦГТ для послідовності серій. ЦГТ для однаково розподілених</b>	1	(5,9)

	випадкових величин. Теорема Ляпунова.		
27	<b>Гратчасті розподіли.</b> Локальна гранична теорема для гратчастих розподілів.	1	(1,5,9,13)
28	<b>Поняття про граничні закони відмінні від нормального.</b> Нескінченно подільні закони, стійкі закони.	1	(1,5,9)
29	<b>Елементи теорії випадкових процесів.</b> Ланцюги Маркова. Ергодична теорема Маркова. Класифікація станів однорідного ланцюга Маркова.	1	(1,5,9)
30	<b>Випадкові процеси.</b> Основні поняття. Деякі класи процесів.	1	(1,5,9)
31	<b>Пуассонівський процес. Вінерівський процес</b>	1	(1,2,9,13)
32	<b>Стаціонарні процеси. Марковські процеси.</b>	1	(2,9)
33	<b>Математична статистика.</b> Основні поняття вибіркового методу. Емпірична функція розподілу. Вибіркові характеристики.	1	(1,2,3)
34	<b>Математична статистика.</b> Статистичні оцінки параметрів розподілу. Статистичні оцінки і їх властивості. Статистичні оцінки для математичного сподівання.	1	(1,2,3)
35	<b>Математична статистика.</b> Ефективні оцінки. Нерівність Крамера-Рао. Достатні статистики. Методи одержання статистичних оцінок.	1	(1,2,4)
36	<b>Математична статистика.</b> Інтервальні оцінки невідомих параметрів. Поняття довірчого інтервалу. Довірчий інтервал математичного сподівання у схемі Бернуллі.	1	(3,4)
37	<b>Математична статистика.</b> Перевірка статистичних гіпотез. Умова Неймана-Пірсона. Вибіркова кореляція і регресія.	1	(5,9)

<b>38</b>	<b>Математична статистика.</b> Вибіркова кореляція і регресія. Вибірковий коефіцієнт кореляції. Знаходження рівняння прямої лінії регресії.	1	(1,4)
<b>Всього</b>		60	

### 5.5. Індивідуальні завдання

Не передбачено програмою

...

## 6. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв’язання задач письмово і біля дошки;
- виступ на практичному занятті;
- тести;
- захист реферату;
- опитування.

Результати діяльності студентів оцінюються за 100-бальною системою: виступ на практичному занятті – до 5 балів, розв’язання задач, домашніх завдань – до 40 балів, кожне завдання оцінюється до 5 балів); тести – до 20 балів; захист реферату – 10 балів.

## 7. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Форма модульного контролю: виконання модульної контрольної роботи.

Форма підсумкового семестрового контролю: залікові/екзаменаційні питання.

Перевірка та оцінювання знань, умінь і практичних навичок студентів здійснюються за 100-бальною, ECTS та національною шкалами.

## 8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

**Розподіл балів, які отримують здобувачі за поточний та модульний контроль (модуль 1)**

Поточне оцінювання та самостійна робота								Модульна контрольна робота	Сума
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2				<b>50</b>	<b>100</b>
T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4		
<b>5</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>		

**Розподіл балів, які отримують здобувачі за поточний та модульний контроль  
(модуль 2)**

Поточне оцінювання та самостійна робота										Модульна контрольна робота	Сума	
Змістовий модуль 3				Змістовий модуль 4							<b>50</b>	<b>100</b>
T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7		
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>		

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні (семінарські) заняття	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>10</b>
Комп'ютерне тестування при тематичному оцінюванні	<b>1</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>10</b>
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	<b>1</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>10</b>
Усне опитування	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>10</b>
Презентація	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>5</b>
Реферат	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>5</b>
Модульна контрольна робота	<b>1</b>	<b>50</b>	<b>1</b>	<b>50</b>
<b>Разом</b>		<b>100</b>		<b>100</b>

**Критерії оцінювання модульної контрольної роботи**

Модульна контрольна робота містить два теоретичні питання (з повними виводами відповідних формул) і дві задачі. За повне розв'язання задачі максимальний бал становить 15. Викладення теоретичного питання можна максимально оцінити в 10 балів.

**Критерії оцінювання підсумкового контролю**

Програмою навчальної дисципліни передбачено залік після вивчення матеріалу першого та другого модулів та іспит, як підсумковий контроль вивчення даної навчальної дисципліни. Підсумковий семестровий контроль – залік – здійснюється за результатами модульного контролю та усної відповіді на питання а також розв'язання задач, що входять до екзаменаційних білетів. Оцінка виставляється за 100-бальною шкалою, яка переводиться у національну шкалу та шкалу ЄКТС.

**Таблиця відповідності оцінок за різними шкалами**

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		диференційована	Недиференційована
90 – 100	A	відмінно	Зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	Fx	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### **9. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ**

1. Поняття випадкового експерименту. Приклади таких експериментів.
2. Які події називаються випадковими? Приклади випадкових подій.
3. Приклади достовірних і неможливих подій.
4. Які події називаються несумісними?
5. Поняття “імовірність події”. Приклади.
6. Чому дорівнює ймовірність достовірної та неможливої подій?
7. Основні властивості ймовірності.
8. Основні поєднання (перестановки, розміщення, сполучення).  
Приклади використання при розрахунку ймовірностей подій.
9. Що називається простором елементарних подій? Приклади елементарних та складених подій.
10. Які операції виконуються над подіями?
11. Аксиоми, на яких будується теорія ймовірностей.
12. Що таке умовна ймовірність? Властивості та приклади умовних ймовірностей.
13. Теорема множення ймовірностей для двох залежних (незалежних) подій.
14. Попарна незалежність подій. Приклади.
15. Які події називаються незалежними в сукупності?
16. Зв'язок між незалежністю в сукупності та попарною незалежністю подій.
17. Чи різняться незалежні та несумісні події?
18. Яку подію називають протилежною та як обчислити її ймовірність? Наведіть приклади
19. Запишіть формулу обчислення ймовірності появи хоча б однієї з  $n$  несумісних подій. Приклади.

20. Теорема додавання ймовірностей.
21. Який вигляд має формула повної ймовірності та яке її застосування? Приклади цієї формули.
22. Формули Байєса. Застосування та приклади цієї формули.
23. Послідовність випробувань за схемою Бернуллі. Запишіть формулу Бернуллі. Приклади.
24. Що називається найімовірнішим числом появ події  $A$  у випробуваннях Бернуллі та як його визначають?
25. Використання граничних теорем у схемі Бернуллі.
26. Як оцінюється ймовірність випадкової події через частоту її появи?
27. Дискретні випадкові величини. Якими способами задають закони їх розподілу? Приклади цих величин.
28. Означення функції розподілу дискретної випадкової величини та її основні властивості.
29. Як проконтролювати правильність побудови закону розподілу?
30. Як визначити числові характеристики дискретних випадкових величин? Властивості цих характеристик.
31. Приклади неперервних випадкових величин.
32. Означення функції розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин та її властивості.
33. Диференціальна функція розподілу та її властивості.
34. Числові характеристики неперервних випадкових величин та їх властивості.
35. Як обчислюється ймовірність потрапляння випадкової величини в інтервал  $(a, b)$  за допомогою інтегральної функції розподілу?
36. Означення системи двовимірних дискретних випадкових величин  $(X, Y)$ . Закони розподілу цих величин.
37. Що називається інтегральною та диференціальною функціями (щільністю) розподілу для системи двох випадкових величин  $(X, Y)$ ?
38. Що називається умовною щільністю ймовірностей випадкової величини  $Y$  при фіксованому  $X$  та величини  $X$  при фіксованому  $Y$ ?
39. Що називається умовним математичним сподіванням випадкової величини  $X$  при фіксованому  $Y$  та величини  $Y$  при фіксованому  $X$ ?
40. Що називається рівняннями регресії  $Y$  за  $X$  та  $X$  за  $Y$ ?
41. Що називається кореляційною матрицею системи випадкових величин? Приклад.
42. За якою формулою обчислюється математичне сподівання випадкової величини  $X$  для системи двох неперервних випадкових величин  $(X, Y)$ ? Приклад.
43. За якою формулою обчислюється дисперсія випадкової величини  $X$  для системи двох неперервних випадкових величин  $(X, Y)$ ?

44. За якою формулою обчислюється математичне сподівання випадкової величини  $Y$  для двох неперервних випадкових величин  $(X, Y)$ ?
45. За якою формулою обчислюється дисперсія випадкової величини  $Y$  для системи двох неперервних випадкових величин  $(X, Y)$ ?
46. За якою формулою обчислюється умовне математичне сподівання  $M(x/y)$ ?
47. За якою формулою обчислюється умовне математичне сподівання  $M(y/x)$ ?
48. За якою формулою обчислюється коефіцієнт кореляції для двох випадкових величин  $X$  та  $Y$ ?
49. Залежні та незалежні випадкові величини.
50. Приклад випадкової величини з біномним законом розподілу. Визначення числових характеристик випадкової величини, розподіленої за біномним законом.
51. Закон біномного розподілу рядом розподілу.
52. Накресліть многокутники біномного розподілу при  $n = 3$  і  $p = 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 0,8$ . Особливості цих многокутників.
53. Приклад випадкової величини, що розподіляється за законом Пуассона. Числові характеристики цієї випадкової величини.
54. Накресліть многокутники розподілу Пуассона при  $\lambda = 0,5; 1; 2; 3,5$ . Особливості цих многокутників.
55. Приклади випадкових величин, що мають гіпергеометричний закон розподілу ймовірностей.
56. Закон рівномірного розподілу ймовірностей випадкової величини. Чому дорівнюють числові характеристики рівномірно розподіленої випадкової величини?
57. Нормальний розподіл (Гаусса) та його значення в теорії ймовірностей.
58. Якими параметрами визначається нормальний закон розподілу? 12
59. Чому дорівнюють числові характеристики нормально розподілених випадкових величин?
60. Загальний вигляд нормального розподілу та його особливості.
61. Запишіть вираз ймовірності того, що нормально розподілена випадкова величина потрапить до заданого інтервалу  $a < X < b$ .
62. У чому полягає правило трьох сигм?
63. Показниковий розподіл та його значення в теорії ймовірностей.
64. Приклади застосування експоненціального закону розподілу.
65. Закон розподілу ймовірностей функції одного випадкового аргумента.
66. Закон розподілу ймовірностей функції двох випадкових аргументів.
67. Числові характеристики функцій випадкових аргументів (математичні сподівання, дисперсії, кореляційний момент).
68. За якою формулою обчислюється математичне сподівання для

- функції дискретного випадкового аргумента?
69. За якою формулою обчислюється математичне сподівання для функції неперервного випадкового аргумента?
  70. Сформулюйте та доведіть нерівність Чебишева та теорему Чебишева.
  71. Коли застосовують теорему Бернуллі?
  72. Граничні теореми, їх застосування в математичній статистиці.
  73. Означення випадкового процесу та його основні характеристики.
  74. Марковські ланцюги та їх класифікація.
  75. Поняття потоку подій та його властивості. Потік Пуассона та сфера його застосування.
  76. Генеральна та вибіркова сукупності та їх види. Приклади.
  77. Яка вибірка називається репрезентативною?
  78. Що таке статистичний ряд, варіанта, варіаційний ряд? Приклади.
  79. Дайте означення полігону частот. Як його побудувати? Приклади.
  80. Що таке гістограма частот, гістограма відносних частот та як їх будують?
  81. Вибіркове середнє, вибіркова дисперсія, середнє квадратичне відхилення та їх властивості.
  82. За якою формулою обчислюється дисперсія у практичних задачах? Приклад. 1
  83. Поняття статистичної оцінки.
  84. Що таке незміщеність, ефективність, спроможність, достатність статистичних оцінок?
  85. Оцінка числових характеристик (дисперсії, математичного сподівання) генеральної сукупності.
  86. Метод моментів для одержання спроможних оцінок параметрів (метод К. Пірсона).
  87. Означення логарифмічної функції правдоподібності.
  88. Метод максимальної правдоподібності (метод Р. Фішера).
  89. Які оцінки параметрів розподілу називаються інтервальними? Відмінності між точковим та інтервальним оцінюваннями.
  90. Як визначається довірчий інтервал для математичного сподівання при відомому та при невідомому  $\sigma$ ?
  91. Вибіркове рівняння регресії.
  92. Лінійна та нелінійна регресії.
  93. Структура кореляційної таблиці.
  94. Метод найменших квадратів розрахунку параметрів регресії.
  95. Що таке вибірковий коефіцієнт кореляції? Визначення та властивості.
  96. Коли кореляційну залежність називають нелінійною?
  97. Що таке статистична гіпотеза? Яка гіпотеза називається нульо-

вою, альтернативною (конкуруючою)?

98. Що називається статистичним критерієм та рівнем значущості критерію?

99. Перевірка гіпотези про вигляд розподілу.

100. Перевірка гіпотези про рівність двох нормальних розподілів.

## **10. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА**

Технічні засоби: проектор, екран, комп'ютер

Обладнання: набір для стримінгу – штатив, лампа, тримач телефону

Програмне забезпечення: Matlab, Mathematica.

## **11. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ**

### **Основна література**

1. Слюсарчук І.І. Теорія ймовірностей і математична статистика
2. Єлейко Я.І., Тріщ Б.М. Теорія ймовірностей. — Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2001.
3. Єлейко Я.І., Тріщ Б.М. Методичні вказівки до вивчення курсу „Теорія ймовірностей і математична статистика”. Основи вибіркового методу. — Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2001.
4. Бобик О.І., Берегова Г.І., Копитко Б.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. Львів: ЛБІ НБУ, 2003.

### **Допоміжна література**

5. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1977.
6. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2002.
7. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей з елементами математичної статистики. — К.: УМК ВО, 1991.
8. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.1. — К.: КНЕУ, 2000.
9. Кулініч Г.Л., Максименко Л.О., Плахотник В.В., Призва Г.Й. Вища математика: основні означення, приклади і задачі: У 2-х кн. — К.: Либідь, 1994. — Кн.1.
10. Tóth V.: Valószínűségszámítás, BMGE. Egyetemi jegyzet, 2001.

Інтернет ресурси

[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

[www.mathworld.com](http://www.mathworld.com)

[www.physics.org](http://www.physics.org)

**Результати перегляду  
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_ / 20\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_ / 20\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_ / 20\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_ / 20\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)