

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Декан факультету математики та  
цифрових технологій  
\_\_\_\_\_ /Маляр М.М./  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ОСНОВИ СУЧАСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

Рівень вищої освіти	<b>перший (бакалаврський) рівень</b>
Галузь знань	<b>01 Освіта/Педагогіка</b>
Спеціальність	<b>014 Середня освіта</b>
Предметна спеціальність (Спеціалізація)	<b>014.04 Середня освіта (Математика)</b>
Освітня програма	<b>Математика. Інформатика</b>
Статус дисципліни	<b>вибіркова</b>
Мова навчання	<b>українська</b>

Робоча програма навчальної дисципліни «**Основи сучасної геометрії**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **01 Освіта/Педагогіка** спеціальності **014 Середня освіта** предметної спеціальності (спеціалізації) **014.04 Середня освіта (Математика)** освітньої програми **Математика. Інформатика**.

**Розробник:** Семчишин Г.Я., старший викладач кафедри алгебри та диференціальних рівнянь

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри алгебри та диференціальних рівнянь

протокол №10 від « 01 » липня 2022 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Рейтій О.К.

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол №11 від « 01 » липня 2022 р.

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Юрченко Н.В.

© Семчишин Г.Я., 2022 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2022 р.

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування Показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 4	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 120	4-й	5-й
Кількість модулів – 2	Семестр:	Заїзд:
Тижневих годин для денної форми навчання:  аудиторних – 2,8  самостійної роботи студента – 3,9	7-й	1-й, 2-й, 3-й
	Лекції:	
	28 год.	6 год.
	Практичні (семінарські):	
	22 год.	8 год.
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні:	
	-	-
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота:	
	70 год.	106 год.

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Основи сучасної геометрії**» є забезпечення розвитку у майбутнього вчителя математики досить широкого погляду на геометрію і оволодіння ним знаннями, що дають змогу на високому рівні викладати математику в загальноосвітніх та профільних навчальних закладах, кваліфіковано проводити факультативні заняття з позицій сучасної геометрії.

Основним завданням вивчення навчальної дисципліни «**Основи сучасної геометрії**» є виклад відомостей про ті загальні ідеї і принципи, які лежать в основі побудови геометрії. Ця навчальна дисципліна узагальнює і об'єднує різні знання з геометричних дисциплін, що вивчались на молодших курсах, сприяє засвоєнню аксіоматичного методу в геометрії. При вивченні класичних систем аксіом евклідової геометрії дана дисципліна пов'язує їх з шкільним курсом геометрії. А також дозволяє ознайомитись з основними неевклідовими геометріями.

Відповідно до освітньої програми «**Математика. Інформатика**», вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

### **Загальні компетентності (ЗК):**

- здатність застосовувати знання на практиці (ЗК-2).

### **Професійні (фахові) компетентності (ПК):**

- здатність ефективно працювати в областях педагогіки, психології, математики та інформатики (ПК-1);
- здатність демонструвати глибокі знання з математики та інформатики (ПК-7);
- розуміння методів керівництва роботою з розвитку та використання у пізнавальній діяльності школярів проявів емоційної та вольової сфер, роботи творчої уяви в умовах конкретної педагогічної ситуації (ПК-9).

## 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «**Основи сучасної геометрії**» є опанування таких навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП):

- ННД 1.2.07 Аналітична геометрія
- ННД 1.3.06 Методика навчання математики
- ННД 1.3.08 Дискретна математика

## 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Математика. Інформатика**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

<b>Програмні результати навчання</b>	<b>Шифр ПРН</b>
знати основи наукових досліджень, педагогічної майстерності, методики розвитку особистості учня	ПРН 1
знати методики навчання математичних дисциплін	ПРН 2
знати навички логічного, послідовного й аргументованого викладу думки	ПРН 5
вміти вирішувати завдання, що відповідають його кваліфікації, зазначеної у освітньому стандарті	ПРН 8
вміти застосовувати отримані знання при вирішенні педагогічних, навчально-виховних і науково-методичних задач з урахуванням вікових й індивідуально-типологічних, соціально-психологічних особливостей учнівських колективів і конкретних педагогічних ситуацій	ПРН 9

вміти здійснювати процес навчання учнів середньої школи з орієнтацією на завдання навчання, виховання і розвитку особистості учнів, прищеплювати учням навички самостійного опанування й поповнення знань	ПРН 10
володіти основними поняттями математики, вміти використовувати математичний апарат при вивченні і кількісному описі реальних процесів і явищ, мати цілісне уявлення про математику як науку, її місце в сучасному світі і в системі наук	ПРН 15
здійснювати науково-дослідну і методичну діяльність	ПРН 16

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Основи сучасної геометрії**»:

<b>Очікувані результати навчання з дисципліни</b>	<b>Шифр ПРН</b>
знати історію розвитку геометрії як науки	ПРН 5
знати основні етапи розвитку аксіоматичного методу побудови геометрії	ПРН 1
знати системи аксіом Г. Вейля та Д. Гільберта евклідової геометрії	ПРН 8
знати сучасну аксіоматичну побудову евклідової геометрії на основі системи аксіом О.В. Погорєлова	ПРН 15
вміти доводити несуперечність, незалежність і повноту систем аксіом евклідової геометрії	ПРН 5
знати аксіоматику шкільного курсу геометрії	ПРН 9
вміти застосовувати аксіоми та теореми евклідової геометрії до розв'язування задач елементарної геометрії	ПРН 2
знати основні факти геометрії Лобачевського та геометрії Рімана	ПРН 16

## **5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ**

### **Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв'язування задач під час практичних занять;
- виконання індивідуальних завдань;
- модульні контрольні роботи;
- екзамен.

### **Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю: робота студента на практичному занятті (усна або письмова відповідь, враховується також виконання домашніх завдань), виконання студентом типових індивідуальних завдань.

Форма модульного контролю: письмова модульна контрольна робота.

Форма підсумкового семестрового контролю: усне опитування за екзаменаційним білетом, який складається з двох теоретичних питань та двох практичних завдань.

### **Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)**

<b>Поточне оцінювання та самостійна робота</b>					<b>Модульна контрольна робота</b>	<b>Сума</b>
T1	T2	T3	T4	T5	55	100
5	10	10	10	10		

T1, T2, ..., T5 – теми

## Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	55	100
25	10	10		

T1, T2, T3 – теми

## Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні заняття (відвідування та активність на занятті)	7	15	4	15
Індивідуальні завдання	2	30	2	30
Модульна контрольна робота	1	55	1	55
<b>Разом</b>		<b>100</b>		<b>100</b>

### Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Оцінювання індивідуальних завдань проводиться за наступним критерієм (у % від кількості балів, виділених на завдання із заокругленням до цілого числа):

- 0% - завдання не виконано;
- 40% - завдання виконано частково та містить суттєві недоліки;
- 60% - завдання виконано повністю, але містить суттєві недоліки;
- 80% - завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки;
- 100% - завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Протягом семестру проводиться дві модульні контрольні роботи. Кожна модульна контрольна робота складається з двох блоків.

Блок А. Теоретична частина (15 балів) складається з 15 тестових питань, на які потрібно дати правильну відповідь (обрати правильну відповідь з кількох запропонованих). Правильна відповідь на кожне тестове питання оцінюється в 1 бал.

Блок Б. Практична частина (40 балів) складається з 4 практичних завдань. Розв'язання кожного практичного завдання оцінюється в 10 балів:

- 7 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;
- 5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;
- 3 бали – якщо розв'язано вірно не менше 50% обсягу практичного завдання;
- 0 балів - якщо практичне завдання не розв'язано або розв'язано невірно.

### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Обов'язковою умовою допуску студента до підсумкового семестрового контролю є вчасне виконання індивідуальних завдань, а також сумарна кількість балів за кожен модуль – не менше 35 балів.

Підсумковий семестровий контроль поводить у вигляді екзамену, який представляє собою усне опитування за екзаменаційним білетом, який складається з двох теоретичних питань та двох практичних завдань. Максимальна оцінка за правильну відповідь на екзаменаційний білет становить 100 балів. Кожне з двох теоретичних питань та двох практичних завдань оцінюється в 25 балів.

## Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, диференційованого заліку, курсового проекту (роботи)	для заліку
<b>A</b>	90 – 100	<b>Відмінно</b>	<b>Зараховано</b>
<b>B</b>	82-89	<b>Добре</b>	
<b>C</b>	74-81	<b>Задовільно</b>	
<b>D</b>	64-73		
<b>E</b>	60-63		
<b>FX</b>	35-59	<b>Незадовільно</b> з можливістю повторного складання	<b>Незараховано</b> з можливістю повторного складання
<b>F</b>	0-34	<b>Незадовільно</b> з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	<b>Незараховано</b> з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### Критерій оцінювання з дисципліни

– **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

– **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

– **“добре” С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

– **“задовільно” D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “задовільно” виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

– **“задовільно” E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “достатньо” виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

– **“незадовільно” FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

– **“незадовільно” F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

## 6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 6.1. Зміст навчальної дисципліни

#### Модуль 1. Евклідова геометрія

##### Тема 1. Історичний нарис обґрунтування геометрії

Геометрія до Евкліда. «Початки» Евкліда. Критика системи Евкліда. П'ятий постулат Евкліда. Дослідження Саккері, Ламберта і Лежандра. Відкриття неевклідової геометрії.

##### Тема 2. Логічне обґрунтування геометрії

Розвиток аксіоматичного методу побудови геометрії. Система аксіом евклідової геометрії за Гільбертом. Різні шляхи обґрунтування геометрії. Система аксіом Вейля. Побудова евклідової геометрії за схемою Вейля.

##### Тема 3. Сучасна аксіоматична побудова евклідової геометрії

Аксіоми належності. Аксіоми порядку. Аксіоми міри для відрізків і кутів. Аксіома існування трикутника, рівного даному. Аксіома існування відрізка даної довжини. Аксіома паралельних. Просторові аксіоми.

##### Тема 4. Дослідження системи аксіом геометрії

Декартова реалізація системи аксіом евклідової геометрії (за О.В. Погореловим). Несуперечливість системи аксіом евклідової геометрії. Повнота системи аксіом евклідової геометрії. Незалежність аксіоми існування відрізка заданої довжини. Незалежність аксіоми паралельних. Арифметична реалізація векторної системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії. Несуперечливість системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії для простору  $TE_3$ . Незалежність системи аксіом Г. Вейля. Повнота системи аксіом Г. Вейля.

##### Тема 5. Аксіоматика шкільного курсу геометрії

Огляд різних підходів до аксіоматичної побудови шкільного курсу геометрії. Система аксіом Л.С. Атанасяна. Система аксіом О.Д. Александрова. Система аксіом О.В. Погорелова.

#### Модуль 2. Неевклідова геометрія

##### Тема 1. Елементи геометрії Лобачевського

Абсолютна геометрія і аксіома Лобачевського. Паралельні прямі на площині Лобачевського. Властивості прямих на площині Лобачевського. Функція Лобачевського. Властивості трикутників на площині Лобачевського. Поняття про евідистанту. Основні властивості евідистанти. Поняття про орицикл. Основні властивості орицикла. Теореми про серединні перпендикуляри сторін трикутника та наслідки з них. Доведення несуперечливості геометрії Лобачевського. Реалізація Бельтрамі-Клейна. Реалізація Пуанкаре.

##### Тема 2. Елементи сферичної геометрії

Основні поняття сферичної геометрії. Відстань між двома точками на сфері. Сферичні трикутники. Сума кутів сферичного трикутника. Площа сферичного трикутника. Зовнішній кут сферичного трикутника. Поняття руху та рівності на сфері.

##### Тема 3. Поняття про еліптична геометрія Рімана

Поняття про еліптичну геометрію Рімана. Несуперечливість планіметрії Рімана.



## 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	Форма навчання: денна				
	Усього	у тому числі			
Лекції		практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>Модуль 1. Евклідова геометрія</b>					
Тема 1. Історичний нарис обґрунтування геометрії	8	2	2		4
Тема 2. Логічне обґрунтування геометрії	20	4	4		12
Тема 3. Сучасна аксіоматична побудова евклідової геометрії	10	2	2		6
Тема 4. Дослідження системи аксіом геометрії	20	4	4		12
Тема 5. Аксіоматика шкільного курсу геометрії	10	2	2		6
Модульна контрольна робота	2	2			
Разом за модуль	70	16	14		40
<b>Модуль 2. Неевклідова геометрія</b>					
Тема 1. Елементи геометрії Лобачевського	24	6	4		14
Тема 2. Елементи сферичної геометрії	12	2	2		8
Тема 3. Поняття про еліптичну геометрію Рімана	12	2	2		8
Модульна контрольна робота	2	2			
Разом за модуль	50	12	8		30
<b>Разом за семестр</b>	<b>120</b>	<b>28</b>	<b>22</b>		<b>70</b>

## 6.3. Теми практичних (семінарських) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Історичний нарис обґрунтування геометрії.	2	-
2	Система аксіом евклідової геометрії за Гільбертом.	2	1
3	Система аксіом Вейля. Побудова евклідової геометрії за схемою Вейля.	2	1
4	Сучасна аксіоматична побудова евклідової геометрії.	2	1
5	Декартова реалізація системи аксіом евклідової геометрії (за О.В. Погореловим)	2	1
6	Арифметична реалізація векторної системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії	2	1
7	Аксіоматика шкільного курсу геометрії.	2	1
8	Модульна контрольна робота	2	-
9	Елементи геометрії Лобачевського.	6	1
10	Елементи сферичної геометрії.	2	0,5
11	Поняття про еліптичну геометрію Рімана.	2	0,5
12	Модульна контрольна робота	2	-
<b>Разом</b>		<b>28</b>	<b>8</b>

#### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Історичний нарис обґрунтування геометрії.	4	7
2	Логічне обґрунтування геометрії.	12	18
3	Сучасна аксіоматична побудова евклідової геометрії.	6	9
4	Дослідження системи аксіом геометрії.	12	18
5	Аксіоматика шкільного курсу геометрії.	6	9
6	Елементи геометрії Лобачевського.	14	21
7	Елементи сферичної геометрії.	8	12
8	Поняття про еліптичну геометрію Рімана.	8	12
	<b>Разом</b>	<b>70</b>	<b>106</b>

#### 7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Технічні засоби: комп'ютер та проектор для демонстрації презентацій лекцій.

#### 8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

##### Основна література

1. Александров А. Д. Основания геометрии: Учебное пособие для вузов. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 288 с.
2. Атанасян Л. С., Базылев В.Т. Геометрия. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. 2. Москва: Просвещение, 1987. 352 с.
3. Боровик В. Н., Яковець В. П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. 464 с.
4. Погорелов А. В. Геометрии. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. 288 с.
5. Погорелов А. В. Основания геометрии. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 152 с.

##### Допоміжна література

1. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 7 кл. закладів заг. серед. освіти. Харків: Гімназія, 2020. 240 с.
2. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. закладів заг. серед. освіти. Харків: Гімназія, 2021. 208 с.
3. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. з поглибл. вивч. математики закладів заг. серед. освіти. Харків: Гімназія, 2021. 224 с.
4. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків: Гімназія, 2017. 240 с.
5. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків: Гімназія, 2017. 304 с.
6. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 240 с.

7. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: початок вивч. на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 272 с.

8. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2019. 204 с.

9. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Геометрія: початок вивч. на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2019. 240 с.

10. Погорелов О. В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. загальноосвіт. навч. закл. 7-те вид. Київ: Школяр, 2004. 240 с.

11. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: підруч. для 10–11 кл. серед. шк. 6-те вид. Київ: Освіта, 2001. 128 с.

### **Інформаційні ресурси в мережі Інтернет**

1. <http://e-learn.uzhnu.edu.ua> – сайт електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

2. <http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library.php> – електронна бібліотека механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

3. <http://www.nbuv.gov.ua> – Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.