

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан ФМЦТ

_____ /Маляр М. М./
« _____ » _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика
Статус дисципліни	вибіркова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Ланцюгові дроби та їх застосування» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика** спеціальності **111 Математика** освітньої програми «Математика».

Розробник:

Рего В. Л., старший викладач кафедри алгебри та диференціальних рівнянь

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри
алгебри та диференціальних рівнянь

протокол № 10 від 1 липня 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Рейтій О. К.

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № 11 від 1 липня 2022 р.

Голова науково-методичної комісії _____ Юрченко Н. В.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 3	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 90	4-й	–
Кількість модулів – 1	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 2 самостійної роботи студента – 2,5	8-й	–
	Лекції:	
	22 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	14 год.	–
Вид підсумкового контролю: залік	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	54 год.	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Ланцюгові дроби та їх застосування» є дати здобувачам вищої освіти знання основ теорії ланцюгових дробів, навчити їх застосовувати теоретичний матеріал на практиці, зокрема знаходити значення підхідних дробів за прямим та оберненим рекурентними алгоритмами, вміти розкладати числа в ланцюгові дроби, інтерполювати функції однієї та двох змінних ланцюговими дробами.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

здатність спілкуватися (першою) рідною мовою, вміння правильно, логічно, ясно будувати своє усне й писемне мовлення (ЗК-03);

здатність вчитися і бути сучасно навченим, до самоосвіти, постійного підвищення кваліфікації (ЗК-04);

здатність у процесі навчання та при самостійній підготовці до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, здатність використовувати інформаційні та комунікаційні технології (ЗК-05);

вміння спілкуватися із нефахівцями, певні навички викладання (ЗК-08);

володіти глибокими знаннями елементарної математики та здатність їх чіткого застосування до вирішення проблем (ФК-01);

здатність до логічного математичного мислення (ФК-03);

здатність до вибору та застосування відповідних математичних процесів (ФК-06);

здатність до оформлення експериментальних та емпіричних досліджень, а також аналізу даних, отриманих від них (ФК-07);

здатність використовувати комп'ютери для математичного дослідження та отримання додаткової інформації (ФК-08);

здатність до представлення своїх математичних аргументів, за допомогою відповідних позначень та висновків щодо них з точністю та чіткістю (ФК-12).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Ланцюгові дроби та їх застосування» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми (у дужках вказані шифри дисциплін згідно з освітньою програмою «Математика», затвердженою в 2016 році):

- OK-5 Математичний аналіз функції однієї змінної (ННД 1.02.01)
- OK-6 Математичний аналіз функцій багатьох змінних (ННД 1.02.02)
- OK-7 Алгебра (ННД 1.02.03)
- OK-9 Алгебра і теорія чисел (ННД 1.02.05)
- OK-10 Диференціальні рівняння (ННД 1.02.06)
- OK-19 Функціональний аналіз (ННД 1.03.10)

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Математика», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Здатність продемонструвати знання та розуміння основного комплексу знань за навчальною програмою. Рівень знань цих основ повинен бути базовим, тобто рівнем, необхідним для роботи в традиційних сферах застосування, але не настільки високим, щоб виконувати дослідження на сучасному етапі науки.	ПРН-01
Здатність продемонструвати знання та розуміння розділів математики, таких як: математичний аналіз, алгебра, диференціальні рівняння, аналітична геометрія, теорія ймовірностей, функціональний аналіз, топологія та інші.	ПРН-02
Здатність до образного мислення, вміння моделювати та розв'язувати поставлені задачі аналітичним методом в різних областях математики та практики, бути підготовленим до використання в подальших навчальних курсах, розвиток логічного та аналітичного мислення, вміння обґрунтовувати та чітко формулювати висновки.	ПРН-06
Базові знання та розуміння спеціальних розділів на вибір студента: теорія крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь, чисельно-аналітичні методи в теорії звичайних диференціальних рівнянь, крайові задачі з параметром, асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь, аналітичні методи наближеного інтегрування диференціальних рівнянь в частинних похідних, ланцюгові дроби та їх застосування.	ПРН-13

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Ланцюгові дроби та їх застосування»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знання. Запам'ятовування та відтворення базових термінів, принципів і методів теорії ланцюгових дробів: будова ланцюгових дробів, основні рекурентні співвідношення, перетворення ланцюгових дробів, їх властивості та ознаки збіжності.	ПРН-01
Розуміння. Здатність подавати словесні формулювання теорії ланцюгових дробів у математичній формі й навпаки, прогнозувати майбутні розв'язки задач на підставі наявних даних.	ПРН-13

<p>Застосування. Уміння: а) використовувати вивчений матеріал для знаходження підхідних дробів, розкладу чисел та функцій у ланцюгові дроби; б) самостійно розв'язувати задачі теорії ланцюгових дробів у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.</p>	<p>ПРН-01</p> <p>ПРН-06</p>
<p>Аналіз. Здатність: а) до виділення окремих змістових розділів теорії ланцюгових дробів, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії ланцюгових дробів; б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці результатами у рамках обмеженого часу.</p>	<p>ПРН-13</p> <p>ПРН-06</p>
<p>Оцінка. Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії ланцюгових дробів, засновувати свої судження й умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.</p>	<p>ПРН-06</p>
<p>Синтез. Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії ланцюгових дробів, щоб обрати найдоцільніший шлях знаходження підхідних дробів, розкладу чисел у ланцюгові дроби, інтерполювання функцій ланцюговими дробами.</p>	<p>ПРН-02</p>

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- поточні самостійні роботи;
- модульна контрольна робота;
- залік.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмова контрольна робота.

Форми підсумкового семестрового контролю: залік.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-4	T5-8	60	100
20	20		

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	8	40
Модульна контрольна робота	1	60
Разом		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 2 завдань: теоретичне і розрахункове або ж два розрахункові. У випадку теоретичного й розрахункового завдань обидва завдання оцінюються по 30 балів. Якщо контрольна робота містить два розрахункові завдання, то завдання, рівні за ступенем складності, оцінюються однаковою кількістю балів (по 30); завдання різної складності оцінюються в межах 20-25 та 35-40 балів.

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— **«А»** («зараховано», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **«В»** («зараховано», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою за-

вдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «**C**» («зараховано», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» («зараховано», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**D**» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**E**» («зараховано», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**E**» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**FХ**» («незараховано», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «**F**» («незараховано», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «зараховано» (**E**).

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Тема 1. Основні поняття та означення теорії ланцюгових дробів.

Тема 2. Основні рекурентні співвідношення. Обернений рекурентний алгоритм.

Тема 3. Перетворення ланцюгових дробів. Правильні ланцюгові дроби та їх властивості.

Тема 4. Рівноцінні й відповідні ланцюгові дроби. Метод Вісковатова та метод Аппеля.

Тема 5. Теорема Коха. Ознака Зейделя. Достатні ознаки збіжності ланцюгових дробів.

Тема 6. Основне диференціальне рівняння. Розклад функцій у ланцюгові дроби.

Тема 7. Інтерполяційні ланцюгові дроби.

Тема 8. Двовимірні інтерполяційні ланцюгові дроби.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	у тому числі					
	Усього	лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
8-й семестр						
Модуль 1						
1. Основні поняття та означення теорії ланцюгових дробів.		2	2			6
2. Основні рекурентні співвідношення. Обернений рекурентний алгоритм.		2	2			6
3. Перетворення ланцюгових дробів. Правильні ланцюгові дроби та їх властивості.		2	2			6
4. Рівноцінні й відповідні ланцюгові дроби. Метод Вісковатова та метод Аппеля.		2	2			6
5. Теорема Коха. Ознака Зейделя. Достатні ознаки збіжності ланцюгових дробів.		4				6

6. Основне диференціальне рівняння. Розклад функцій у ланцюгові дроби.		2	2			8
7. Інтерполяційні ланцюгові дроби.		4	1			8
8. Двовимірні інтерполяційні ланцюгові дроби.		4	1			8
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		22	14			54
Разом за семестр		22	14			54

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Будова ланцюгових дробів.	2
2	Основні рекурентні співвідношення.	2
3	Перетворення ланцюгових дробів.	2
4	Метод Вісковатова та метод Аппеля.	2
5	Розклад функцій у ланцюгові дроби.	2
6	Інтерполяційні ланцюгові дроби.	2
7	Модульна контрольна робота.	2
Разом		14

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	30
2	Підготовка до заліку	24
Разом		54

6.5. Індивідуальні завдання

Програмою навчальної дисципліни індивідуальні завдання не передбачені.

Орієнтовний перелік питань до заліку:

1. Означення ланцюгового дроби та підхідного дроби.
2. Основні рекурентні співвідношення.
3. Обернений рекурентний алгоритм.
4. Перетворення дробів.
5. Властивості правильних ланцюгових дробів.
6. Рівноцінні та відповідні ланцюгові дроби.
7. Основні ознаки збіжності. Різні види збіжності.
8. Теорема Коха.

9. Ознака Зейделя.
10. Достатні ознаки збіжності ланцюгових дробів із додатними членами.
11. Основне диференціальне рівняння.
12. Розклади функцій у ланцюговий дріб (степенева, логарифмічна, показникова функції).
13. Розклади функцій у ланцюговий дріб (інші функції).
14. Формула Тіле.
15. Формули для чисельника і знаменника підхідних дробів.
16. Формула різниці між підхідними дробами.
17. Еквівалентні перетворення гіллястих ланцюгових дробів.
18. Двовимірні ланцюгові дроби. Основні означення.
19. Обернені двовимірні ланцюгові дроби.
20. Формула Ейлера-Міндінга.
21. Двовимірні інтерполяційні ланцюгові дроби (Кучмінської-Койт, С-дріб).
22. Обернені двовимірні ланцюгові дроби (обернений Кучмінської-Койт, обернений С-дріб).

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. *Боднар Д. И.* Ветвящиеся цепные дроби. – К.: Наукова думка, 1986. – 176 с.
2. *Пагіря М. М.* Наближення функцій ланцюговими дробами. – Ужгород: Гражда, 2016. – 412 с.
3. *A. Cuyt, V. Brevik Petersen, B. Verdonk, H. Waadeland, W. B. Jones.* Handbook of Continued Fractions for Special Functions. – Springer, 2008. – 432 p.

Допоміжна література

1. *Пагіря М.М.* Інтерполювання функцій однієї змінної. – Ужгород: УжДУ, 1998. – 35 с.
2. Методи та моделі управління складними системами: колективна монографія / За редакцією д. е. н., проф. Л.М. Буяк // О.П. Адамів, О.С. Башуцька, Д.І. Боднар, Л.М. Буяк, О.Г. Возняк, І.В. Данилюк, Л.В. Дума, А.Я. Мушак, Р.М. Пасічник, К.М. Пришляк, Н.Г. Хома. – Тернопіль: ВПЦ «Університет-ська думка», 2021. – 471 с.
3. *Джоунс У., Трон В.* Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения. Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 141 с.
4. *Скоробогатько В.Я.* Теория ветвящихся дробей и её применение в вычислительной математике. – М.: Наука, 1983. – 312 с.
5. *Хинчин А.Я.* Цепные дроби. – М.: Наука, 1978. – 112 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. https://uk.wikipedia.org/wiki/Ланцюговий_дріб
2. <https://uchika.in.ua/lancyugovi-drobi-ta-yih-vikoristannya.html>
3. <https://studfile.net/preview/7442059/page:7/> (перетворення чисел у ланцюговий дріб)
4. <https://www.istoriya.in.ua/istoriya-rozvitku-lancyugovih-drobiv-ta-yih-zastosuvannya-v3.html> (історія розвитку ланцюгових дробів та їх застосування)

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)