

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Декан фізичного факультету
_____ /Лазур В. Ю./
« ____ » _____ 2021 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО І ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ**

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	10 Природничі науки
Спеціальність	104 Фізика та астрономія
Освітня програма	Фізика та астрономія
Статус дисципліни	вибіркова
Мова навчання	українська

Ужгород 2021

Робоча програма навчальної дисципліни «**ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО І ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика та астрономія** освітньої програми **Фізика та астрономія**

Розробники: Боярищева Т. В., канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *теорії ймовірностей і математичного аналізу*

протокол № ___ від «___» _____ 2021 р.

Завідувач кафедри _____ Сливка-Тилищак Г. І.

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол № __ від «__» _____ 2021 р.

Голова науково-методичної комісії _____.

© Боярищева Т. В. 2021 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2021 р.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	Денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 3	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 90	2
Кількість модулів – 2	Семестр:
Тижневих годин: 2	3
	Лекції:
	28 год.
	Практичні (семінарські):
	16 год.
Вид підсумкового контролю: семестровий	Лабораторні:
	не передбачено
Форма підсумкового контролю: залік	Самостійна робота:
	46 год.

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Основи векторного і тензорного аналізу**» є формування теоретичних знань, умінь і практичних навичок розв'язування задач теорії поля, векторного аналізу та основ тензорного аналізу.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни для здобувачів вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика та астрономія** освітньої програми **Фізика та астрономія** сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

Загальні компетентності:

ЗК-01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-03. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.

Професійні (фахові) компетентності:

ФК-01. Навички обчислень, зокрема усних, тотожних перетворень виразів, вибору раціональних методів і способів обчислень, перетворень, ефективного використання технічних засобів; здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час розрахунків.

ФК-02. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.

ФК-03. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.

ФК-04. Здатність проводити математичні доведення на базі аксіоматичного підходу, спроможність відрізнати правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

ФК-05. Здатність до кількісного мислення.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами для вивчення курсу основ векторного і тензорного аналізу є оволодіння курсами з алгебри і аналітичної геометрії та математичного аналізу.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Основи векторного і тензорного аналізу**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика і астрономія** освітньої програми **Фізика і астрономія** таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати сучасні тенденції в математиці.	ПРН-1
Відтворювати базові знання фундаментальних розділів комп'ютерної математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії.	ПРН-4
Розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями.	ПРН-10.
Розв'язувати математичні задачі аналізу даних; застосовувати загальні	ПРН-11

математичні моделі для специфічних ситуацій; управляти інформацією та переводити її у зручний формат; знання комп'ютерного забезпечення статистичного аналізу даних	
---	--

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика і астрономія** освітньої програми **Фізика і астрономія** після опанування навчальної дисципліни «**Основи векторного і тензорного аналізу**»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
<p>Знати:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні поняття векторної і тензорної алгебри. 2. Закон перетворення компонент тензора. Приклади тензорів другого рангу та їх застосування. 3. Операції над тензорами. 4. Криволінійні координати та основні ортогональні системи координат. 5. Поняття тензорного поля та скалярного і векторного полів як його окремих випадків, основні характеристики скалярного і векторного полів: градієнт, потік, циркуляція, дивергенція, ротор. 6. Теорема Остроградського-Гаусса і Стокса у векторному вигляді. 7. Спеціальні векторні поля та їх властивості. 	ПРН-3
<p>Знаходити та будувати поверхні рівня скалярного поля та векторні лінії векторного поля. Виконувати диференціальні операції векторного аналізу у прямокутній декартовій та криволінійних системах координат.</p>	ПРН-1
<p>Знаходити потік та циркуляцію векторного та тензорного полів в ортогональних системах. Застосовувати інтегральні теореми векторного і тензорного аналізу. Знаходити скалярні та векторні потенціали спеціальних векторних полів.</p>	ПРН-4

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв'язування задач під час практичних занять;
- індивідуальні домашні завдання;
- 2 модульні контрольні роботи;
- підсумковий семестровий залік.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: написання та захист студентами індивідуальних домашніх завдань, написання самостійних робіт під час практичних занять.

Форма модульного контролю: письмовий.

Форма підсумкового семестрового контролю: залік.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульні контрольні роботи розраховані на 90 хвилин. Загальна оцінка модульних контрольних робіт – 100 балів.

В модульній контрольній роботі використовуються різні форми завдань, що дозволяє перевірити знання і вміння студентів: визначення понять, теоретичні та практичні завдання.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (20 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 10 балів:

10 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (30 балів)

Блок практичних завдань складається з 4 завдань. Одне завдання оцінюється в 7,5 балів :

7,5 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3,5 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Письмовий залік розрахований на 60 хвилин. Загальна оцінка виконаних завдань – 100 балів.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (45 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань.

45 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

20 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (55 балів)

Блок практичних завдань складається з 5 завдань. Одне завдання оцінюється в 11 балів :

11 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

8 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

5 балів – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)	для заліку	
A	90 – 100	5	Відмінно	Зараховано
B	82-89	4	Добре	
C	74-81			
D	64-73			
E	60-63	3	Задовільно	
FX	35-59	2	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано з можливістю повторного складання

F	1-34	1	<i>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>	<i>Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>
----------	------	---	---	--

Критерій оцінювання з дисципліни

— **"відмінно" А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **"добре" В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **"добре" С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **"задовільно" D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "задовільно" виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"задовільно" E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "достатньо" виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **"незадовільно" FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **"незадовільно" F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1.

Скалярні поля. Види симетрії скалярних полів. Лінії рівня. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.

Векторні поля. Види симетрії векторних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція і її фізичний зміст для деяких полів. Циркуляція. Ротор. Потенціальне та соленоїдальне поле.

Оператор Гамільтона («набла»). Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.

Криволінійні ортогональні координати. Параметри Ламе. Запис основних диференціальних операцій теорії поля в криволінійних ортогональних координатах.

Модуль 2.

Скалярні і векторні величини, їх властивості; дії над ними. Вільні, зв'язані, ковзаючі вектори.

Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.

Базис векторного простору. Перехід від одного ортонормованого базису до іншого.

Поняття тензора та його рангу.

Зв'язок між тензорами та полілінійними формами.

Тензор деформацій. Тензор напруг. Тензор відносних зміщень.

Алгебраїчні операції над тензорами. Згортка.

Симетричні та антисиметричні тензори.

Поле тензора.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
СЕМЕСТР 3						
Модуль 1						
Скалярні поля. Види симетрії скалярних полів. Лінії рівня. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.	12	4	2	-	-	6
Векторні поля. Види симетрії векторних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція і її фізичний зміст для деяких полів. Циркуляція. Ротор. Потенціальне та соленоїдальне поле.	12	4	2	-	-	6
Оператор Гамільтона («набла»). Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	8	2	2	-	-	4
Криволінійні ортогональні координати. Параметри Ламе. Запис основних диференціальних операцій теорії поля в криволінійних ортогональних координатах.	12	4	2	-	-	6
Модульна контрольна робота				-	-	
Разом за модуль	44	14	8	-	-	22
Модуль 2						
Скалярні і векторні величини, їх властивості; дії над ними. Вільні, зв'язані, ковзаючі вектори. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.	7	2	1	-	-	4
Базис векторного простору. Перехід від одного ортонормованого базису до іншого. Поняття тензора та його рангу.	12	4	2	-	-	6
Зв'язок між тензорами та полілінійними формами. Тензор деформацій. Тензор напруг. Тензор відносних зміщень	12	4	2	-	-	6

Алгебраїчні операції над тензорами. Згортка. Симетричні та антисиметричні тензори.	7	2	1	-	-	4
Поле тензора.	8	2	2	-	-	4
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль	46	14	8	-	-	24
Разом за семестр	90	28	16	-	-	46

6.3. Теми практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	Скалярні поля. Види симетрії скалярних полів. Лінії рівня. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.	2
2	Векторні поля. Види симетрії векторних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція і її фізичний зміст для деяких полів. Циркуляція. Ротор. Потенціальне та соленоїдальне поле.	2
3	Оператор Гамільтона («набла»). Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	2
4	Криволінійні ортогональні координати. Параметри Ламе. Запис основних диференціальних операцій теорії поля в криволінійних ортогональних координатах.	2
5	Скалярні і векторні величини, їх властивості; дії над ними. Вільні, зв'язані, ковзаючі вектори. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.	1
6	Базис векторного простору. Перехід від одного ортонормованого базису до іншого. Поняття тензора та його рангу.	2
7	Зв'язок між тензорами та полілінійними формами. Тензор деформацій. Тензор напруг. Тензор відносних зміщень	2
8	Алгебраїчні операції над тензорами. Згортка. Симетричні та антисиметричні тензори.	1
9	Поле тензора.	2
Всього		16

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	Скалярні поля. Види симетрії скалярних полів. Лінії рівня. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.	6
2	Векторні поля. Види симетрії векторних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Потік векторного поля через поверхню. Дивергенція і її фізичний зміст для деяких полів. Циркуляція. Ротор. Потенціальне та соленоїдальне поле.	6
3	Оператор Гамільтона («набла»). Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	4
4	Криволінійні ортогональні координати. Параметри Ламе. Запис основних	6

	диференціальних операцій теорії поля в криволінійних ортогональних координатах.	
5	Скалярні і векторні величини, їх властивості; дії над ними. Вільні, зв'язані, ковзаючі вектори. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.	4
6	Базис векторного простору. Перехід від одного ортонормованого базису до іншого. Поняття тензора та його рангу.	6
7	Зв'язок між тензорами та полілінійними формами. Тензор деформацій. Тензор напруг. Тензор відносних зміщень	6
8	Алгебраїчні операції над тензорами. Згортка. Симетричні та антисиметричні тензори.	4
9	Поле тензора.	4
Всього		46

6.5. Індивідуальні завдання

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” індивідуальне навчально-дослідне завдання не передбачено.

7. Орієнтований перелік питань до заліку

Змістовий модуль 1. Елементи теорії поля.

1. Скалярні поля. Види симетрії скалярних полів. Лінії рівня.
2. Похідна за напрямом і градієнт скалярного поля.
3. Векторні поля. Види симетрії векторних полів. Векторні лінії і векторні трубки.
4. Потік векторного поля через поверхню.
5. Дивергенція і її фізичний зміст для деяких полів.
6. Циркуляція векторного поля вздовж лінії.
7. Ротор.
8. Потенціальне та соленоїдальне поле.
9. Оператор Гамільтона («набла»).
10. Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.
11. Криволінійні ортогональні координати. Параметри Ламе.
12. Запис основних диференціальних операцій теорії поля в криволінійних ортогональних координатах.

Змістовий модуль 2. Тензорний аналіз.

1. Скалярні і векторні величини, їх властивості; дії над ними. Вільні, зв'язані, ковзаючі вектори.
2. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.
3. Базис векторного простору. Перехід від одного ортонормованого базису до іншого.
4. Поняття тензора та його рангу.
5. Зв'язок між тензорами та полілінійними формами.
6. Тензор деформацій.
7. Тензор напруг.
8. Тензор відносних зміщень.
9. Алгебраїчні операції над тензорами.
10. Згортка тензорів.
11. Симетричні та антисиметричні тензори. Розклад тензора на симетричний і антисиметричний.
12. Поле тензора.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основні

1. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – Х.: Высшая школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 216с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974. – 296с.
3. Будаков Б. В., Фомин С. В. Кратные интегралы и ряды. -- М.: Наука, 1967. – 608с.
4. Лиман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2005. – 84 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <http://www.nbuv.gov.ua> – Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.
2. <http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library.php> – електронна бібліотека механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
3. <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/> – Електронний репозитарій ДВНЗ "УжНУ"

...

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20 ___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20 ___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20 ___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20 ___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)