

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**



ТВЕРДЖУЮ»

Декан фізичного факультету

/Лазур В. Ю./

«30» _червня_ 2022 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	10 Природничі науки
Спеціальність	104 Фізика та астрономія
Освітня програма	Фізика та астрономія
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Ужгород 2022

Робоча програма навчальної дисципліни «**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика та астрономія** освітньої програми **Фізика та астрономія**

Розробники: Боярищева Т. В., канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *теорії ймовірностей і математичного аналізу*

протокол № 10 від «_28_» _червня_ 2022 р.

Завідувач кафедри _____  Сливка-Тилищак Г. І.

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол № _8_ від «30» червня 2022 р.

Голова науково-методичної комісії _____  Мулеса О.Ю.

© Боярищева Т. В. 2022 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2022 р.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	Денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 13,5	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 405	1-2
Кількість модулів – 6	Семестр:
Тижневих годин: 1 семестр: 4, 2 семестр: 5, 3 семестр: 3	1-2-3
	Лекції:
	106 год.
	Практичні (семінарські):
	78 год.
Вид підсумкового контролю: семестровий	Лабораторні:
	не передбачено
Форма підсумкового контролю: екзамен	Самостійна робота:
	191 год.

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**» є формування теоретичних знань, умінь і практичних навичок розв'язування задач математичного аналізу, теорії функцій однієї та багатьох змінних, диференціального та інтегрального числення функції однієї та багатьох змінних, теорії числових, функціональних та степеневих рядів, рядів Фур'є, основних розділів комплексного аналізу.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни для здобувачів вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика та астрономія** освітньої програми **Фізика та астрономія** сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

Інтегральна компетентність: Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

K02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

K03. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій..

Професійні (фахові) компетентності:

K17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

K18. Здатність оцінювати порядок величин у різних дослідженнях, так само як точності та значимості результатів.

K20. Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв'язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем.

K21. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами для вивчення курсу математичного аналізу є оволодіння шкільними курсами з алгебри і початків аналізу та геометрії.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Математичний аналіз**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика і астрономія** освітньої програми **Фізика і астрономія** таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати сучасні тенденції в математиці.	ПРН-1
Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	ПР4
Мати базові навички проведення теоретичних та/або експериментальних наукових досліджень з окремих спеціальних розділів фізики або астрономії, що виконуються індивідуально (автономно) та/або у складі наукової групи.	ПР9
Мати навички роботи із сучасною обчислювальною технікою, вміти	ПР16

використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач, комп'ютерного моделювання фізичних та астрономічних явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів.	
---	--

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика і астрономія** освітньої програми **Фізика і астрономія** після опанування навчальної дисципліни «Математичний аналіз»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Здобувач має знати елементи теорії множин, дії над множинами, їх властивості; методи доведення тверджень з теорії множин, вміти знаходити границі числових послідовностей та функцій, досліджувати функцію на неперервність у точці та на множині.	ПР4
Здобувач має знати теорію диференціального числення функції однієї та багатьох змінних та застосування похідних для дослідження плоских і просторових кривих; теорію інтегрального числення функції однієї та багатьох змінних (невизначені, визначені, невластні, подвійні, потрійні, кратні та криволінійні інтеграли, поверхневі інтеграли); теорію рядів Фур'є.	ПР4
Здобувач має вміти знаходити частинні похідні першого та вищих порядків явно заданої функції, похідні складених та неявних функцій, повні диференціали першого і другого порядків функції двох аргументів; знаходити безумовні й умовні екстремуми функції, найбільше та найменше значення функції в обмеженій замкненій області; будувати рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні; обчислювати інтеграли Ейлера, застосовувати їх до розв'язування задач; зводити подвійний, потрійний, криволінійний і поверхневий інтеграли до визначених інтегралів і обчислювати їх; використовувати при обчисленні кратних інтегралів полярні, циліндричні і сферичні координати	ПР4
Здобувач має отримати базові навички проведення теоретичних досліджень з окремих спеціальних розділів фізики або астрономії, що виконуються індивідуально (автономно) та/або у складі наукової групи.	ПР9
Здобувач має отримати навички роботи із обчислювальною технікою, навчитися використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач.	ПР16

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв'язування задач під час практичних занять;
- індивідуальні домашні завдання;
- 6 модульних контрольних робіт;
- підсумкові семестрові екзамени.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: написання та захист студентами індивідуальних домашніх завдань, написання самостійних робіт під час практичних занять.

Форма модульного контролю: письмовий.

Форма підсумкового семестрового контролю: екзамен.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульні контрольні роботи розраховані на 90 хвилин. Загальна оцінка модульних контрольних робіт – 100 балів.

В модульній контрольній роботі використовуються різні форми завдань, що дозволяє перевірити знання і вміння студентів: визначення понять, теоретичні та практичні завдання.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (20 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в **10 балів**:

10 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (30 балів)

Блок практичних завдань складається з 4 завдань. Одне завдання оцінюється в 7,5 балів :

7,5 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3,5 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Письмовий екзамен розрахований на 60 хвилин. Загальна оцінка виконаних завдань – 100 балів.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (45 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань.

45 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

20 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (55 балів)

Блок практичних завдань складається з 5 завдань. Одне завдання оцінюється в 11 балів :

11 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

8 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

5 балів – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Шкала ЄКТС	Диференційована шкала	Недиференційована шкала	Мін.бал-макс.бал
A	Відмінно	Зараховано	90-100
B	Добре		82-89
C			74-81
D			64-73
E	Задовільно		60-63
Fx	Незадовільно	Не зараховано	35-59
F			0-34

Критерії оцінювання з дисципліни

— **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **“добре” С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **“задовільно” D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “задовільно” виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **“задовільно” E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “достатньо” виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **“незадовільно” FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **“незадовільно” F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Семестр 1

Модуль 1.

Властивості множин раціональних та дійсних чисел. Аксиома Архімеда. Принцип вкладених відрізків. Обмежені знизу, зверху числові множини. Точна нижня, верхня межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі обмеженої числової множини. Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності. Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність обмеженої монотонної послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Леми про граничну точку послідовності. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші. Різні означення границі функції. Еквівалентність різних означень. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Властивості границі функції у точці. Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація. Неперервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Перша та друга теореми Вейєрштрасса про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Перша та друга теореми Больцано-Коші про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Елементарні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.

Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Похідні елементарних функцій (виведення формул). Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій). Основні правила диференціювання функцій. Похідна складної функції. Похідна степенево-показникової функції. Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення.

Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули. Правило Лопітала. Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.

Модуль 2.

Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів. Метод заміни змінної. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами. Прості дробі та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості. Метод Остроградського. Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера. Інтегрування тригонометричних виразів.

Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів. Теорема про середнє значення. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.

Поняття квадровності плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа

криволінійного сектора. Поняття довжини дуги кривої. Поняття кубовності тіла. Означення циліндра та ступінчастого тіла. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Маса і центр ваги неоднорідного стержня. Робота змінної сили. Статичні моменти і центр ваги кривої. Статичні моменти і центр ваги плоскої фігури.

Семестр 2

Модуль 1.

Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій. Збіжність невластивих інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле). Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластивих інтегралах. Головне значення невластного інтеграла.

Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних.

Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямом, градієнт. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.

Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Теорема про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних. Теореми про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних та для випадку функції двох змінних. Теорема про існування і диференційовність неявної функції. Обчислення часткових похідних першого порядку неявно заданої функції. Обчислення часткових похідних другого порядку неявно заданої функції. Поняття умовного екстремума функції багатьох змінних.

Поняття числового ряду, приклади. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Основні теореми. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості. Арифметичні операції над збіжними рядами. Безмежні добутки, основні теореми. Функціональні послідовності і ряди. Почленне інтегрування та диференціювання рядів. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Модуль 2.

Поняття невластивих інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Пуассона. Властивості β -функції. Властивості γ -функції.

Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Властивості інтегровних функцій і подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області. Деякі фізичні застосування подвійних інтегралів. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.

Поняття потрійного інтеграла. Умови існування потрійного інтегралу. Властивості інтегровних функцій і потрійних інтегралів. Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Обчислення потрійного інтегралу. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.

Поняття криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійного інтегралу першого роду, його обчислення. Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контура. Орієнтація площини. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів. Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів. Умови незалежності криволінійного інтеграла від

шляху. Інтеграл по замкнутому контуру. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.

Семестр 3

Модуль 1.

Поверхневі інтеграли. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору. Площа кривої поверхні. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів. Загальний випадок зведення поверхневого інтеграла до подвійного. Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла. Формула Стокса. Формула Остроградського.

Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.

Модуль 2.

Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Модуль і аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корінь n степеня з комплексного числа.

Границя послідовності комплексних чисел. Властивості. Ряди з комплексних чисел, абсолютна і умовна збіжність.

Функції комплексної змінної, однолисті, багатозначні функції, виділення однозначної вітки.

Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної. Рівномірна неперервність.

Степенева функція і корінь. Показникова функція. Тригонометричні функції властивості.

Логарифмічна функція, загальна степенева функція, обернено тригонометричні функції.

Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Основні формули і правила диференціювання.

Інтеграл від функції комплексної змінної, властивості. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.

Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Властивості рівномірної збіжності функціональних послідовностей. Функціональні ряди, рівномірна збіжність. Властивості рівномірної збіжності функціональних рядів.

Степеневі ряди. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара. Рівномірна збіжність степеневих рядів, властивості. Ряди Тейлора.

Узагальнені степеневі ряди. Область збіжності. Теорема Лорана про розклад функції в ряд Лорана.

Нулі аналітичних функцій. Властивості нулів. Особливі точки аналітичних функцій.

Лишки. Формули для обчислення лишків відносно полюса. Обчислення визначеного інтегралу за допомогою лишків. Обчислення невластивих інтегралів за допомогою лишків.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
СЕМЕСТР 1						
Модуль 1						
Властивості множин раціональних та дійсних чисел. Аксиома Архімеда. Принцип вкладених відрізків. Обмежені знизу, зверху числові множини. Точна нижня, верхня межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі обмеженої числової множини.	6	2	1	-	-	3
Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності.	8	2	2	-	-	4
Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність обмеженої монотонної послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Леми про граничну точку послідовності. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	8	2	2	-	-	4
Різні означення границі функції. Еквівалентність різних означень. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Властивості границі функції у точці.	5	1	1	-	-	3
Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.	8	2	2	-	-	4
Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація. Неперервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Перша та друга теореми Вейерштрасса про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Перша та друга теореми Больцано-Коші про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Елементарні властивості неперервних	6	2	1	-	-	3

функцій. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.						
Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Похідні елементарних функцій (виведення формул). Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій). Основні правила диференціювання функцій. Похідна складної функції. Похідна степенево-показникової функції.	9	2	2	-	-	5
Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків.	6	2	1	-	-	3
Основні теореми диференціального числення. Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули. Правило Лопітала.	7	2	1	-	-	4
Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.	5	1	1	-	-	3
Модульна контрольна робота				-	-	
Разом за модуль	68	18	14	-	-	36
Модуль 2						
Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів.	8	2	2	-	-	4
Метод заміни змінної. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами.	8	2	2	-	-	4
Прості дроби та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості. Метод Остроградського.	9	2	2	-	-	5
Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	8	2	2	-	-	4
Інтегрування тригонометричних виразів.	8	2	2	-	-	4
Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів.	6	2	1	-	-	4
Теорема про середнє значення. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.	8	2	2	-	-	4
Поняття квадровності плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Поняття довжини	4	1	1	-	-	2

дуги кривої.						
Поняття кубовності тіла. Означення циліндра та ступінчастого тіла. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.	6	2	1	-	-	3
Робота змінної сили. Статичні моменти і центр ваги кривої. Статичні моменти і центр ваги плоскої фігури.	5	1	1	-	-	3
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль	70	18	16	-	-	36
Разом за семестр	138	36	30	-	-	72
СЕМЕСТР 2						
Модуль 1						
Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій. Збіжність невластивих інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле).	6	2	1	-	-	3
Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластивих інтегралах. Головне значення невластного інтеграла.	8	2	2	-	-	4
Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних. Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції.	10	3	2	-	-	5
Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямом, градієнт. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	10	3	2	-	-	5
Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Теорема про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних. Теореми про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних та для випадку функції двох змінних.	7	3	1	-	-	4
Поняття числового ряду, приклади. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Основні теореми. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.	9	3	2	-	-	4
Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості. Арифметичні операції над збіжними рядами. Безмежні добутки, основні теореми.	10	3	2	-	-	5
Функціональні послідовності і ряди. Почленне інтегрування та диференціювання рядів.	7	1	2	-	-	4
Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.	8	2	2	-	-	4

Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.						
Модульна контрольна робота				-	-	-
Разом за модуль	75	22	16	-	-	37
Модуль 2						
Поняття невластних інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Пуассона. Властивості β -функції. Властивості γ -функції.	12	4	2	-	-	6
Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Властивості інтегровних функцій і подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області.	10	3	2	-	-	5
Деякі фізичні застосування подвійних інтегралів. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.	8	2	2	-	-	4
Поняття потрійного інтеграла. Умови існування потрійного інтегралу. Властивості інтегровних функцій і потрійних інтегралів.	7	2	1	-	-	4
Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Обчислення потрійного інтегралу. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.	8	2	2	-	-	4
Поняття криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійного інтегралу першого роду, його обчислення.	6	1	2	-	-	3
Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контура. Орієнтація площини. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.	8	2	2	-	-	4
Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Інтеграли по замкнутому контуру. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.	7	2	1	-	-	4
Модульна контрольна робота				-	-	
Разом за модуль	66	18	14	-	-	34
Разом за семестр	141	40	30	-	-	71
Всього	300	88	60	-	-	152
СЕМЕСТР 3						
Модуль 1						
Поверхневі інтеграли. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору. Площа кривої поверхні. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного.	10	4	2	-	-	5
Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-	12	4	2	-	-	6

го родів.						
Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла. Формула Стокса. Формула Остроградського.	9	3	1	-	-	5
Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій.. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є.	10	3	2	-	-	5
Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.	6	2	1	-	-	3
Модульна контрольна робота				-	-	-
Разом за модуль	48	16	8	-	-	24
Модуль 2						
Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Модуль і аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корінь n степеня з комплексного числа.	8	2	2	-	-	4
Границя послідовності комплексних чисел. Властивості. Ряди з комплексних чисел, абсолютна і умовна збіжність.	4	1	1	-	-	2
Функції комплексної змінної, однолисті, багатозначні функції, виділення однозначної вітки. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної. Рівномірна неперервність. Степенева функція і корінь. Показникова функція. Тригонометричні функції властивості. Логарифмічна функція, загальна степенева функція, обернено тригонометричні функції.	8	2	2	-	-	4
Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Основні формули і правила диференціювання.	6	2	1	-	-	3
Інтеграл від функції комплексної змінної, властивості. Теорема Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.	4	1	1	-	-	2
Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Властивості рівномірної збіжності функціональних послідовностей. Функціональні ряди, рівномірна збіжність. Властивості рівномірної збіжності функціональних рядів.	6	2	1	-	-	3
Степеневі ряди. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара. Рівномірна збіжність степеневого ряду, властивості. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Область збіжності. Теорема Лорана про розклад функції в ряд Лорана.	6	2	1	-	-	3

Нулі аналітичних функцій. Властивості нулів. Особливі точки аналітичних функцій.						
Лишки. Формули для обчислення лишків відносно полюса. Обчислення визначеного інтегралу за допомогою лишків. Обчислення невластивих інтегралів за допомогою лишків.	6	2	1	-	-	3
Модульна контрольна робота				-	-	
Разом за модуль	48	14	10	-	-	24
Разом за семестр	96	30	18	-	-	48
Всього	375	106	78	-	-	191

6.3. Теми практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	Властивості множин раціональних та дійсних чисел. Аксиома Архімеда. Принцип вкладених відрізків. Обмежені знизу, зверху числові множини. Точна нижня, верхня межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі обмеженої числової множини.	1
2	Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності.	2
3	Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність обмеженої монотонної послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Леми про граничну точку послідовності. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	2
4	Різні означення границі функції. Еквівалентність різних означень. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Властивості границі функції у точці.	1
5	Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.	2
6	Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація. Неперервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Перша та друга теореми Вейєрштрасса про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Перша та друга теореми Больцано-Коші про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Елементарні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	1
7	Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Похідні елементарних функцій (виведення формул). Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій). Основні правила диференціювання функцій. Похідна складної функції. Похідна степеневопоказникової функції.	2
8	Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій. Похідні вищих порядків. Формула	1

	Лейбніца. Диференціали вищих порядків.	
9	Основні теореми диференціального числення. Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули. Правило Лопітала.	1
10	Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.	1
11	Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів.	2
12	Метод заміни змінної. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами	.2
13	.Прості дробі та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості. Метод Остроградського.	2
14	Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	2
15	Інтегрування тригонометричних виразів.	2
16	Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів.	1
17	Теорема про середнє значення. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.	2
18	Поняття кватровності плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Поняття довжини дуги кривої.	1
19	Поняття кубовності тіла. Означення циліндра та ступінчастого тіла. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.	1
20	Робота змінної сили. Статичні моменти і центр ваги кривої. Статичні моменти і центр ваги плоскої фігури.	1
Разом за семестр		30
2 семестр		
1	Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій. Збіжність невластних інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле).	1
2	Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластних інтегралів 2-го роду. Теореми про збіжність невластних інтегралів 2-го роду. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластних інтегралах. Головне значення невластного інтеграла.	2
3	Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції п змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних. Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції.	2
4	Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямом, градієнт. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	2
5	Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Теорема про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних. Теореми про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних та для випадку функції двох змінних.	1

6	Поняття числового ряду, приклади. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Основні теореми. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.	2
7	Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості. Арифметичні операції над збіжними рядами. Безмежні добутки, основні теореми.	2
8	Функціональні послідовності і ряди. Почленне інтегрування та диференціювання рядів.	2
9	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	2
10	Поняття невластивих інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Пуассона. Властивості β -функції. Властивості γ -функції.	2
11	Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Властивості інтегровних функцій і подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області.	2
12	Деякі фізичні застосування подвійних інтегралів. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.	2
13	Поняття потрійного інтеграла. Умови існування потрійного інтегралу. Властивості інтегровних функцій і потрійних інтегралів.	1
14	Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Обчислення потрійного інтегралу. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.	2
15	Поняття криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійного інтегралу першого роду, його обчислення.	2
16	Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контура. Орієнтація площини. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.	2
17	Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Інтеграли по замкнутому контуру. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.	1
Разом за семестр		30
3 семестр		
1	Поверхневі інтеграли. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору. Площа кривої поверхні. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного.	2
2	Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів.	2
3	Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла. Формула Стокса. Формула Остроградського.	1
4	Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій.. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є.	2
5	Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.	1

6	Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Модуль і аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корінь n степеня з комплексного числа.	2
7	Границя послідовності комплексних чисел. Властивості. Ряди з комплексних чисел, абсолютна і умовна збіжність.	1
8	Функції комплексної змінної, однолисті, багатозначні функції, виділення однозначної гілки. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної. Рівномірна неперервність. Степенева функція і корінь. Показникова функція. Тригонометричні функції властивості. Логарифмічна функція, загальна степенева функція, обернено тригонометричні функції.	2
9	Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Основні формули і правила диференціювання.	1
10	Інтеграл від функції комплексної змінної, властивості. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.	1
11	Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Властивості рівномірної збіжності функціональних послідовностей. Функціональні ряди, рівномірна збіжність. Властивості рівномірної збіжності функціональних рядів.	1
12	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара. Рівномірна збіжність степеневого ряду, властивості. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Область збіжності. Теорема Лорана про розклад функції в ряд Лорана. Нулі аналітичних функцій. Властивості нулів. Особливі точки аналітичних функцій.	1
13	Лишки. Формули для обчислення лишків відносно полюса. Обчислення визначеного інтегралу за допомогою лишків. Обчислення невластивих інтегралів за допомогою лишків.	1
Всього за семестр		18
Всього		78

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	Властивості множин раціональних та дійсних чисел. Аксиома Архімеда. Принцип вкладених відрізків. Обмежені знизу, зверху числові множини. Точна нижня, верхня межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі обмеженої числової множини.	3
2	Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності.	4
3	Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність обмеженої монотонної послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Леми про граничну точку послідовності. Фундаментальні	4

	послідовності. Критерій Коші.	
4	Різні означення границі функції. Еквівалентність різних означень. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Властивості границі функції у точці.	3
5	Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.	4
6	Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація. Неperервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Перша та друга теореми Вейерштрасса про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Перша та друга теореми Больцано-Коші про властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Елементарні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	3
7	Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Похідні елементарних функцій (виведення формул). Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій). Основні правила диференціювання функцій. Похідна складної функції. Похідна степеневопоказникової функції.	5
8	Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків.	3
9	Основні теореми диференціального числення. Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули. Правило Лопітала.	4
10	Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.	3
11	Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів.	4
12	Метод заміни змінної. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами	4
13	.Прості дроби та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості. Метод Остроградського.	5
14	Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	4
15	Інтегрування тригонометричних виразів.	4
16	Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів.	4
17	Теорема про середнє значення. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.	4
18	Поняття кватровності плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Поняття довжини дуги кривої.	2
19	Поняття кубовності тіла. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.	3
20	Робота змінної сили. Статичні моменти і центр ваги кривої. Статичні	3

	моменти і центр ваги плоскої фігури.	
Разом за семестр		72
2 семестр		
1	Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій. Збіжність невластивих інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле).	3
2	Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Теореми про збіжність невластивих інтегралів 2-го роду. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластивих інтегралах. Головне значення невластного інтеграла.	4
3	Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних. Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції.	5
4	Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямом, градієнт. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	5
5	Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Теорема про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних. Теореми про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних та для випадку функції двох змінних.	4
6	Поняття числового ряду, приклади. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Основні теореми. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.	4
7	Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості. Арифметичні операції над збіжними рядами. Безмежні добутки, основні теореми.	5
8	Функціональні послідовності і ряди. Почленне інтегрування та диференціювання рядів.	4
9	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	4
10	Поняття невластивих інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Пуассона. Властивості β -функції. Властивості γ -функції.	6
11	Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Властивості інтегровних функцій і подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області.	5
12	Деякі фізичні застосування подвійних інтегралів. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.	4
13	Поняття потрійного інтеграла. Умови існування потрійного інтегралу. Властивості інтегровних функцій і потрійних інтегралів.	4
14	Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Обчислення потрійного інтегралу. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.	4
15	Поняття криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійного інтегралу першого роду, його обчислення.	3
16	Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контура.	4

	Орієнтація площини. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.	
17	Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Інтеграли по замкнутому контуру. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.	4
Разом за семестр		71
3 семестр		
1	Поверхневі інтеграли. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору. Площа кривої поверхні. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного.	5
2	Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів.	6
3	Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла. Формула Стокса. Формула Остроградського.	5
4	Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій.. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є.	5
5	Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.	3
6	Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Модуль і аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корінь n степеня з комплексного числа.	4
7	Границя послідовності комплексних чисел. Властивості. Ряди з комплексних чисел, абсолютна і умовна збіжність.	2
8	Функції комплексної змінної, однолисті, багатозначні функції, виділення однозначної гілки. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної. Рівномірна неперервність. Степенева функція і корінь. Показникова функція. Тригонометричні функції властивості. Логарифмічна функція, загальна степенева функція, обернено тригонометричні функції.	4
9	Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Основні формули і правила диференціювання.	3
10	Інтеграл від функції комплексної змінної, властивості. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.	2
11	Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Властивості рівномірної збіжності функціональних послідовностей. Функціональні ряди, рівномірна збіжність. Властивості рівномірної збіжності функціональних рядів.	3
12	Степенові ряди. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара. Рівномірна збіжність степеневих рядів, властивості. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Область збіжності. Теорема Лорана про розклад функції в ряд Лорана. Нулі аналітичних функцій. Властивості нулів. Особливі точки аналітичних функцій.	3
13	Лишки. Формули для обчислення лишків відносно полюса. Обчислення визначеного інтегралу за допомогою лишків. Обчислення невластивих інтегралів за допомогою лишків.	3

	Всього за семестр	48
	Всього	191

7. Орієнтований перелік питань до екзамену

Семестр 1

Змістовий модуль 1. Числові множини. Послідовності. Границя і неперервність функції. Похідні і диференціали.

1. Властивості множин раціональних та дійсних чисел. Аксиома Архімеда. Принцип вкладених відрізків.
2. Обмежені знизу, зверху числові множини. Властивості.
3. Точна нижня, верхня межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі обмеженої числової множини.
4. Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності.
5. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей.
6. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності.
7. Теорема про обмеженість збіжної послідовності. Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями.
8. Граничний перехід у нерівностях.
9. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність обмеженої монотонної послідовності.
10. Число e .
11. Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Леми про граничну точку послідовності.
12. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.
13. Різні означення границі функції. Еквівалентність різних означень.
14. Арифметичні операції над функціями, які мають границі.
15. Односторонні границі функцій.
16. Властивості границі функції у точці.
17. Перша важлива границя та наслідки з неї.
18. Друга важлива границя та наслідки з неї.
19. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.
20. Неперервність функції в точці.
21. Точки розриву та їх класифікація.
22. Неперервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції.
23. Перша та друга теореми Вейерштрасса про властивості неперервної функції, заданої на відрізку.
24. Перша та друга теореми Больцано-Коші про властивості неперервної функції, заданої на відрізку.
25. Елементарні властивості неперервних функцій.
26. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.
27. Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної.
28. Односторонні похідні функцій.
29. Похідні елементарних функцій.
30. Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій).
31. Основні правила диференціювання функцій.
32. Похідна складної функції.
33. Похідна степенево-показникової функції.

34. Диференціал функції.
35. Диференціал складної функції.
36. Диференціювання параметрично заданих функцій.
37. Похідні вищих порядків.
38. Диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.
39. Основні теореми диференціального числення.
40. Формула Тейлора.
41. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора.
42. Правило Лопітала.
43. Умови сталості та монотонності функцій.
44. Необхідна та достатні умови локального екстремуму.
45. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину.
46. Асимптоти.

Змістовий модуль 2. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл та його застосування.

1. Первісна і невизначений інтеграл.
2. Основні властивості невизначеного інтегралу.
3. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів.
4. Метод заміни змінної.
5. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами.
6. Прості дроби та їх інтегрування.
7. Теорема про розклад правильних дробів на прості.
8. Метод Остроградського.
9. Інтегрування ірраціональних виразів.
10. Підстановки Чебишева.
11. Підстановки Ейлера.
12. Інтегрування тригонометричних виразів.
13. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу.
14. Означення визначеного інтеграла.
15. Суми Дарбу та їх властивості.
16. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій.
17. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів. Теорема про середнє значення.
18. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення.
19. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.
20. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.
21. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих.
22. Площа криволінійного сектора.
23. Поняття довжини дуги кривої.
24. Об'єм тіла обертання.
25. Площа поверхні обертання. Маса і центр ваги неоднорідного стержня.
26. Робота змінної сили.
27. Статичні моменти і центр ваги кривої.
28. Статичні моменти і центр ваги плоскої фігури.

Семестр 2

Змістовий модуль 1. Невласні інтеграли. Ряди.

1. Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості.
2. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій.
3. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів 1-го роду, наслідки.
4. Ознаки Абеля та Діріхле збіжності невластних інтегралів 1-го роду.
5. Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластних інтегралів 2-го роду.

6. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластних інтегралах.
7. Головне значення невластного інтеграла.
8. Поняття функції кількох змінних. Область збіжності і множина значень.
9. Границя і неперервність функції n змінних.
10. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних.
11. Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції.
12. Інваріантність форми першого диференціала.
13. Похідна за напрямом, градієнт.
14. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків.
15. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.
16. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних.
17. Теорема про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних.
18. Теорема про існування і диференційовність неявної функції.
19. Обчислення часткових похідних першого порядку неявно заданої функції.
20. Обчислення часткових похідних другого порядку неявно заданої функції.
21. Поняття умовного екстремума функції багатьох змінних.
22. Поняття числового ряду, приклади. Необхідна умова збіжності числового ряду.
23. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки.
24. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів.
25. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе.
26. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.
27. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості.
28. Арифметичні операції над збіжними рядами.
29. Безмежні добутки, основні теореми.
30. Функціональні послідовності і ряди.
31. Почленне інтегрування та диференціювання рядів.
32. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
33. Ряд Тейлора.
34. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.

Змістовий модуль 2. Інтеграли, залежні від параметра. Кратні та криволінійні інтеграли.

1. Поняття невластних інтегралів, залежних від параметра.
2. γ -функція, її означення і властивості
3. β -функція, її означення і властивості .
4. Інтеграл Пуассона.
5. Подвійний інтеграл. Означення і умови існування.
6. Суми Дарбу і їх властивості.
7. Властивості інтегрованих функцій і подвійних інтегралів.
8. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області.
9. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області.
10. Фізичні застосування подвійних інтегралів.
11. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.
12. Поняття потрійного інтеграла.
13. Умови існування потрійного інтегралу.
14. Властивості інтегрованих функцій і потрійних інтегралів.
15. Геометричні застосування потрійних інтегралів.
16. Механічні застосування потрійних інтегралів.
17. Зведення потрійного інтегралу до повторного.
18. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.
19. Поняття криволінійного інтеграла першого роду.

20. Властивості криволінійного інтегралу першого роду, його обчислення.
21. Поняття криволінійного інтеграла другого роду.
22. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду.
23. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.
24. Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів.
25. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху.
26. Інтеграли по замкнутому контуру.
27. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.

Семестр 3

Змістовий модуль 1. Поверхневі інтеграли. Ряди та інтеграли Фур'є.

1. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору.
2. Поверхневий інтеграл 1-го роду: означення, властивості.
3. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного.
4. Поверхневий інтеграл 2-го роду: означення, властивості.
5. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів.
6. Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла.
7. Формула Стокса.
8. Формула Остроградського.
9. Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є.
10. Ортогональні системи функцій.
11. Розклад функції в ряд Фур'є по косинусах або синусах.
12. Рівномірна збіжність рядів Фур'є.
13. Інтеграл Фур'є.
14. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.

Змістовий модуль 2. Елементи комплексного аналізу.

1. Комплексні числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
2. Модуль і аргумент комплексного числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі.
3. Формула Муавра.
4. Корінь n степеня з комплексного числа.
5. Границя послідовності комплексних чисел. Властивості.
6. Ряди з комплексних чисел, абсолютна і умовна збіжність.
7. Функції комплексної змінної, означення.
8. Однолисті, багатозначні функції, виділення однозначної вітки.
9. Границя функції комплексної змінної.
10. Неперервність функції комплексної змінної. Рівномірна неперервність.
11. Степенева функція і корінь.
12. Показникова функція.
13. Тригонометричні функції.
14. Логарифмічна функція.
15. Обернені тригонометричні функції.
16. Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції.
17. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші-Рімана.
18. Основні формули і правила диференціювання.
19. Інтеграл від функції комплексної змінної, властивості.
20. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.
21. Функціональні послідовності.

22. Рівномірна збіжність функціональної послідовності. Властивості рівномірної збіжності функціональних послідовностей.
23. Функціональні ряди, рівномірна збіжність. Властивості рівномірної збіжності функціональних рядів.
24. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Теорема Коші-Адамара.
25. Рівномірна збіжність степеневих рядів, властивості.
26. Ряди Тейлора.
27. Узагальнені степеневі ряди. Область збіжності.
28. Теорема Лорана про розклад функції в ряд Лорана.
29. Нулі аналітичних функцій. Властивості нулів.
30. Особливі точки аналітичних функцій.
31. Лишки. Формули для обчислення лишок відносно полюса.
32. Обчислення визначеного інтегралу за допомогою лишок. Обчислення невластивих інтегралів за допомогою лишок.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основні

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1, 2. – К.: Вища шк., 1990.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Ч. 1, 2.– К.: Либідь, 1993.
3. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика. – К: Либідь, 2010.
4. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2-х ч.: Навчальний посібник для студентів вузів / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник та ін. – К: Вища школа, 2003. – Ч. 1, 2.
5. Синявська О. О., Слюсарчук П. В. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для студентів спеціальностей математика, прикладна математика, статистика. – Ужгород, 2015. – 70 с.
6. В.Г. Самойленко, В.А. Бородін, Г.В. Верьовкіна, А.В. Ловейкін, І.Б. Романенко Комплексний аналіз. Приклади і задачі. КНУ ім. Т.Г. Шевченка, 2010.- 223 с.
7. Павлова Л.В., Редькіна О.І. Теорія аналітичних функцій. Збірник задач. задач.-К.: Вища школа, 1994.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <http://www.nbuv.gov.ua> – Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.
2. <http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library.php> – електронна бібліотека механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
3. <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/> – Електронний репозитарій ДВНЗ "УжНУ".

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20____ / 20____ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ____).
(потрібне підкреслити)

протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20____ / 20____ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ____).
(потрібне підкреслити)

протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20____ / 20____ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ____).
(потрібне підкреслити)

протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20____ / 20____ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ____).
(потрібне підкреслити)

протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)