

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

РІЗАК В.М., ЖИХАРЄВ В.М.,
КОВАЧ Є.Т., СЕМАК Д.Г., ГОРВАТ А.А.

***МЕХАНІКА,
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА
І ТЕРМОДИНАМІКА***

(ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ)

УЖГОРОД - 2001

МЕХАНІКА, МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА.

Фізичний практикум: Навчальний посібник/ РІЗАК В.М., ЖИХАРЄВ В.М.,
КОВАЧ Є.Т., СЕМАК Д.Г., ГОРВАТ А.А. - Ужгород, УжНУ, 2001, -131 с.

Рецензент: доктор фізико-математичних наук, професор Попик Ю.В.
доктор фізико-математичних наук Маслюк В.Т.

У посібнику наведено опис лабораторних робіт, які відповідають курсу “МЕХАНІКА, МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА” дисципліни “Загальна фізика” для фізичних факультетів університетів.
Для студентів фізичних спеціальностей вищих закладів освіти.

© 2001. РІЗАК В.М., ЖИХАРЄВ В.М.,
КОВАЧ Є.Т., СЕМАК Д.Г., ГОРВАТ А.А.

Вступ

Оскільки курс “Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка” є експериментальним, він повинен ознайомити студента з основними методами спостережень, вимірювань і експериментування. Тому курс супроводжується лабораторними заняттями в загальному фізичному практикумі.

Нижче наводимо тематику лабораторних занять.

1. Вступ, організаційні питання, правила техніки безпеки, значення фізичного експерименту. Загальна характеристика фізичних вимірювань. Систематичні похибки вимірювань та методи їх виявлення і усунення.

2. Основи теорії випадкових похибок вимірювань: прямі вимірювання. Лабораторна робота №1. **Експериментальне визначення функцій розподілу випадкових величин.**

3. Основи теорії випадкових похибок вимірювань: непрямі вимірювання. Аналітична обробка результатів вимірювань з допомогою мікроЕОМ, на яких можна програмувати.

4. Об'єднання систематичних і випадкових похибок. Лабораторна робота №2. **Вимірювання лінійних розмірів і визначення об'ємів твердих тіл.**

5. Графічна обробка експериментальних результатів. Лабораторна робота №3. **Вивчення систематичних і випадкових похибок на прикладі вимірювання питомого опору ніхромової дротини.**

6. Необхідне число вимірювань. Похибка похибки. Повторення матеріалу з теорії похибок. **Контрольна робота.**

7. Лабораторна робота №4. **Визначення модуля Юнга за розтягом дротини та прогином стержня.**

8. Лабораторна робота №5. **Визначення моментів інерції та перевірка теореми Гюйгенса-Штейнера методом крутильних коливань.**

9. Лабораторна робота №6. **Вивчення коливань зв'язаних систем.**

10. Лабораторна робота №7. **Вивчення законів збереження за допомогою зіткнення тіл.**

11. Лабораторна робота №8. **Визначення постійної Больцмана.**

12. Лабораторна робота №9. **Визначення термічного коефіцієнта тиску за допомогою газового термометра.**

13. Лабораторна робота №10. **Вимірювання температури і перевірка термометрів.**

14. Лабораторна робота №11. **Визначення коефіцієнта в'язкості рідини.**

15. Лабораторна робота №12. **Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини.**

16. Лабораторна робота №13. **Визначення теплоти плавлення кристалічних тіл методом спостереження за швидкістю охолодження.**

17. Лабораторна робота №14. **Визначення концентрації розчинених домішок шляхом вимірювання електропровідності.**

18. Лабораторна робота №15. **Визначення коефіцієнта лінійного розширення твердих тіл.**

19. Лабораторна робота №16. **Визначення температурної залежності теплоємності металів.**

20. Лабораторна робота №17. **Визначення питомої теплоти пароутворення рідкого азоту.**

21. Лабораторна робота №18. **Визначення відношення C_p/C_v акустичним методом.**

Мета проведення лабораторних занять - ознайомлення з основними методиками вимірювання фізичних величин, приладами і установками, набуття навиків проведення експерименту й обробки експериментальних результатів, поглиблення знань і розуміння суті фізичних понять і законів.

Завдання проведення лабораторних робіт. В результаті проведення лабораторних занять студент повинен :

- знати суть фізичних законів і понять, основи експериментальних методик, їх чутливість і точність, основи теорії похибок.

- вміти критично аналізувати і виконувати всі етапи лабораторної роботи, вірно використовувати методи наближених обчислень, найбільш поширені засоби обчислювальної техніки для підрахунку результатів експериментальних вимірювань, робити виводи формул абсолютної і відносної похибок для різних випадків, правильно оформляти одержані експериментальні результати і звіт про виконану роботу, скласти коротке резюме по кожному завданню.

Підготовка до лабораторних робіт, їх виконання, оформлення звітів передбачають велику самостійну роботу як вдома, так і при роботі в лабораторії. Перш ніж приступити до виконання лабораторної роботи, студент повинен підготувати теоретичні питання, що запропоновані у методичному посібнику до даної лабораторної роботи, вивести робочі формули, вміти оцінити похибки вимірювань. Після допуску викладачем до виконання роботи студент зобов'язаний вести чітко записи в робочому зошиті і на протязі заняття не тільки виконати вимірювання по лабораторній роботі, але й провести обчислення вимірюваної величини і оцінити похибку вимірювань. Під час самопідготовки студент оформляє звіт про виконану лабораторну роботу і знайомиться з установками, методичними матеріалами по наступній лабораторній роботі, вивчає теоретичний матеріал, готує таблиці і схеми в робочому зошиті, виводить робочі формули і формули для похибок вимірювань, складає програми розрахунків на ЕОМ.

Нижче приводимо основні вимоги до підготовки і оформлення звіту про лабораторну роботу.

1. **Підготовка до лабораторної роботи.** В робочому зошиті повинні бути записи (в довільній формі) по наступних пунктах:

- *назва роботи;*

- відповіді на теоретичні питання, знання яких необхідне для виконання роботи;
- опис експериментальної установки;
- робочі формули та їх вивід;
- формули для оцінки похибок вимірювань та їх вивід;
- таблиця для запису результатів вимірювань.

Всі розрахунки виконуються в робочому зошиті протягом лабораторного заняття.

2. Порядок допуску до виконання лабораторної роботи. До виконання роботи студент допускається, якщо він:

- вивчив явища, закони, які досліджуються чи застосовуються в даній лабораторній роботі;
- знає методику експерименту, хід виконання роботи;
- оформив звіт про лабораторну роботу, виконану на попередньому занятті;
- захистив всі виконані попередні роботи (має заборгованість не більше, ніж із двох робіт).

3. Оформлення звіту про виконану роботу. Звіт про лабораторну роботу виконується студентом в окремому зошиті протоколів лабораторних робіт після виконання роботи згідно наступної схеми:

- назва роботи;
- мета роботи;
- використані матеріали і прилади;
- короткі теоретичні відомості про явища, що вивчаються в роботі;
- опис і схема установки;
- хід виконання роботи;
- кінцевий результат вимірювань і оцінка похибок вимірювань;
- аналіз одержаних результатів і висновки.

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК

1. Вимірювання фізичних величин, обробка результатів вимірювання.

Основу науково-технічних знань становлять вимірювання. Про значення вимірювань дуже вдало висловився Д.І. Менделєєв: "Наука починається... з того часу, коли починають вимірювати...". Вимірювання мають важливе значення і у практичному житті людини. Завдяки вимірюванням кількісно характеризуються властивості фізичних об'єктів, мірою яких є фізична величина. Згідно державної системи стандартів: "Фізична величина - це властивість, спільна в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів (фізичних систем, їхніх станів та процесів, що в них відбуваються), але в кількісному відношенні - індивідуальна для кожного об'єкта. "Вимірювання - знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів".

Технічні засоби, які використовуються для вимірювань і мають нормовані метрологічні властивості, називаються засобами вимірювання. Їх поділяють на міри (міра маси - гиря, міра довжини - лінійка), вимірювальні прилади (мікромметр, штангенциркуль, амперметр і т.д.), вимірювальні установки (наприклад, місток Уїтстона), вимірювальні системи.

Кожному фізичному об'єкту властиве певне значення фізичної величини. Значення, яке ідеально відтворює властивості даного об'єкта в кількісному та в якісному відношенні, називають істинним значенням фізичної величини. Істинні значення не залежать від засобів нашого пізнання і є тією абсолютною істиною, до якої ми прагнемо, намагаючись виразити їх у вигляді чисел. Істинне значення величини ми можемо оцінити експериментальним шляхом за допомогою засобів вимірювання. Значення величини, знайдене вимірюваннями, називають результатом вимірювання. Результат вимірювання - це продукт нашого пізнання, наближена оцінка істинного значення величини. Він залежить не лише від самого значення величини, яку оцінюють, але і від засобів вимірювання, методів вимірювання, від навичок і властивостей органів чуття експериментатора.

Величина, яка характеризує відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини є однією з найважливіших характеристик вимірювання і називається похибкою вимірювань.

Якщо x - результат вимірювання, а x_0 - істинне значення вимірюваної величини, то різниця між ними виражає так звану абсолютну похибку:

$$\Delta x = x - x_0. \quad (1)$$

Всі вимірювання поділяються на такі види: **прямі, посередні, сукупні та спільні.**

Прямі вимірювання – шукане значення величини знаходять безпосередньо з дослідних даних порівнянням з мірою цієї величини чи безпосередньо за відліковим пристроєм вимірювального приладу.

Посередні вимірювання - це такі вимірювання, результат яких знаходять на основі прямих вимірювань величин, пов'язаних з вимірюваною величиною відомою аналітичною (графічною чи табличною) залежністю.

Сукупні вимірювання - це такі, коли виконуються одночасно вимірювання кількох однойменних величин, за якими шукані значення величин знаходять розв'язуванням системи рівнянь, знайдених при прямих вимірюваннях різних комбінацій цих величин.

Спільні вимірювання - це такі, в результаті яких одночасно вимірюють кілька неоднойменних величин для визначення залежності між ними. В залежності від умов проведення експерименту вимірювання поділяють на рівноточні (умови при проведенні дослідів залишаються незмінними) і нерівноточні.

2. Види похибок вимірювань.

Мета вимірювання – знаходження результату вимірювання (наближеної оцінки істинного значення фізичної величини) та оцінка його відхилення від істинного значення. Характеризує це відхилення абсолютна похибка, яка визначається формулою (1).

Оскільки x_0 (істинне значення) невідоме, то його замінюють дійсним значенням X , яке знаходять на експерименті і яке найкраще наближається до істинного. Тоді похибку обчислюють за формулою:

$$\Delta x = x - X. \quad (2)$$

Найпростіше ця формула використовується в тих випадках, коли відоме X . Наприклад, при встановленні похибок засобів вимірювання при їх перевірці-при повірці засобів вимірювання. Якщо при повірці гирі, на якій нанесено 100 г, виявиться, що маса дорівнює 100,030 г, то $\Delta m = 100 - 100,030 = -0,030$ г. А дійсне значення маси гирі $X = x + (-\Delta x) = x - \Delta x$, оскільки поправка дорівнює похибці, взятій з протилежним знаком. Якщо похибку в -0,030 г матиме гиря масою 5 г, то зрозуміло, що гиря в 100 г виготовлена точніше. Для порівняння користуються так званою відносною похибкою, яка визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{X} \approx \frac{\Delta x}{x} \quad (3)$$

і виражається в процентах.

Величина обернена до похибки називається точністю вимірювання. Якщо похибка вимірювання становить 10^{-2} % (відносна похибка 10^{-4}), то точність дорівнює 10^4 .

Коли вимірювання виконують одним засобом вимірювання, то похибку вимірювання навіть наближено встановити неможливо, бо дійсне значення залишається невідомим [1]. Під час обробки результатів спостережень оцінюється лише проміжок, в якому може знаходитися значення похибки, а отже, й результат вимірювання матиме не одне, конкретне, значення, а множину значень.

Щоб оцінити похибки вимірювання, потрібно розглянути їх характер і причини появи. Щодо останніх похибки поділяються на три класи: випадкові, систематичні й промахи.

Випадкова похибка - складова похибки вимірювання, яка змінюється випадково під час повторних вимірювань однієї й тієї самої величини. Її наявність виявляється в тому, що при повторенні вимірювань тієї самої величини з однаковою ретельністю дістають значення, які відрізняються від попередніх останніми значущими цифрами. Випадкові похибки зумовлюються багатьма причинами, дія яких на результат кожного спостереження різна і не може бути врахована наперед (струси фундаменту будинку, вплив незначних переміщень повітря, тощо).

Систематична похибка - складова похибки вимірювання, яка залишається сталою або закономірно змінюється під час повторних вимірювань тієї самої величини. Вона завжди односторонньо впливає на результати спостережень, тільки збільшуючи, чи тільки зменшуючи їх. Наприклад, похибка мір, що виникають у результаті допусків під час їх виготовлення, похибки показів вимірювальних приладів через неточне їх градування і т.д. До систематичних похибок належить похибка внаслідок нерівноплечності терезів.

Промахи - грубі похибки, які спотворюють результати вимірювань. Причинами їх виникнення можуть бути: неправильне визначення ціни поділки шкали (особливо, коли ціна поділки змінюється), помилкова лічба поділок шкали, помилковий запис результату спостереження (описка), пропуски в спостереженнях, помилки під час обчислення чи переписування. Як правило, таких результатів вимірювання до уваги не беруть [17].

3. Похибки прямих вимірювань [17,18]

Нехай у результаті повторюваних рівноточних вимірювань фізичної величини маємо послідовність значень: $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$. Подамо результати цих n вимірювань у вигляді:

$$\Delta x_1 = x_1 - X; \Delta x_2 = x_2 - X; \Delta x_i = x_i - X; \Delta x_n = x_n - X. \quad (4)$$

Додавши всі рівняння в (4), дістаємо:

$$X = \langle x \rangle - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i,$$

де $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ - середнє арифметичне значення вимірюваної величини.

При великій кількості вимірювань випадкові відхилення Δx_i , однакові за модулями, але з різними знаками, зустрічаються однаково часто, тому

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0, \quad \text{а} \quad X = \langle x \rangle.$$

Отже, при $n \rightarrow \infty$ істинне значення фізичної величини дорівнює середньому арифметичному (звичайно, якщо при цьому немає систематичних похибок).

У реальній метрологічній практиці число вимірювань n є скінченою величиною. Через це завдання теорії обробки результатів вимірювань зводиться до оцінки ступеня наближення вимірюваного значення до істинного.

Прояв випадкової події визначається імовірністю P . Імовірністю називається число, навколо якого групуються відносні частоти випадкової події в різних серіях випробувань.

Відносною частотою події $A(P_A)$ називається відношення числа появи певної події n_A до числа всіх випробувань n : $P_A = \frac{n_A}{n}$.

Повне описання появи випадкових подій здійснюється за допомогою функції розподілу ймовірностей. Аналогічно використовується і функція розподілу випадкових похибок.

Інтегральною функцією розподілу, або просто функцією розподілу випадкової величини x , називається функція $F(x)$, яка дорівнює імовірності того, що випадкова величина x набуває значення, яке менше від деякого числа x_i , тобто $F(x) = P[x < x_i]$.

Геометричний зміст функції розподілу полягає в тому, що при кожному значенні x функція $F(x)$ дорівнює ймовірності того, що випадкова величина x набуває на числовій осі значень, які містяться ліворуч від точки x .

В теорії імовірності стосовно до фізичних вимірювань розглядаються випадкові величини, можливі значення яких містяться в певному інтервалі $[\alpha, \beta]$.

На основі закону розподілу імовірностей такої випадкової величини x визначається імовірність попадання її значення в довільний інтервал $[x_1, x_2]$, який міститься всередині $[\alpha, \beta]$. Цю імовірність позначатимемо $p(x_1 < x < x_2)$. Обмежимося тільки такими випадковими величинами x , для яких імовірність попадання в інтервал $[x_i, x_i + \Delta x]$ малої довжини $\Delta x > 0$ можна вважати пропорційною довжині цього інтервалу:

$$p(x_i < x < x_i + \Delta x) \approx f(x) \cdot \Delta x.$$

Точний зміст цього співвідношення дається граничним співвідношенням

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x_i < x < x_i + \Delta x)}{\Delta x} = f(x),$$

де функція $f(x)$ називається густиною розподілу випадкової величини x , а добуток $f(x)dx$ -елементом імовірності. Користуючись елементом імовірності, шляхом інтегрування можна знайти імовірність попадання значення x в довільний інтервал $[x_1, x_2]$:

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (5)$$

Густина розподілу має такі властивості:

1) $f(x) \geq 0$, як похідна неспадної функції $F(x)$, що пов'язано з невід'ємністю імовірностей;

2) функція повинна бути нормована:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \quad (6)$$

яка відображає вірогідність події ($-\infty < x < \infty$). Якщо всі можливі значення випадкової величини x скупчені в скінченному інтервалі $[\alpha; \beta]$ (отже, поза цим інтервалом $f(x) \equiv 0$), то умова (6) набирає вигляду:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = 1.$$

З (5) випливає, що імовірність попадання випадкової величини x в інтервал $[x_1, x_2 = x_1 + \Delta x]$ геометрично можна подати площею криволінійної трапеції, обмеженої графіком функції розподілу, ординатами $f(x_1)$ і $f(x_2)$ та віссю абсцис (на осі ординат відкладається значення $f(x)$).

Підкреслимо, що густина розподілу імовірностей, знайдена вище, визначає закон розподілу неперервної величини x . Густину розподілу $f(x)$ називають ще диференціальною функцією розподілу.

Досвід обробки результатів вимірювань показує, що розподіл похибок описується різними законами. Проте досить часто для опису розподілу випадкових похибок використовується закон нормального розподілу (закон Гауса)

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (7)$$

де σ , Δx - параметри розподілу; σ^2 - дисперсія генеральної сукупності, а Δx - відхилення від істинного значення. Генеральною сукупністю називається множина всіх можливих значень вимірювань x_i або можливих значень похибок Δx_i .

Закон Гауса знаходить широке застосування в теорії похибок. Він застосовний за використання умов:

1) для великої кількості вимірювань рівні за модулем і протилежні за знаком похибки зустрічаються однаково часто;

2) малі за модулем похибки зустрічаються частіше, ніж великі, тобто імовірність появи похибки тим менша, чим більше її абсолютне значення;

3) похибки вимірювань становлять неперервний ряд значень.

На рис. 1 наведено форму кривої Гауса для трьох значень σ . Початок координат розміщено в точці з нульовою похибкою. Для закону нормального розподілу є характерним його симетрія (при великій кількості вимірювань появи випадкових похибок, які рівні за величиною, але різні за знаком - рівноімовірні) і монотонність зменшення густини ймовірності (поява великих випадкових похибок - малоімовірна). Права і ліва вітки кривої Гауса асимптотично наближаються до осі абсцис.

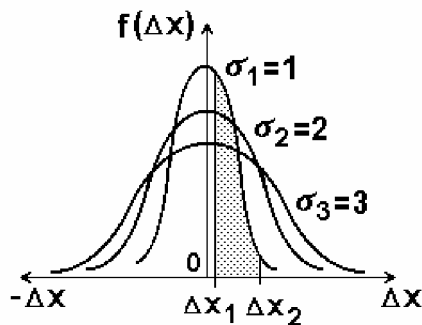


рис.1

Закон Гауса - одномодальний. Максимальне значення закону розподілу (густини імовірності) називається модою. Закон розподілу з одним максимальним значенням називається одномодальним, з двома - двомодальним і т.д. Мода нормального розподілу дорівнює $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$. Чим менше σ , тим вище, гостріше крива розподілу і навпаки. Із збільшенням σ зростає розкид відліків, тобто точність вимірювання зменшується. Величина σ - є основним параметром, який визначає вид кривої розподілу випадкових похибок при їх нормальному розподілі.

Зміст функції Гауса такий. Площа фігури, обмеженої кривою Гауса, віссю Δx і ординатами - $f(\Delta x_1)$ і $f(\Delta x_2)$ (заштрихована площа на рис.1), чисельно дорівнює імовірності, з якою довільний відлік попаде в інтервал $[\Delta x_1, \Delta x_2]$.

Безпосереднім інтегруванням (5) можна пересвідчитися, що вся площа під кривою Гауса дорівнює точно одиниці.

Для оцінки величини випадкової похибки є кілька способів. Найбільш поширеною є оцінка за допомогою середньої квадратичної (або стандартної) похибки S_n . Згідно з означенням:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}}. \quad (8)$$

Генеральна сукупність (всі можливі значення випадкової величини при $n \rightarrow \infty$) характеризується математичним сподіванням або генеральним середнім - $M(x)$ і дисперсією - $D(x)$.

Центр розкиду значень x_i відповідає математичному сподіванню $M(x)$, яке являє собою істинне значення вимірюваної величини. Дисперсія - це міра відхилення випадкових величин від математичного сподівання: чим більше $D(x)$, тим менш точні вимірювання.

Для нормального розподілу випадкових величин

$$M(x) = X; \quad D(x) = \sigma^2.$$

Мірою розсіяння вимірюваних значень x_i відносно $M(x)$ є також середнє квадратичне (або стандартне) відхилення:

$$\sigma = +\sqrt{D(x)}.$$

В лабораторній практиці вимірювань дістають обмежене число вимірних значень величин і тому обчислюють лише наближені значення $\mathbf{M}(x)$ і $\mathbf{D}(x)$; їх називають оцінками. Оцінкою математичного сподівання є середнє арифметичне величин

$$\bar{x} \equiv \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \approx \mathbf{M}(x), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \mathbf{M}(x). \quad (9)$$

Оцінками дисперсії та стандартного відхилення є:

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \approx \mathbf{D}(x); \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n^2 = \mathbf{D}(x);$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \approx \sqrt{\mathbf{D}(x)} = \sigma; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sigma.$$

Зауважимо, що результат вимірювання величин $\langle x \rangle$, обчислений за (9), є також випадковою величиною.

Для оцінки точності результату вимірювання значення фізичної величини використовують такі характеристики: надійний інтервал та граничну (надійну) похибку середнього арифметичного.

Надійний інтервал - це інтервал, який містить істинне значення \mathbf{X} вимірюваної фізичної величини x із заданою імовірністю α , яка називається надійною імовірністю (або коефіцієнтом надійності). При цьому справедливий вираз

$$p(\langle x \rangle - \Delta x \leq \mathbf{X} \leq \langle x \rangle + \Delta x) = \alpha, \quad (10)$$

де Δx - гранична похибка $\langle x \rangle$, яка дорівнює половині надійного інтервалу,

$$\Delta x = t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}, \quad (11)$$

де $S_{\bar{x}}$ - оцінка стандартного відхилення \bar{x} (оцінка похибки середнього арифметичного), яка обчислюється за формулою

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2};$$

$t_{\alpha n}$ - нормований коефіцієнт Стюдента (табл.1, Додаток); n число ступенів вільності (для знаходження коефіцієнта Стюдента $t_{\alpha n}$ число ступенів вільності беруть таким, що дорівнює $n-1$ при обробці однієї групи вимірювань, розподілених за нормальним законом для невеликих вибірок з генеральної сукупності (вбірка - скінчене число значень величини x_i)). Результати вимірювань записуються у вигляді

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x = \bar{x} \pm t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}.$$

Отже, коефіцієнт Стюдента і відповідно похибка вимірювань залежать від надійної імовірності та кількості вимірювань.

Якщо надійний інтервал збільшується, то зростає надійність того, що істинне значення величини попаде в розглядуваний інтервал. Високий ступінь надійності необхідний при відповідальних вимірюваннях. Надійну імовірність α прийнято задавати такою, що дорівнює 0,90; 0,95;

0,98; 0,99 (значення 0,99 рекомендується брати для випадків, коли вимірювання не можна повторити; в особливо відповідальних випадках, коли результати вимірювання мають певне значення для здоров'я людей, допускається брати більш високу надійну імовірність).

Отже, для характеристики величини випадкової похибки потрібне знання двох чисел: значення самої похибки (або надійного інтервалу) та значення надійної імовірності.

Використання середньої квадратичної похибки як основного числового виразу випадкової похибки є зручним на тій підставі, що цій величині відповідає цілком певна надійна імовірність, яка дорівнює 0,68; подвоєній середній квадратичній похибці (2σ) відповідає надійна імовірність 0,95, потроєній (3σ) - 0,999.

Розподіл Стюдента справедливий для малого числа вимірювань ($n \geq 2$), що і характерно як для техніки, так і для наукових досліджень. Із зростанням числа вимірювань розподіл Стюдента прагне до нормального розподілу (фактично при $n > 20$). Математичного виразу розподілу Стюдента ми не наводимо, зважаючи на його складність.

Характерним для розподілу Стюдента є його незалежність від параметрів $\langle x \rangle$ (або Δx) та σ нормальної генеральної сукупності, а також можливість оцінки при невеликому числі вимірювань ($n < 20$) похибки $\Delta x = \langle x \rangle - x_i$ за заданою надійною імовірністю α або знаходженням надійності вимірювань за заданим значенням Δx .

Розподіл Стюдента дає також змогу встановити, що при досить великому n середнє арифметичне значення \bar{x} з імовірністю, близькою до вірогідності, як завгодно мало відрізняється від істинного значення x_0 .

Методика визначення та єдиний підхід до оцінки показників точності вимірювань для основних видів вимірювання знайшли своє відображення в ГОСТ 8000-72 (Державна система забезпечення єдності вимірювань. Основні положення) та в спеціальних метрологічних працях.

Статистична обробка результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями виконується згідно схеми №1.

Схема №1 обробки результатів прямих вимірювань[18].

Необхідно враховувати як випадкові, так і систематичні похибки і починати із виключення відомих систематичних похибок і визначення невиключених систематичних похибок, зокрема інструментальних.

Для знаходження випадкової похибки треба виконати кілька спостережень в такій послідовності:

1. Вимірюють фізичну величину n разів і дані заносять в таблицю.

2. Відкидають промахи.

3. Знаходять середнє значення шуканої величини $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

4. Обчислюють похибки кожного із вимірів $\Delta x_i = \bar{x} - x_i$.

5. Обчислюють квадрати похибок $(\Delta x_i)^2$.

6. Визначають середню квадратичну похибку середнього арифметичного

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

7. Задають значення надійної імовірності α (0,95 або 0,90).

8. Знаходять за таблицею №1 (Додаток) для вибраного n і заданого α коефіцієнт Стюдента $t_{\alpha n}$.

9. Визначають межі надійного інтервалу $\Delta x = t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}$.

10. Якщо величина Δx (межа надійного інтервалу) виявиться порівняною з величиною систематичної похибки (інструментальної похибки), то за межу надійного інтервалу слід взяти результуючу похибку

$$\Delta x = \sqrt{\left(t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{x}}\right)^2 + \left(t_{\alpha \infty} \frac{\delta}{3}\right)^2},$$

де δ - величина систематичної похибки приладу, а $t_{\alpha \infty}$ - коефіцієнт Стюдента при $n = \infty$. Систематична похибка вимірювання δ визначається за класом точності приладів, а для інструментів вона прирівнюється до половини ціни поділки вимірного інструменту.

11. Обчислюють відносну похибку результату серії вимірювань

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

12. Кінцевий результат записують у вигляді $x = \bar{x} \pm \Delta x$.

4. Похибки посередніх вимірювань [18].

а) Метод дисперсій.

Нехай вимірювана величина γ є функцією кількох величин $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$, значення яких знаходять прямими вимірюваннями. Ці величини є аргументами. Отже можемо записати:

$$\gamma = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n).$$

Значення $\bar{\gamma}$ знаходять за середніми арифметичними значеннями аргументів:

$$\bar{\gamma} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n). \quad (12)$$

Зупинимося на найпростішому випадку, коли $\bar{\gamma} = f(\bar{x})$.

Абсолютна похибка прямого вимірювання величини x дорівнює $\pm dx$ і нею зумовлена похибка функції $\pm d\gamma$. Очевидно, що

$$\bar{\gamma} \pm d\gamma = f(\bar{x} \pm dx). \quad (13)$$

Розкладемо праву частину (13) в ряд Тейлора:

$$\bar{\gamma} \pm d\gamma = f(\bar{x}) \pm \frac{df(x)}{dx} dx \pm \frac{1}{2} \frac{d^2f(x)}{dx^2} (dx)^2 + \dots$$

Обмежуючись членами, які містять першу степiнь \mathbf{dx} , одержимо:

$$\bar{\gamma} \pm \mathbf{d}\gamma = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}) \pm \frac{\mathbf{df}(\mathbf{x})}{\mathbf{dx}} \mathbf{dx},$$

тоді

$$\mathbf{d}\gamma = \pm \frac{\mathbf{df}(\mathbf{x})}{\mathbf{dx}} \mathbf{dx}.$$

При чисельному роз'язку значення похідної обчислюють в точці $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$. Оскільки вимірювана нами величина в загальному задається формулою (12), то при однаковому коефіцієнті надійності α надійна межа похибки посереднього вимірювання знаходиться за формулою:

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}, \quad (15)$$

де $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_1}, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_2}, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_3} \dots$ - частинні похідні γ по x_1, x_2, x_i, \dots ; $\Delta\gamma, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots$ - надійні межі похибок вимірювання величин γ, x_1, x_2, \dots .

Межа відносної похибки дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\gamma}{\mathbf{f}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots)}. \quad (16)$$

Значення похідних обчислюють при $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$.

Застосувавши ці формули для функцій певного виду, відповідно знайдемо похибки за формулами, приведеними в таблиці №3.

б) Метод приведення.

У посередніх вимірюваннях можна значення функції обчислювати для кожного окремого спостереження

$$\gamma_1 = \mathbf{f}(x_1, x_2, \dots); \gamma_2 = \mathbf{f}(x_1, x_2, \dots); \gamma_3 = \mathbf{f}(x_1, x_2, \dots),$$

Суть схеми приведення полягає в тому, що оскільки конкретні значення γ_i є випадковими величинами, то їх вибірку $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$, можна обробляти аналогічно, як ми обробляли вибірки прямих вимірювань:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i; \quad \Delta\gamma = t_{\alpha n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i - \bar{\gamma})^2}{n(n-1)}} \text{ і т.д.}$$

5. Округлення результатів вимірювання.

Щоб знайти результат прямого чи посереднього вимірювання, виконують математичні операції і результати обчислень округлюють. Тому, очевидно, немає потреби виконувати обчислення з результатами прямих вимірювань як з точними числами, а припинити їх, знайшовши певну кількість значущих цифр у результаті. Це значно полегшить обчислення і звільнить від зайвої роботи, але в таких обчисленнях неминучі похибки. Щоб можна було нехтувати похибкою від заокруглень, потрібно, щоб вона була хоча б у 10 раз менша за похибку посередніх вимірювань. Тому всі обчислення слід проводити з такою кількістю значущих цифр, які перевищують на одиницю кількість значущих цифр,

знайдених при вимірюваннях (для наступного округлення результату). Похибка однозначного числа не менша від $1/9 \cdot 100\% \approx 10\%$, двозначного - $1/99 \cdot 100\% \approx 1\%$, тризначного - $1/999 \cdot 100\% \approx 0,1\%$. Тому обчислюючи, потрібно дотримуватися таких правил:

- а) якщо відносна похибка результату посередніх вимірювань становить 10-100%, обчислення можна виконувати з двома значущими цифрами;
- б) якщо відносна похибка 1-10%, обчислення можна виконувати з трьома значущими цифрами (ще можна використовувати логарифмічну лінійку);
- в) якщо відносна похибка 0,1-1%, обчислення можна виконувати з чотирма значущими цифрами (наприклад, за допомогою чотиризначних таблиць) і т.д.

В обчисленнях доводиться користуватися наближеними значеннями чисел, наприклад π . Округлюючи число (тобто замінюючи його наближеним значенням) до різних розрядів, дістанемо різні за значенням і знаком похибки. Щоб нехтувати похибкою таких чисел під час обчислення результату посередніх вимірювань, треба брати їх з такою кількістю значущих цифр, щоб похибка округлення була на порядок менша за похибку результату посереднього вимірювання.

Так само слід підходити до табличних і експериментальних даних. Якщо табличні дані наводяться без похибок, вважається, що похибка даного значення є похибкою округлення і межа її дорівнює 0,5 одиниці розряду останньої значущої цифри числа. Похибка округлення підлягає рівномірному розподілу. Тому, коли треба визначити надійну межу похибки даного значення з довірчою імовірністю α , використовують формулу:

$$\Delta x = P \cdot \} \quad (P = \alpha \int f(x) dx), \quad (18)$$

в якій } дорівнює 0,5 одиниці розряду останньої значущої цифри числа.

Результати сукупних вимірювань і надійні інтервали їх похибок можна знайти методами обробки результатів посередніх вимірювань, згідно схеми №4 [18].

СХЕМА №4

1. Для кожної вибірки величин прямих вимірів, які входять в ролі аргументу в досліджувану функцію, проводиться обробка результатів за схемою №1 для прямих вимірювань при одному і тому ж значенні коефіцієнта надійності α .

2. Вираховують середнє значення шуканої величини

$$\bar{\gamma} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n).$$

3. Оцінюють межі надійного інтервалу для результату непрямих вимірювань

$$\Delta \gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2},$$

де похідні $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}$ і т.д. вираховуються при середніх значеннях аргументів \bar{x}_1, \bar{x}_2 , і т.д.

4. Визначають відносну похибку: $\varepsilon = \frac{\Delta\gamma}{\bar{\gamma}} \cdot 100 \%$

5. Кінцевий результат записують у формі: $\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta\gamma$.

6. Графічне представлення результатів спільних вимірювань

Результати спільних вимірювань часто зображають графічно. Перевага графічного зображення в тому, що воно дає наочне зображення досліджуваної залежності між фізичними величинами, дає змогу швидко визначити деякі значення (наприклад, максимальне значення функції).

Похибку в експериментальному значенні на графіку можна вказувати так: | або — . Оскільки нанесення таких значків вимагає додаткових затрат часу і призводить до ускладнення графіків, їх треба наносити лише тоді, коли потрібні. Доцільність нанесення похибок на графіку можна продемонструвати на такому прикладі. Нехай потрібно провести криву через експериментальні точки, зображені на рис.2. З'єднати точки графіка ламаною лінією (а) не можна, бо це означало б, що при зміні однієї величини друга змінюється стрибками, що мало ймовірно. Як саме з'єднати точки, яку саме криву провести – пряму лінію чи плавну криву – визначають межі похибок вимірювань. Якщо вони такі як на графіку “б”, то через точки графіка треба провести плавну криву; якщо ж похибки такі, як на графіку “в”, то слід провести пряму лінію, бо вона є найпростішою функціональною залежністю. Експериментальні значення задовольняють і рівняння кривої графіка “б”, але при таких великих похибках через експериментальні точки можна провести багато різних кривих, що відповідатимуть великій кількості функціональних залежностей. Тому через експериментальні точки, що на рис.2в, найкраще провести пряму лінію.

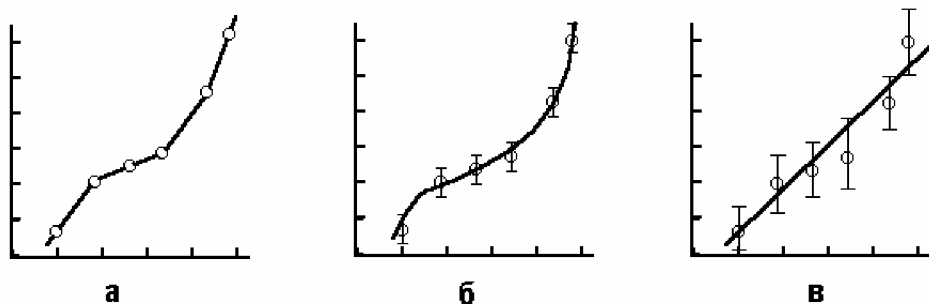


Рис.2

Графіки часто використовують для того, щоб перевірити, чи задовольняє досліджувана залежність ту або іншу функцію. При цьому графіки будують між такими величинами так, щоб вони мали вид прямої лінії. Детально про графічну обробку експериментальних даних описано в методичному посібнику [18], стор.103-132.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

I. МЕТА РОБОТИ: ознайомлення з методом визначення функції розподілу густини імовірності випадкових величин, оцінка параметрів розподілу та вивчення впливу випадкових факторів на результат вимірювання в залежності від числа вимірювань.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ: генератор синусоїдальних коливань, частотомір-хронометр, секундомір.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

1. Випадкові величини. Імовірність появи випадкової величини.
2. Функції розподілу випадкових величин.
3. Середнє арифметичне значення випадкових величин. Дисперсія.
4. Похибки прямих вимірювань.

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Імовірність випадкової величини похибки полягає, наприклад, в появі величини "А" і може бути визначена так:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{N} = P(A), \quad (1.1)$$

де **N**-число спостережень, ΔN -число сприятливих спостережень, тобто таких, при яких подія "А" відбулась. **P(A)** - умовне позначення імовірності появи події, яка записана в дужках. $\frac{\Delta N}{N}$ - відносна частота появи події.

З (1.1) слідує, що

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (1.2)$$

Подія вважається практично достовірною, якщо **P(A)** мало відрізняється від одиниці і практично неможливою, якщо **P(A)** близьке до нуля. Поява одного будь-якого значення із n -можливих - імовірна подія, тобто:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (1.3)$$

Дискретна випадкова величина може бути описана з допомогою таблиці, яка містить всі можливі значення та їх імовірності.

Випадкова величина неперервна, якщо її можливі значення неперервно займають певний інтервал, тобто мають нескінченну

множину значень. Неперервна випадкова величина, певні значення якої будемо позначати \mathbf{X} , а можливі значення через x , описується за допомогою функції, яка дозволяє визначити імовірність того, що величина \mathbf{X} буде знаходитися в інтервалі від x до $x + dx$, тобто $P(x \leq \mathbf{X} \leq x + dx)$. Ця імовірність пропорційна ширині інтервалу dx , а коефіцієнт пропорційності в загальному випадку залежить від x , тобто

$$P(x \leq \mathbf{X} \leq x + dx) = f(x)dx. \quad (1.4)$$

З (1.4)

$$f(x) = \frac{P(x \leq \mathbf{X} \leq x + dx)}{dx}. \quad (1.5)$$

Функція $f(x)$ називається функцією розподілу густини імовірності.

Очевидно, $f(x)$ повинна задовольняти умові

$$P(-\infty < \mathbf{X} < +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1, \quad (1.6)$$

причому (1.6) має такий зміст, що і (1.3).

Вигляд функції $f(x)$ залежить від характеру випадкової величини, і є законом, який повністю описує неперервну випадкову величину. Аналітичний вигляд функції (1.5) залежить від одного, або декількох параметрів, які є числовими характеристиками випадкових величин.

Основними характеристиками випадкових величин є:

1) μ - середнє арифметичне значення випадкової величини, навколо якого групуються всі можливі її значення;

2) σ^2 - дисперсія, рівна середньому значенню квадрата різниці між окремим значенням випадкової величини та її середнім арифметичним μ .

Дисперсія дає представлення про те, як в середньому, розміщені (розсіяні) окремі значення по відношенню до середнього. Корінь квадратний із дисперсії, тобто $\sqrt{\sigma^2}$, називається середнім квадратичним відхиленням або середньою квадратичною похибкою. Величини μ і σ^2 вираховуються за формулами:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx; \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx.$$

Із різних функцій розподілу особливо важливе значення має “нормальний” розподіл (розподіл Гаусса), для якого

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}. \quad (1.7)$$

Графік цієї функції наведено на рис.1.1. Площа заштрихована на графіку густини імовірності $f(x)$ чисельно рівна імовірності того, що випадкова величина \mathbf{X} знаходиться в інтервалі (a, b) . Загальна площа під кривою згідно (1.3) і (1.6) рівна одиниці.

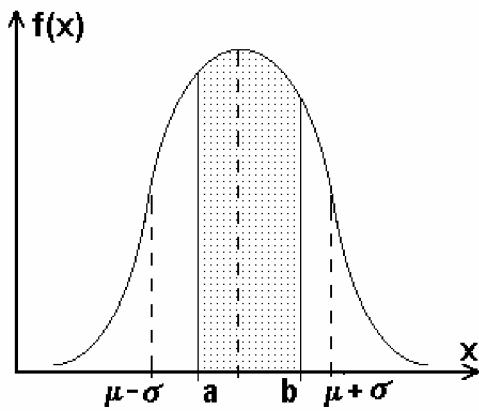


рис.1.1

Результат будь-якого виміру завжди є випадкова величина X , яка описується якоюсь функцією розподілу. Якби функція розподілу була відома, то значення вимірюваної величини було б рівним μ , а дисперсія σ^2 служила б мірою відтворення метода вимірювання.

У реальних умовах функція розподілу, як правило, невідома. Спеціально поставлені досліди та

практика великої кількості вимірювань показали, що при відсутності промахів результати прямих вимірювань описуються нормальним розподілом. Проте параметри функції розподілу залишаються невідомими і повинні визначатись із дослідів. Число вимірів обмежене, тому вираховуються не μ і σ^2 , а їх наближені значення \bar{x} і S_n^2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (1.8)$$

$$S_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}, \quad (1.9)$$

де n - число вимірів, x_i - результати вимірів, $i = 1, 2, \dots, n$.

Досліди і теорія показують, що при малих n в знаменнику формули (1.9) повинно бути $n-1$, а не n , так як в останньому випадку S_n^2 буде заниженим.

Вирахувані за (1.8) та (1.9) значення співпадають з μ і σ^2 лише при $n \rightarrow \infty$ і служать лише оцінками останніх. Так як \bar{x} і S_n^2 обчислюються не на основі всієї множини можливих значень випадкової величини, а лише по окремих значеннях цієї множини, які випадковим чином вибрані із неї, то їх прийнято називати "вибіркове середнє" і "вибіркова дисперсія". Вибіркове середнє \bar{x} , як оцінка вимірюваної величини теж є випадкова величина з середнім квадратичним відхиленням

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1.10)$$

Питання про те, наскільки \bar{x} відрізняється від істинного значення вимірюваної величини μ , зводиться до обчислення

$$\alpha = P(\bar{x} - tS_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + tS_{\bar{x}}) = \int_{\bar{x} - tS_{\bar{x}}}^{\bar{x} + tS_{\bar{x}}} f(x) dx = \Phi(t),$$

тобто до обчислення імовірності того, що дійсне значення $X = \mu$ лежить в інтервалі $(\bar{x} - tS_{\bar{x}}, \bar{x} + tS_{\bar{x}})$. Цю імовірність позначають буквою α і називають коефіцієнтом надійності, або просто надійністю.

Для найбільш поширених функцій розподілу складені таблиці: для нормального розподілу значення функції $\Phi(t)$ при різних t ; для розподілу Стюдента, який використовується при малому числі вимірів $t_{n\alpha} = \Phi(\alpha, n - 1)$. (Додаток, таблиця №1).

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Для визначення нормального розподілу використовується генератор синусоїдальних коливань електричного струму звукових частот. До генератора під'єднується частотомір-хронометр, який дозволяє відррахувати число імпульсів, що поступають на його вхід.

На передній панелі частотоміра є кнопки з написами "СБРОС", "ПУСК", "СТОП". Вмикається частотомір в такому порядку.

1. Після ввімкнення приладу в електричну мережу (вмикається лаборантом) необхідно, незмінюючи положень ручок і кнопок перемикачів, які є на передній панелі приладу, натиснути кнопку "СБРОС", при цьому покази індикаторів встановлюються на нуль. Прилад готовий до роботи.

2. Якщо натиснути кнопку "ПУСК", прилад буде відраховувати кількість імпульсів, які поступають на його вхід від генератора. Зупиняється прилад шляхом натискування на кнопку "СТОП". При цьому на цифровому табло висвічується число підрахованих імпульсів. Натискуванням на кнопку "СБРОС" з цифрового табло "стирається" результат виміру і покази індикаторів встановлюються на нуль, після цього прилад готовий до наступного підрахунку.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ввімкнути генератор і частотомір за 20 хвилин до початку роботи (вмикається лаборантом).

2. За допомогою частотоміра і секундоміра зробити $n=50$ відліків числа імпульсів η , які поступили на вхід приладу за 10 секунд (частота генератора в діапазоні 25-100 Гц встановлюється керівником заняття). Результати вимірювань занести в таблицю 1.1.

3. Вираховують з точністю до 0.1 для кожного відліку v_i — число імпульсів за 1 с, а також середнє значення \bar{v} , дисперсію S_n^2 та середню квадратичну похибку середнього арифметичного $S_{\bar{v}}$ за формулами (1.8), (1.9), (1.10) і межі надійного інтервалу Δv для коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$, користуючись таблицею 1 (Додаток). Обчислення повторити за програмою №1 (Додаток).

4. Для визначення вигляду розподілу розбивають весь діапазон із значень v на інтервали Δv_0 (в даній роботі $\Delta v_0 = 0.5$ 1/с) і підраховують, яка кількість Δn значень попадає в кожен інтервал. Обчислюють відносну

частоту, яка приходить на одиничний інтервал. Для цього складають таблицю 1.2.

5. Побудувати на міліметровому папері діаграму розподілу p_i в залежності від v , відклавши по осі абсцис значення (початки інтервалів), а по осі ординат h . Діаграма буде представляти собою систему прямокутників, висоти яких h_i , а основа - Δv_0 .

6. На тому ж графіку в тому ж самому масштабі побудувати криву густини імовірності за формулою (1.7), замінивши μ та σ^2 їх наближеними значеннями \bar{v} та S_n^2 . Для обчислень використовують програму №2 (Додаток).

7. Вирахувати середні значення, середні квадратичні похибки і межі надійних (довірчих) інтервалів Δv для $\alpha=0.95$ кожних п'яти значень. Скористатися програмою №1 (Додаток).

8. Нанести для порівняння всі середні значення і надійні інтервали для п'яти значень, зберігаючи масштаб, який був вибраний при побудові гістограми.

9. Оформлені результати повинні бути представлені у вигляді, даному на рис.1.2.

10. Зробити висновки.

Таблиця 1.1.

№ п/п	η_i	v_i, c^{-1}	$\Delta v_i, c^{-1}$	$(\Delta v_i)^2, c^{-2}$	№ п/п	η_i	v_i, c^{-1}	$\Delta v_i, c^{-1}$	$(\Delta v_i)^2, c^{-2}$	\bar{v}, c^{-1}	S_n^2	$S_{\bar{v}}$	$\Delta v, c^{-1}$	α	t_α
1					26										
2					27										
3					28										
4					29										
5					30										
6					31										
7					32										
8					33										
9					34										
10					35										
11					36										
12					37										
13					38										
14					39										
15					40										
16					41										
17					42										
18					43										
19					44										
20					45										
21					46										
22					47										
23					48										
24					49										
25					50										

Взірець таблиці 1.2.

Частота від-до, Гц	Кількість значень в інтервалі (риски)	Δn_i	$p_i = \frac{\Delta n_i}{n}$	$h = \frac{\Delta n_i}{n * \Delta V_0}$
47-47.5	///	3	$p_1 = \frac{3}{50}$	$h_1 = \frac{3}{50 * 0.5}$
47,51-48	////	5	$p_2 = \frac{5}{50}$	$h_2 = \frac{5}{50 * 0.5}$
48,01-48,5	/////	6	$p_3 = \frac{6}{50}$	$h_3 = \frac{6}{50 * 0.5}$

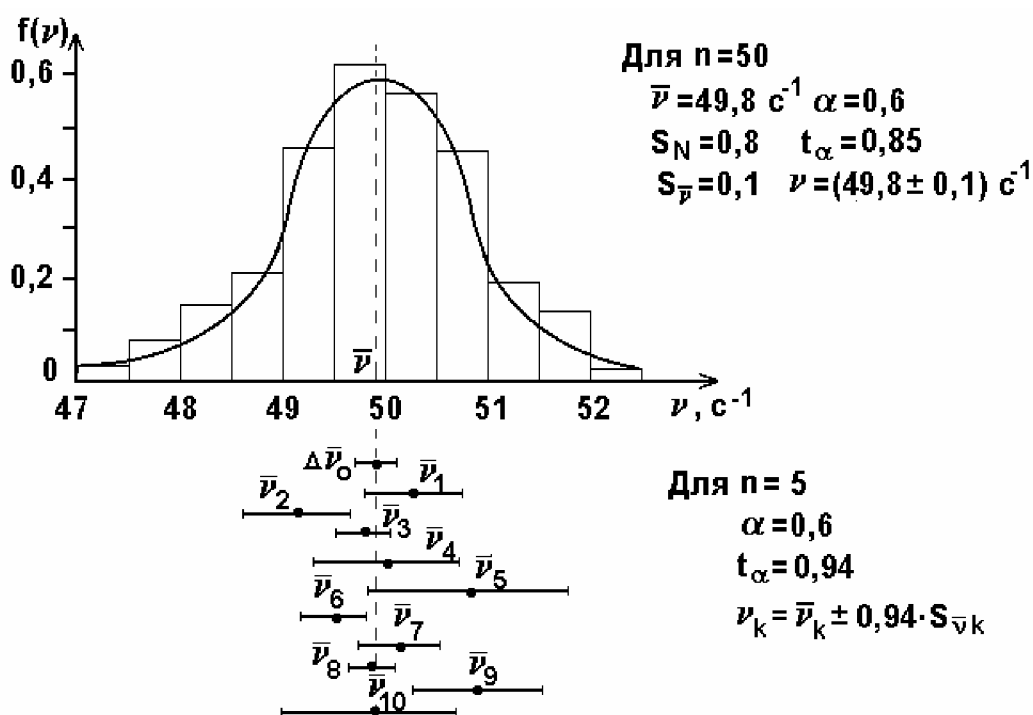


Рис. 1.2

Примітка: На основі результатів нижньої частини рис1.2 викладач акцентує увагу студентів, що для окремих вибірок одержані значення вимірювальних величин з відповідними довірчими інтервалами можуть не перекриватись. А це означає, що середнє значення вимірювальної величини окремої вибірки є також випадкова величина, яка може значно відрізнятись від середнього значення для великої вибірки.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке імовірність появи випадкової величини ? Чим вона відрізняється від відносної частоти появи випадкової події ?
2. Записати формулу, дати визначення і розкрити зміст функції розподілу густини імовірності випадкової величини.
3. Чим функція розподілу густини імовірності $f(x)$ відрізняється від інтегральної функції розподілу імовірності $F(x)$?
4. Дати означення дискретно змінної і неперервно змінної випадкової фізичної величини.
5. Записати умови нормування імовірності для дискретної неперервної випадкової фізичної величини.
6. Що є чисельними характеристиками функції Гауса ?
7. Який зміст має площа під кривою Гауса, обмежена значеннями аргументу x_1 і x_2 ?
8. Що таке генеральна сукупність випадкових величин ?; вибірка ?
9. Що є оцінкою дисперсії випадкових величин для вибірки ?
10. Що називають коефіцієнтом надійності (надійною імовірністю або просто "надійністю") ? Що таке надійний інтервал ?
11. Що розуміють, коли говорять, що фізична величина визначена з надійністю α ?

ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ І ВИЗНАЧЕННЯ ОБ'ЄМІВ ТВЕРДИХ ТІЛ

I. МЕТА РОБОТИ: *навчити студентів користуватися штангенциркулем і мікрометром.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ: *штангенциркуль, мікрометр, тіла правильної геометричної форми (циліндри або паралелепіпеди).*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

1. *Лінійні та кутові ноніуси, їх точність.*
2. *Похибка, яка виникає при вимірюванні за допомогою ноніуса.*
3. *Систематична похибка. Об'єднання систематичної та випадкової похибок.*
4. *Непрямі вимірювання. Обчислення похибки при непрямих вимірюваннях.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

При вимірюванні лінійних розмірів тіл використовують міліметрові лінійки (ціна найменшої поділки яких складає 1 мм). Точність, з якою можна виміряти лінійні розміри тіл з допомогою такої лінійки, буде становити половину ціни поділки. Для підвищення точності вимірювання лінійних розмірів тіл використовують ноніуси.

Ноніусом називається допоміжна шкала, яка доповнює звичайну міліметрову лінійку і дозволяє підвищити точність вимірювань в 10-20 разів. Ноніуси бувають лінійними або кутовими. Використовуються вони в штангенциркулях, мікрометрах, теодолітах і т.д.

Лінійний ноніус - це коротка лінійка, яка переміщується плавно вздовж основної шкали. Ноніуси виготовляють таким чином, щоб при ціні поділки верхньої основної шкали l_m , а нижньої l_n існувало таке ціле число k , при якому

$$kl_m = (k \pm 1)l_n, \quad (2.1)$$

або

$$(2k - 1)l_m = kl_n. \quad (2.1')$$

Ноніуси, для яких в формулі буде знак “плюс”, характеризуються тим, що $l_m > l_n$ (тобто довжина поділки верхньої шкали більша поділки нижньої шкали). Для $l_m < l_n$ знак в формулі (2.1) буде “мінус”.

Нехай маємо справу з ноніусом, для якого $l_m > l_n$. Величину, яка визначається за формулою

$$\delta = l_m - l_n = \frac{l_m}{k+1} = \frac{l_n}{k}, \quad (2.2)$$

називають ціною поділки ноніуса, причому $k+1 = N$ відповідає кількості поділок на нижній шкалі (шкалі ноніуса).

Якщо нульові поділки верхньої та нижньої шкал співпадають, то співпадають, крім того, k -ва поділка верхньої шкали з поділкою нижньої шкали, що видно з рис.2.1.

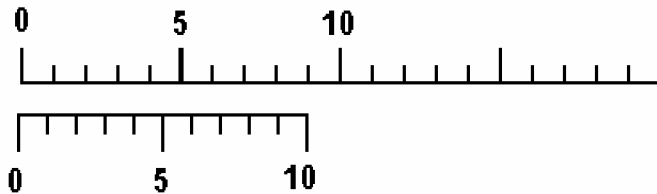


Рис. 2.1

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Штангенциркуль (рис.2.2) складається з розділеної на міліметри масштабної лінійки **М**, вздовж якої може переміщуватися перпендикулярно до неї ніжка **FB** з гвинтом **С**, який служить для її закріплення; у ніжці **FB** зроблено виріз, на скошеному краї якого, що прилягає до масштабу, нанесено ноніус. Нерухома ніжка **LA**, що також перпендикулярна до масштабної лінійки, служить стопором для вимірюваного тіла. Якщо ніжки притиснуті тісно одна до одної, то нуль ноніуса співпадає з нулем масштабної лінійки.

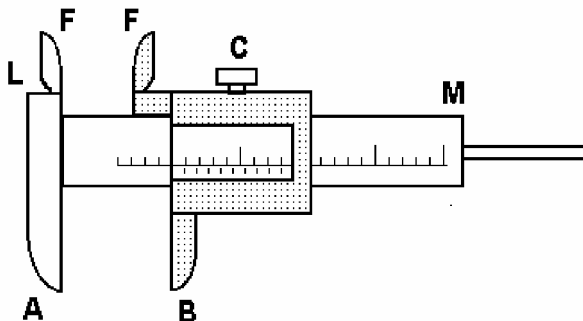


Рис. 2.2

Вимірювання лінійних розмірів виконують в такий спосіб. Розвівши достатньо ніжки штангенциркуля, розміщують між ними вимірюване тіло, ніжку **FB** підводять так, щоб тіло було злегка затиснуте, і після цього роблять відлік. Відраховують на масштабі

ціле число міліметрів m до нуля ноніуса і дивляться, яка поділка ноніуса співпадає з якоюсь поділкою масштабу. Довжина відрізків, виміряна за допомогою штангенциркуля, рівна числу цілих поділок масштабу m плюс ціна поділки ноніуса, помножена на номер його поділки n , яка співпадає з певною поділкою масштабу:

$$L = ml_m + n\delta. \quad (2.3)$$

Для вимірювання внутрішнього діаметра трубок використовуються частини **FF** ніжок штангенциркуля, які вставляються в трубку і розводяться так, щоб щільно приставали до внутрішніх стінок трубки. Відлік вимірюваної величини проводиться точно так, як і в попередньому випадку.

Для точного вимірювання діаметра дротинки, товщин пластинок і т.д. використовується мікрометр (рис.2.3). Він має вигляд тисків, в яких вимірювана деталь затискується за допомогою гвинта. Крок гвинта, як правило, вибирається рівним 1 або 0.5 мм. На стержні гвинта **A** закріплений барабан **C** з шкалою, яка має 50 поділок. Коли стержень **A** притиснутий до під'ятника **F**, нуль барабана встановлюється напроти нуля лінійної шкали **D**. Вимірювана деталь розміщується між гвинтом **A** і протилежним йому під'ятником **F**. Обертаючи гвинт за головку **B**, доводять його до дотику з деталлю. По лінійній шкалі відраховують міліметри, а по шкалі барабана його соті долі. Ціна поділки лінійної шкали 0,5 мм. Для зручності відліку штрихи півміліметрових поділок нанесені нижче осьової розмітки лінійної шкали. Ціна поділки на барабані 0,01 мм.

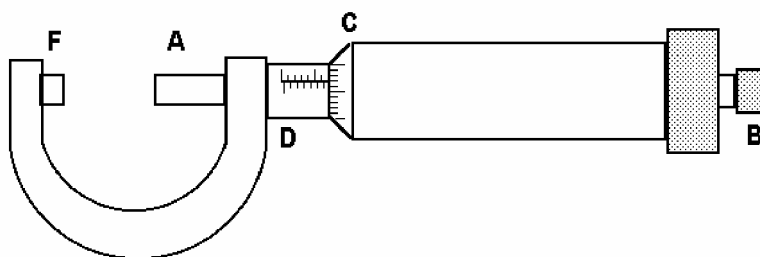


Рис. 2.3

Головним джерелом похибок при вимірюванні штангенциркулем і мікрометром є нерівномірний натиск ніжок або гвинта на вимірювану деталь. Це у першу чергу відноситься до мікрометра. По-перше, гвинт з малим кроком перетворює незначні зусилля руки, що обертає барабан мікрометра, у великі сили, що діють на предмет; по-друге, точність мікрометра, як правило, на порядок вища за точність штангенциркуля і навіть невеликі деформації вимірюваного предмета стають помітними. Щоб зменшити похибки, пов'язані з деформаціями вимірюваних предметів, барабан мікрометра має спеціальну головку **B**, яка дозволяє створювати невеликі, постійні в різних дослідах зусилля на вимірювану деталь, що фіксується за допомогою тріскачки. Після того, як почувся слабкий тріск, обертання головки **B** припинити.

УВАГА. Барабан мікрометра при вимірюваннях обертати лише за головку **B** (рис.2.3).

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з будовою штангенциркуля та мікрометра. Визначити ціну поділки ноніуса штангенциркуля та ціну поділки мікрометра.

2. Навчитись вимірювати штангенциркулем та мікрометром, для чого провести декілька попередніх вимірювань якого-небудь тіла.

3. Виміряти лінійні розміри тіла, визначеного керівником заняття (висоту **h** і діаметр **d** циліндра; довжину **a**, ширину **b** і висоту **c** паралелепіпеда). Вимірювання кожного параметру провести на 10 різних ділянках тіла.

VII. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ

1. Результати кожного виміру всіх лінійних розмірів записують в таблицю і обробляють згідно схеми №1:

а) обчислюють середнє значення із 10 вимірювань кожної величини

(для **h** і **d** або **a**, **b**, **c**):
$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i;$$

б) знаходять похибки окремих вимірювань

$$\Delta x_i = \bar{x} - x_i;$$

в) визначають квадрати похибок окремих вимірювань Δx_i^2 ;

г) якщо один або кілька вимірів значно відрізняються по своєму значенню від решти, то слід перевірити, чи вони не належать до промахів;

д) визначають середню квадратичну похибку середньоарифметичного серії вимірювань (**n=10**):

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta x_i)^2}{9 \cdot 10}};$$

е) задають значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$;

є) знаходять коефіцієнт Стюдента $t_{\alpha n}$ для заданої надійності і числа зроблених вимірів (додаток, табл.1);

ж) знаходять похибку результату вимірювань (межі надійного інтервалу)

$$\Delta x = 2.26 \cdot S_{\bar{x}};$$

з) якщо величина похибки результату вимірювань Δx приблизно співпадає з величиною похибки приладу δ , то за межу надійного інтервалу приймають величину

$$\Delta x = \sqrt{(2.26)^2 (S_{\bar{x}})^2 + (t_{\alpha \infty} / 3)^2 \delta^2},$$

для $\alpha = 0.95$ $t_{\alpha \infty} = 1.96$;

к) обчислюють відносну похибку результату серії вимірювань

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Всі ці обчислення можна провести на основі програми 1 (Додаток).

2. За знайденими середніми значеннями лінійних розмірів обчислюють середнє значення об'єму тіла за формулою

$$\bar{V} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}, \quad (\bar{V} = [\pi \bar{d}^2 / 4] \cdot \bar{h})$$

3. Знаходять значення абсолютної та відносної похибок об'єму

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial c} \Delta c\right)^2}; \quad (\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} \Delta h\right)^2})$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{\bar{V}} \quad (\text{або } \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{\bar{c}}\right)^2}; \quad \varepsilon = \sqrt{4\left(\frac{\Delta d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2})$$

Звідси:

$$\Delta V = \varepsilon \bar{V},$$

4. Кінцевий результат записують у вигляді $V = \bar{V} \pm \Delta V$.

5. Роблять короткі висновки.

ВИВЧЕННЯ СИСТЕМАТИЧНИХ І ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК НА ПРИКЛАДІ ВИМІРЮВАННЯ ПИТОМОГО ОПОРУ НІХРОМОВОЇ ДРОТИНИ.

I. МЕТА РОБОТИ: *ознайомлення з методами обробки результатів непрямих вимірів шляхом врахування систематичних і випадкових похибок.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ: *мікрометр, лінійка, дротина, амперметр, вольтметр.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

- 1. Фізичні величини та їх вимірювання.*
- 2. Основи теорії випадкових похибок вимірювань.*
- 3. Функції розподілу випадкових похибок вимірювань.*
- 4. Систематичні похибки вимірювань - методи їх виявлення та усунення.*
- 5. Схеми обробки прямих і опосередкованих вимірювань.*
- 6. Форми зображення результатів вимірювань.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Питомий опір дротини ρ , виготовленої з однорідного матеріалу однакової товщини, може бути визначений за формулою

$$\rho = R \frac{S}{l}, \quad (3.1)$$

де R - опір дротини, l - її довжина, S - площа поперечного перерізу дротини.

Таким чином, для визначення питомого опору необхідно виміряти довжину дротини, площу її поперечного перерізу і величину електричного опору.

Для вимірювання лінійних розмірів служать лінійки, штангенциркулі, мікрометри, будова і принцип роботи яких детально описані в технологічній карті роботи № 2.

Для вимірювання сили струму в колі служать амперметри, які вмикають у коло послідовно, а для вимірювання різниці потенціалів користуються вольтметрами, які вмикають паралельно до вимірюваної ділянки кола.

Незважаючи на те, що амперметри і вольтметри вимірюють різні величини і по-різному вмикаються в коло, принципіальної різниці в їх будові нема: в більшості приладів відхилення рухомої частини зумовлене проходженням електричного струму. Однак відмінність в способах вмикання амперметрів і вольтметрів в електричне коло приводить до різних вимог, яким повинні задовільняти опори цих приладів.

Основними характеристиками електровимірювальних приладів є система, клас точності, границя вимірювання і чутливість. Ці характеристики звичайно позначають на шкалі приладу умовними знаками. В залежності від того, яке фізичне явище покладено в основу дії приладу, розрізняють системи: магнітоелектричну, електромагнітну, електродинамічну, електростатичну, теплову та деякі інші. Розглянемо перші дві системи.

Дія приладів магнітоелектричної системи заснована на взаємодії постійного магніту і вимірюваного струму, що проходить по обмотці рухомої рамки, котра рухається між полюсами магніту. При проходженні по рамці постійного струму на її витки діють сили, перпендикулярні вектору індукції. Ці сили створюють обертовий момент $M = B \cdot S \cdot N \cdot J$, де B - індукція, S - площа рамки, N - число витків, J - сила струму. Протидіючий момент створюється пружинними розтяжками і визначається за формулою $M_{\text{п}} = k\alpha$, де k - коефіцієнт пружності, α - кут відхилення. В положенні рівноваги $M_{\text{п}} = M$, тому кут повороту рамки зв'язаний з величиною струму співвідношенням

$$\alpha = \frac{BSN}{k} J. \quad (3.2)$$

Зв'язок кута повороту α і сили струму J є лінійним, так що магнітоелектричні прилади мають рівномірну шкалу.

Дія приладів електромагнітної системи заснована на взаємодії магнітного поля струму з рухомим феромагнітним сердечником. Феромагнетик втягується в магнітне поле незалежно від того, куди воно напрямлене. Тому напрямок обертового моменту не залежить від напрямку струму і прилади електромагнітної системи можуть використовуватися для вимірювання як змінних, так і постійних струмів. Величина вимірюваного струму і кут відхилення стрілки в приладах електромагнітної системи зв'язані квадратичною залежністю $\alpha \sim J^2$, що зумовлює нерівномірність їх шкал.

Границею вимірювання приладу називають те значення вимірюваної величини, при якому стрілка приладу відхиляється до кінця шкали.

Ціна поділки приладу дорівнює значенню вимірюваної величини, яка викликає відхилення показчика приладу на одну поділку. Нехай, наприклад, вольтметр має границю вимірювання 30 В. Шкала має 100 поділок. Тоді ціна поділки складає 0.3 В/под.

Чутливістю електровимірювального приладу називається відношення лінійного або кутового переміщення показчика (стрілки) приладу до вимірюваної величини, що викликає це переміщення:

$$S = \frac{\Delta}{x}, \quad (3.3)$$

де Δ - лінійне або кутове переміщення, x - вимірювана величина. Нехай при струмі $J=3A$ стрілка відхилилася на 36 поділок.

$$S = \frac{\Delta}{J} = 12(\text{под} / \text{A}).$$

Електровимірювальні прилади характеризуються класом точності 0.05; 0.1; 0.2; 0.5; 1.0 та ін. Число, що позначає клас точності, дорівнює відношенню граничного значення похибки приладу, вираженому в процентах, до величини діапазону величин, які вимірюються приладом, згідно формули:







$$\gamma = \pm \frac{\Delta x_M}{x_n} \cdot 100\%, \quad (3.4)$$

де γ - клас точності приладу, x_n - номінальне значення вимірюваної величини, що відповідає максимальному відхиленню стрілки на всю шкалу приладу, Δx_M - максимальна похибка приладу. Необхідно відрізнити клас точності приладу від його відносної похибки, котра обчислюється за формулою

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta x_M}{x} \cdot 100\%, \quad (3.5)$$

де x - біжуче значення вимірюваної величини.

Позначення на шкалах приладів.

Магнітоелектричний прилад	
Електромагнітний прилад	
Електродинамічний прилад	
Електростатичний прилад	
Прилад працює в горизонтальному положенні	
Клас точності	0.5
Прилад для вимірювання постійного струму (напруги)	—
Прилад для вимірювання змінного струму (напруги)	~
Випробувана напруга ізоляції між електричним колом приладу і корпусом (в КВ)	

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

В даній роботі величину опору R пропонується вимірювати за допомогою двох схем, зображених на рис. 3.1. Тут R_A - опір амперметра, R_V - опір вольтметра, R - опір досліджуваної дротини.

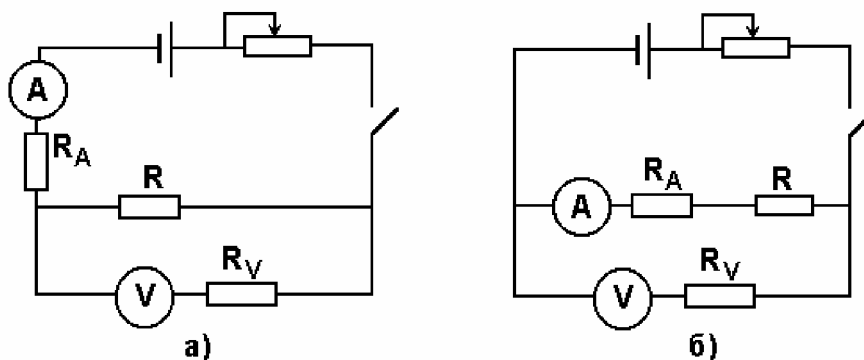


Рис. 3.1

Нехай U_i і J_i - покази вольтметра і амперметра. Розраховані за цими показниками величини опору дротини $R_i = U_i / J_i$ для кожної з схем будуть відрізнятися один від одного і від шуканого R через вплив внутрішніх опорів приладів. Однак з допомогою рис. 3.1 неважко знайти зв'язок між шуканим опором дротини R і одержаним значенням R_i . В першому випадку (рис.3.1а) вольтметр правильно вимірює спад напруги на кінцях дротини, а амперметр вимірює не величину струму, що пройшов через дротину, а суму струмів, що проходять через дротину і вольтметр, тому:

$$R_1 = \frac{U_1}{J_1} = R \frac{R_v}{(R + R_v)}. \quad (3.6)$$

В другому випадку (рис.3.1б) амперметр вимірює силу струму, що проходить через дротину, але вольтметр вимірює сумарний спад напруги на дротині і амперметрі. В цьому випадку

$$R_2 = \frac{U_2}{J_2} = R + R_A. \quad (3.7)$$

Формули (3.6) і (3.7) можна перетворити. Для схеми з точним вимірюванням напруги:

$$\begin{aligned} R &= R_1 \frac{R_v}{(R_v - R_1)} = R_1 \frac{1}{1 - (R_1 / R_v)} \approx R_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_v}\right) = \\ &= \frac{U}{J} \left(1 + \frac{U}{JR_v}\right) = \frac{U}{J} + \frac{U^2}{J^2 R_v}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для схеми з точним вимірюванням струму:

$$R = R_2 \left(1 - \frac{R_A}{R_2}\right) = \frac{U}{J} \left(1 - \frac{R_A J}{U}\right) = \frac{U}{J} - R_A. \quad (3.9)$$

Загальний вигляд приладу для вимірювання опору дротини зображений на рис. 3.2. Основа 1 має регулюючі гвинти, які дозволяють провести вирівнювання приладу. До основи прикріплена колона 2 з нанесеною метричною шкалою 3. До колони прикріплені два нерухомі кронштейни 4 і один рухомий кронштейн 5, котрий може пересуватися вздовж колони і фіксуватися в будь-якому положенні. Між верхнім і нижнім кронштейном натягнута резистивна дротина 6, що прикріплена до кубиків 7 за допомогою гвинтів. Через контактний затискач на рухомому кронштейні забезпечується хороше гальванічне з'єднання з резистивною дротиною. На рухомому кронштейні знаходиться риска, яка полегшує визначення на шкалі довжини відрізка резистивної дротини. Нижній, верхній і центральний контакти резистивної дротини підведені при допомозі провідників низького опору до вимірювальної частини приладу 8, що розміщена в центральному корпусі приладу. Постійна напруга від випрямляючого пристрою через потенціометр живить резистивну дротину R . Міліамперметр mA , ввімкнутий в коло дротини, служить для вимірювання струму, а вольтметр V - для вимірювання напруги на

досліджуваній довжині резистивної дротини. Перемикач s_1 служить для вибору роду роботи, а перемикач s_2 - для вибору точності вимірювання струму і напруги.

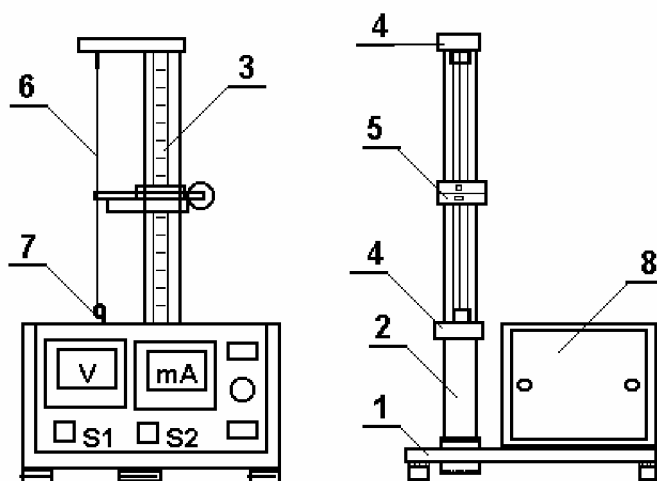


Рис. 3.2

Експлуатація приладу дозволена тільки при наявності заземлення.

Функціональне призначення маніпуляційних елементів:

"СЕТЬ" - вмикач напруги. Натискування кнопки мережі викликає вмикання напруги живлення. Засвічується неонові лампочка.

"МОСТИК" - перемикач виду роботи. Відпущена кнопка забезпечує взаємодію приладу з мостиком постійного струму. Натиснута кнопка дозволяє проводити вимірювання опору дротини по технічному методу. Перемикач, керуючий схемами: відпущений - точне вимірювання струму, натиснутий - точне вимірювання напруги.

"РЕГУЛІРОВКА ТОКА" - потенціометр регулювання струму.

Прилад готовий до вимірювань безпосередньо після вмикання його в електромережу і не вимагає часу для стабілізації умов роботи.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. За допомогою мікрометра провести вимірювання діаметру досліджуваної дротини в 10-ти місцях. Результати занести в таблицю і обробити за схемою №1.

2. Визначити площу поперечного перерізу дротини за формулою

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (3.10)$$

і оцінити її похибку

$$\Delta S = \frac{2\Delta D}{D} \cdot \bar{S} = \frac{\pi D \Delta D}{2} \quad (3.11)$$

3. За допомогою перемикача виду роботи виберіть вид режиму роботи (натиснути кнопку).

4. За допомогою перемикача, що керує схемами, вибрати схему точного вимірювання струму і точного вимірювання напруги.

5. За допомогою потенціометра ("РЕГУЛІРОВКА ТОКА") встановити таке значення напруги, щоб вольтметр показував $2/3$ вимірювального діапазону.

6. Пересунути рухомий кронштейн на максимальну довжину резистивної дротини (0.5 м) по відношенню до основи.

7. Прочитати покази амперметра і вольтметра, а довжину досліджуваної дротини визначити за допомогою шкали на колонці. Результати записати в таблицю. Обчислити опір за відповідною формулою (3.3) або (3.9) в залежності від схеми вимірювань (робочі формули).

8. Пересунути рухомий кронштейн на 0.4; 0.3; 0.2; 0.1 м і для кожної довжини провести відповідні виміри сили струму і напруги. Результати вимірювань занести в таблицю. Обчислити опір за відповідною формулою та за графіком $J(U)$.

9. За допомогою перемикача, що керує схемами, змінити схему вимірювання і провести вимірювання для п'яти довжин відповідно. Результати вимірювань занести в таблицю. Обчислити опір за відповідною формулою та за графіком $J(U)$.

10. Враховуючи класи точності амперметра і вольтметра, а також ціну поділки шкали на колонці, визначити абсолютні похибки вимірювання напруги ΔU , струму ΔJ , довжини Δl .

11. Виходячи з теорії непрямих вимірювань, визначити надійний інтервал ΔR для кожної довжини за схемою № 4.

12. Провести обчислення питомого опору за формулою (3.1) для обох схем вимірювання (робоча формула).

13. Оцінити похибки визначення питомого опору згідно схеми № 4.

14. Результати представити у вигляді :

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho.$$

15. Представити графік залежності опору дротини R від її довжини } . Вказати на графіку похибки вимірювань R та }.

16. За нахилом графічної залежності $R(l)$ визначити ρ і порівняти з одержаним значенням ρ (пункт 14).

17. Зробити відповідні висновки.

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА ЗА РОЗТЯГОМ ДРОТИНИ ТА ПРОГИНОМ СТЕРЖНЯ.

I. МЕТА РОБОТИ: експериментальна перевірка закону Гука та ознайомлення з методами визначення модуля Юнга.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: прилад Лермантова, прилад для визначення модуля Юнга за прогином стержня, мікрометр, масштабна лінійка, досліджувана дротина, стержні з різних матеріалів.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

1. *Різні види деформацій, їх характеристики.*
2. *Закон Гука. Модуль Юнга, коефіцієнт Пуасона, модуль зсуву.*
4. *Пружність, крихкість і пластичність. Межа міцності, межа пружності.*
3. *Енергія пружнодеформованого тіла.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Всі реальні тверді тіла під дією зовнішніх сил змінюють свої лінійні розміри і об'єм. Такі зміни називають деформацією твердого тіла. Пружними називають деформації, що зникають в тілі після припинення дії зовнішніх сил, а пластичними - деформації, що зберігаються. Сили взаємодії між частинками твердого тіла, що виникають в результаті зміщення атомів з їх рівноважних положень і перешкоджають деформації тіла, називаються силами пружності.

Пружні деформації характеризуються напругою $\vec{\sigma}$. Якщо на деяку поверхню s діє зовнішня сила, то механічна напруга $\vec{\sigma}$ визначається формулою

$$\vec{\sigma} = \frac{\vec{F}}{s}, \quad (4.1)$$

де \vec{F} - сила пружності.

Для однозначного визначення напруги $\vec{\sigma}$ в твердому тілі на довільно орієнтованій поверхні s в довільній точці O , достатньо задати напруги $\vec{\sigma}_x, \vec{\sigma}_y, \vec{\sigma}_z$ на трьох взаємно перпендикулярних площинах, що проходять через точку O .

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_x \mathbf{n}_x + \vec{\sigma}_y \mathbf{n}_y + \vec{\sigma}_z \mathbf{n}_z, \quad (4.2)$$

де $\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z$ - проекції зовнішньої нормалі \vec{n} до поверхні s на осі декартової системи координат з центром в точці O . Сукупність дев'яти

величин, що є проекціями векторів $\ddot{\sigma}_x, \ddot{\sigma}_y, \ddot{\sigma}_z$ на три координатні осі x, y, z , називають тензором напруг

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Пружні деформації називаються малими, якщо для них справедливий закон Гука. Напряга $\ddot{\sigma}$ при пружній деформації тіла пропорційна відносній деформації ε :

$$\ddot{\sigma} = \mathbf{E}\ddot{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta}{l_0} = \frac{\Delta}{l_0}, \quad (4.4)$$

де \mathbf{E} – модуль пружності, котрий у випадку лінійного видовження називається модулем Юнга.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Для визначення модуля Юнга із розтягу дротини використовується прилад Лермантова (рис. 4.1). Він складається з кронштейна **1**, на якому закріплена досліджувана дротина **2**. В одній площині з дротиною до кронштейна **1** причеплені ще дві вертикальні дротини **3**, що закінчуються знизу перекладною **4** з гачком. Коли дослід не проводиться, гачок тримає важки, якими користуються для навантаження досліджуваної дротини. Відразу ж після розвантаження дротини важки перекладають на гачок. Цим досягають сталого навантаження кронштейна **1**, а отже і його сталого прогину і уникають похибки при вимірюванні видовження навантаженої дротини. Така похибка могла б виникнути внаслідок того, що до видовження дротини додавалася би деформація кронштейна.

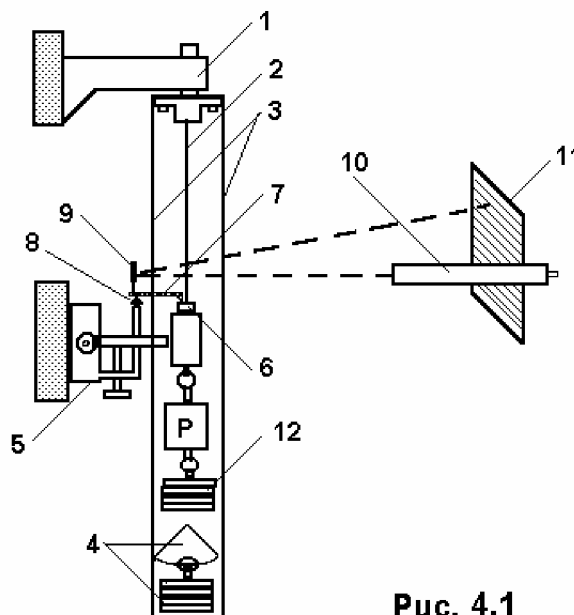


Рис. 4.1

Нехай дротина завдовжки Δ і площею поперечного перерізу S під дією сили P видовжилася на Δ , тоді із закону Гука (4.4) з врахуванням (4.1) можна одержати:

$$E = \frac{P \cdot \Delta}{S \cdot \Delta}. \quad (4.5)$$

Коли видовження Δ дорівнює початковій довжині Δ , то $E = \frac{P}{S}$, тобто модуль Юнга визначає собою силу, розраховану на одиницю площі, яка змінює довжину тіла вдвоє.

Тільки гуму можна розтягти у два рази, для інших же тіл, перш ніж їх довжина збільшиться вдвоє, буде перейдена межа міцності і тіло розірветься.

Для визначення видовження дротини Δ служить нижній кронштейн **5** з пристроями. На циліндр **6** спирається колінчатий важіль **7**, що може вільно повертатися навколо своєї осі **8**. Над цією віссю важеля перпендикулярно до нього закріплене дзеркальце **9**, яке освітлюється спеціальним освітлювачем **10**. Відбиті від дзеркальця промені попадають на міліметрову шкалу **11**.

При видовженні дротини на Δ циліндр **6** опускається і дзеркальце повертається на кут α , при цьому має місце співвідношення

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta}{b}, \quad (4.6)$$

де b – довжина важеля **7**. Зміна положення дзеркальця приводить до переміщення світлового зайчика вздовж шкали. Якщо зайчик перемістився з поділки n_1 на поділку n_2 шкали при повороті дзеркальця на кут α , а D – відстань від дзеркальця до шкали, то можна написати

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{n_2 - n_1}{D} = \frac{\Delta n}{D}. \quad (4.7)$$

Оскільки величина Δ мала, то кут α теж малий, тому можна замінити тангенси кутів значеннями самих кутів. Співставлення написаних вище формул дає

$$\Delta = \frac{\Delta n}{2D} b. \quad (4.8)$$

На нижньому кронштейні **5** є аретир, користуючись яким, шляхом повертання гвинта **13**, можна здійснити розтягування дротини без ривків, або звільнити дротину від дії навантаження. Якщо дротина, діаметр якої d , будучи навантажена тягарем маси m , видовжилась на Δ , тоді згідно (4.6) модуль Юнга

$$E = \frac{8mgD}{\pi d^2 b \Delta n}. \quad (4.9)$$

Ця формула є робочою.

Визначити модуль Юнга за розтягом (стиском) не завжди можливо і зручно, наприклад, коли досліджуємо товстий стержень. В цьому разі модуль Юнга можна визначити за деформацією прогину стержня.

В теорії про опір матеріалів [5] докладно розглядається деформація прогину і виводиться така формула для визначення модуля Юнга

$$h = \frac{kP\}^3}{Eac^3}, \quad (4.10)$$

h – стріла прогину (див. рис. 4.2), k – коефіцієнт, що залежить від способу закріплення стержня, P – прикладена сила (навантаження), $\}$ – довжина, a – ширина, c – товщина стержня. Коефіцієнт k має різне значення залежно від способу закріплення стержня. У випадку, коли один кінець стержня закріплено нерухомо, $k = 4$.

Прилад для визначення модуля Юнга за прогином стержня (рис.4.2) складається з масивної станини, на якій одним кінцем закріплений нерухомо прямокутний стержень. Важки поміщаються на шальку, скріплену з обоймою, яка вільно пересувається вздовж стержня. Зверху на обойму спирається вимірний стержень мікрометра. Мікрометром визначають стрілу прогину h досліджуваного стержня. Якщо обойма знаходиться на відстані $\}$ від точки закріплення стержня, то модуль Юнга визначається за формулою :

$$E = \frac{4mg\}^3}{hac^3}, \quad (4.11)$$

де m - маса важка, поставленого на шальку. Вираз (4.11) є робочою формулою.

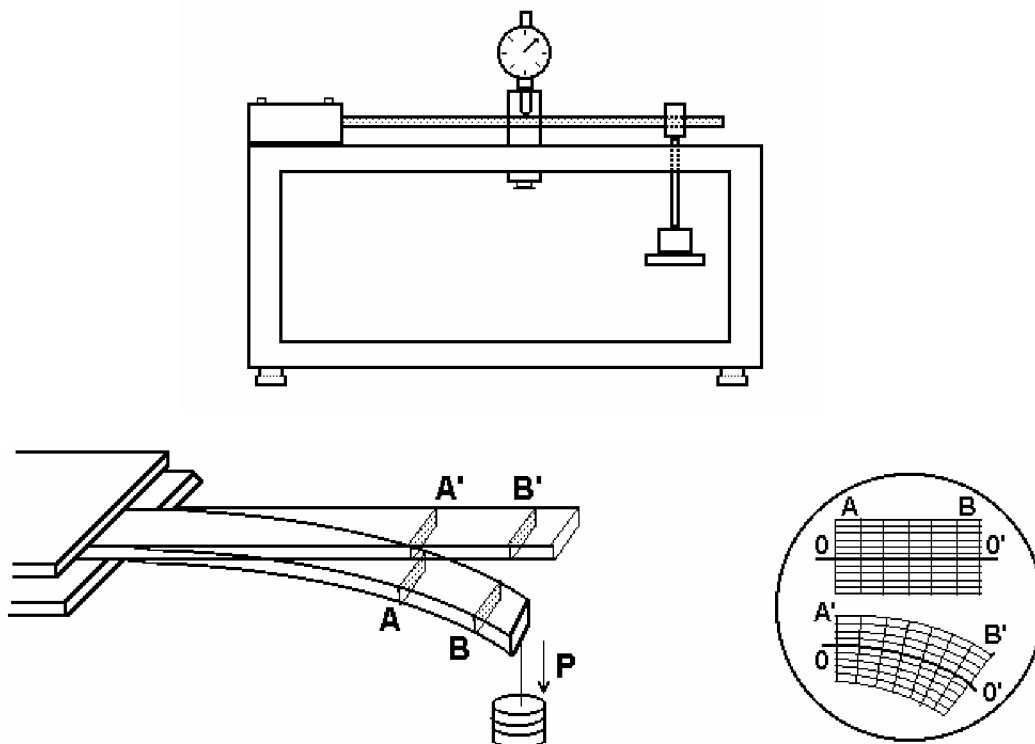


Рис. 4.2

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Завдання 1. Визначення модуля Юнга із розтягу дротину.

1. Промінь світла від освітлювача направляють на дзеркальце так, щоб відбитий від нього промінь дав на шкалі різкий зайчик.

2. Знявши всі важки (крім так званих постійних, які завжди повинні діяти на дріт, щоб він був випрямлений) з платформ **12** (рис.4.1) і перекидавши їх на платформу **4**, вимірюють міліметровою лінійкою довжину дроту } з точністю до 0,5 см. Визначають відстань **D** від шкали до дзеркальця (з точністю до 0,5 см. Довжина важіля **b** дається як постійна приладу). Записують нульову поділку шкали n_1 , на якій зупинився світловий зайчик.

3. Вимірюють діаметр дротину **d** мікрометром. Вимірювання проводять у різних місцях дротину. Всього необхідно зробити 5 вимірювань.

4. Послідовно навантажуючи дротину важками один за другим (на кожному з них вказана його маса) роблять відліки поділок шкали. Так роблять для всіх важків, знімаючи їх з платформи **4**.

5. Результати вимірювань по п.2-4 заносять в таблицю.

4. Будують графік залежності видовження дротину від величини навантаження і переконуються, що має місце лінійна залежність (виконується закон Гука). Для цього по осі ординат відкладають у відповідному масштабі різницю поділок Δn , по осі абсцис - величину маси тягаря **m**, яка викликала переміщення зайчика з поділки n_1 на поділку n_2 .

7. Обчислюють результати вимірювань:

а) знаходять середнє значення діаметра дротину **d** і похибки Δd ;

б) за формулою (4.10) для всіх навантажень вираховують модуль Юнга (**E** виражається в Н / м^2);

УВАГА. Різниця Δn у формулі (4.10) повинна бути виражена в метрах.

в) вважаючи, що значення модуля Юнга E_i одержані для різних навантажень, підлягають нормальному розподілу випадкових величин, вираховують середнє значення \bar{E} та границю надійного інтервалу (похибку результату вимірювання) ΔE для коефіцієнта надійності $\alpha = 0,95$ за схемою № 1 (методом приведення).

Завдання 2. Визначення модуля Юнга із прогину стержня.

1. Пересувають обойму з шалькою (без важків) на вільний кінець стержня. Встановлюють мікрометр так, щоб його вимірний стержень торкався середини обойми. Опускаючи, або піднімаючи мікрометр добиваються, щоб стрілка малої шкали, яка відраховує одиниці міліметра, встановилась на нуль основної шкали мікрометра напроти великої стрілки.

2. Масштабною лінійкою вимірюють віддаль } від місця закріплення стержня до середини обойми.

3. Мікрометром вимірюють в п'яти місцях стержня його ширину a і висоту c .

4. Послідовно навантажуючи шальку важками (на кожному з них вказана його маса), роблять відліки по шкалі мікрометра (спочатку одиниць міліметра, потім десятих і сотих долей міліметра). Різниця між попередніми показами мікрометра і одержаними дає стрілу прогину стержня h . Так роблять для всіх важків.

5. Пересувають обойму з шалькою на середину стержня. Встановлюють мікрометр згідно п.1 даного завдання. Повторюють виміри h і } згідно п.2 і 4.

6. Будують графік залежності стріли прогину стержня від величини навантаження.

7. Результати вимірювань обробляють за схемою № 1, як це вказано в завданні № 1.

8. Кінцевий результат представляють у вигляді $E = \bar{E} \pm \Delta E$.

9. Роблять короткі висновки.

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТА ПЕРЕВІРКА ТЕОРЕМИ ГЮЙГЕНСА-ШТЕЙНЕРА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

I. МЕТА РОБОТИ: ознайомлення з методом експериментального визначення моментів інерції твердих тіл за допомогою трифілярного підвісу.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: трифілярний підвіс, секундомір, штангенциркуль, досліджувані тверді тіла.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

1. Момент імпульса, момент сили. Зв'язок між ними.
2. Основний закон динаміки твердого тіла.
3. Рівняння руху твердого тіла навколо закріпленої осі. Момент інерції.
4. Кінетична енергія тіла, що обертається навколо закріпленої осі.
5. Сформулювати і довести теорему Гюйгенса-Штейнера.
6. Гармонічні коливання. Рівняння руху коливань осцилятора. Вивести формулу для частоти коливань.

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Момент інерції твердих тіл відносно деякої осі в загальному випадку визначається за формулою:

$$J = \int r^2 dm, \quad (5.1)$$

де dm – елемент маси досліджуваного тіла, r – відстань цього елемента маси від осі обертання.

Для тіл правильної геометричної форми величину моменту інерції можна розрахувати теоретично. В складних випадках момент інерції знаходять експериментально. Одним з можливих методів є метод крутильних коливань з допомогою трифілярного підвісу.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ

Гармонічним крутильним коливанням тіла називається періодичний рух навколо осі, що проходить через центр тяжіння цього тіла, коли кут відхилення від положення рівноваги змінюється за законом синуса або косінуса:

$$\alpha = \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right), \text{ або } \alpha = \alpha_0 \sin(\omega t), \quad (5.2)$$

де α_0 — амплітуда коливань.

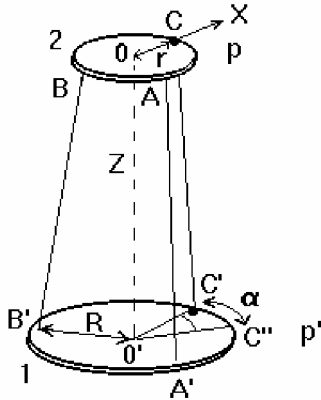


Рис. 5.1

Трифілярний підвіс, будова якого показана на рис. 5.1, складається із тонкого диска (платформи) масою m , радіусом R , підвішеного на трьох симетрично розташованих нитках. Вгорі ці нитки симетрично закріплені до країв диска меншого радіуса r , який в свою чергу закріплений на кронштейні. З ним зв'язана ручка, з допомогою якої системі надаються крутильні коливання. При цьому нижня платформа повертається

навколо вертикальної осі на деякий кут α відносно верхньої і виникає момент сил, який прагне повернути платформу в положення рівноваги. Так виникають крутильні коливання, період яких залежить від моменту інерції платформи. При її навантаженні буде відбуватися зміна моменту інерції, а отже і періода коливань.

При обертанні самої платформи або разом з досліджуваним тілом всі три нитки будуть знаходитись в нахиленому положенні, а центр тяжіння системи дещо піднімається вздовж осі обертання. Закон збереження енергії при нехтуванні тертям для загального випадку можна записати в такому вигляді:

$$\frac{1}{2} J \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + Mg(z_0 - z) = E, \quad (5.3)$$

де J — момент інерції, M — маса платформи з досліджуваним тілом, E — повна енергія системи, z_0 — початкова координата точки O' (при $\alpha=0$), z — координата т. O' при куті повороту α . З рис. 5.1 видно, що т. C має координати $(r, 0, 0)$, а т. C' — $(R \cdot \cos \alpha, R \cdot \sin \alpha, z)$. Відстань $CC' = l$ (довжині нитки), тому $l^2 = (R \cdot \cos \alpha - r)^2 + R^2 \sin^2 \alpha + z^2$, або при малих кутах, враховуючи, що $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$

$$z^2 = l^2 - R^2 - r^2 + 2Rr \cos \alpha = z_0^2 - 2Rr(1 - \cos \alpha) \approx z_0^2 - Rr\alpha^2.$$

Звідси

$$z = \sqrt{z_0^2 - Rr\alpha^2} = z_0 \sqrt{1 - \frac{Rr\alpha^2}{z_0^2}} \approx z_0 - \frac{Rr\alpha^2}{2z_0}. \quad (5.4)$$

Підставивши (5.4) в (5.3), одержимо:

$$\frac{1}{2} J \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + Mg \frac{Rr}{2z_0} \alpha^2 = E. \quad (5.5)$$

Продиференціюємо за часом цей вираз і одержимо рівняння руху системи:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + Mg \frac{Rr}{z_0} \alpha = 0, \quad (5.6)$$

розв'язком якого є вираз

$$\alpha = \alpha_0 \sin \sqrt{\frac{MgRr}{Jz_0}} t. \quad (5.7)$$

Отже, така система має період коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Jz_0}{MgRr}}. \quad (5.8)$$

Звідси момент інерції системи

$$J = \frac{MgRr}{4\pi^2 z_0} \cdot T^2, \quad (5.9)$$

або

$$J = kMT^2, \text{ де } k = \frac{gRr}{4\pi^2 z_0} \quad (5.10)$$

для даного приладу стала величина.

Для пустої платформи момент інерції позначимо через \bar{J}_0 , а період коливання через T_0 .

Навантаження платформи проводять двома способами: перший - циліндри розміщують в центрі платформи, кладучи їх один на другий, і другий спосіб - циліндри розміщують на певній відстані d від центра платформи симетрично відносно нього.

Для першого способу навантаження момент інерції позначимо \bar{J}_1 , період коливання T_1 , для другого способу відповідно - \bar{J}_2 та T_2 . В обох випадках $M = m + 2M_{ц.}$.

Отже :

$$\bar{J}_1 = k(m + 2M_{ц.}) T_1^2, \quad (5.11)$$

$$\bar{J}_2 = k(m + 2M_{ц.}) T_2^2. \quad (5.12)$$

Момент інерції одного циліндра відносно осі, що проходить через центр мас, визначають за формулою:

$$\bar{J}_{ц.о.} = \frac{1}{2} (\bar{J}_1 - \bar{J}_0). \quad (5.13)$$

Момент інерції циліндра відносно осі, що знаходиться на відстані d і паралельна до осі, що проходить через центр мас, визначають за формулою:

$$\bar{J}_{ц.} = \frac{1}{2} (\bar{J}_2 - \bar{J}_0). \quad (5.14)$$

Формули (5.13) і (5.14) є кінцевими робочими формулами.

Значення величин моментів інерції циліндрів для обох цих випадків можна розрахувати за відповідними формулами:

$$\bar{J}_{\text{ц.о.т.}} = \frac{1}{2} M_{\text{ц.}} R_{\text{ц.}}^2, \quad (5.15)$$

$$\bar{J}_{\text{ц.т.}} = \frac{1}{2} M_{\text{ц.}} R_{\text{ц.}}^2 + M_{\text{ц.}} d^2. \quad (5.16)$$

Формула (5.9) справедлива при відсутності втрат енергії на тертя. Поправки на тертя виявляються незначними у випадку, коли енергія коливань системи значно перевищує енергію за період, що відповідає умові:

$$\tau \gg T, \quad (5.17)$$

де τ – час, протягом якого амплітуда коливань платформи зменшується в 2-3 рази, T – період коливань.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з установкою, вимірними приладами. За допомогою ручки, зв'язаної з малим диском, надають платформі коливного обертового руху. Перевіряють, чи виконується умова (5.17).

2. Перевіряють малість амплітуди ($\alpha \approx 5 - 6\%$) по незалежності періоду коливань від α_0 . Для цього вимірюють час (t_1) 20 повних

коливань, визначають $T_1 = \frac{t_1}{20}$ для α_1 . Далі амплітуду зменшують приблизно в 2 рази і знову знаходять період T_2 . Якщо $T_1 = T_2$, можна проводити вимірювання при $\alpha \leq \alpha_1$. У випадку $T_1 \neq T_2$ амплітуду необхідно знову зменшити вдвоє і повторити вимірювання до тих пір, доки значення попереднього і наступного періодів не співпадатимуть в межах точності експерименту.

3. Вимірюють висоту z_0 , радіуси R і r . Розраховують за формулою (5.10) константу k .

4. Вимірюють час 50 повних коливань пустої платформи 5 разів. Визначають період $T_0 = \frac{t}{50}$.

5. В центрі платформи один на другий кладуть два однакові циліндри, маси яких знаходять з допомогою терезів на початку експерименту. Знаходять час 50 повних коливань навантаженої платформи, повторивши виміри 5 разів. Визначають період T_1 .

6. Симетрично по відношенню до центра платформи розміщують циліндри на певній відстані. Відстань між центрами циліндрів вимірюють штангенциркулем. Визначають період T_2 аналогічно п.4 і 5. Результати вимірювань заносять в таблицю.

7. Результати прямих вимірів часів t_0, t_1, t_2 обробити за схемою №1. Оцінити похибку вимірювань маси циліндрів.

8. За формулами (5.13) та (5.14) визначити моменти інерції циліндрів.

9. Обчислити похибки величин $T_0, T_1, T_2, \bar{J}_{ц.о.}, \bar{J}_{ц.}$ за схемами №1 і №4 відповідно.

10. Одержані з експерименту значення $\bar{J}_{ц.о.}$ та $\bar{J}_{ц.}$ співставити з розрахованими значеннями за формулами (5.15) та (5.16).

11. Результати вимірювань і обчислень звести в таблицю. Результати представити у вигляді:

$$J_{ц.} = \bar{J}_{ц.} \pm \Delta J_{ц.};$$

$$J_{ц.т.} = \bar{J}_{ц.т.} \pm \Delta J_{ц.т.}$$

12. Провести аналіз одержаних результатів, зробити висновки про узгодженість експериментальних даних з теоретичними розрахунками.

ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ ЗВ'ЯЗАНИХ СИСТЕМ

I. МЕТА РОБОТИ: ознайомлення студентів з зв'язаними системами, нормальними коливаннями, явищем резонансу у зв'язаних системах.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ: установка РМ-10, важки, штатив з масштабною лінійкою.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

1. Гармонічні коливання. Рівняння руху для гармонічних коливань пружинного маятника та математичного маятника. Формули для частот цих коливань.
2. Складання гармонічних коливань однакової частоти. Метод векторних діаграм. Биття.
3. Поняття про ступені вільності. Коливання систем з багатьма ступенями вільності. Нормальні коливання.
4. Загасаючі коливання.
4. Вимушені коливання. Резонанс.

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Найпростіші коливання - це гармонічні коливання. Гармонічними коливаннями називають коливання, що відбуваються за законом синуса або косинуса. Рівняння руху для таких коливань записується :

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{або} \quad y = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (6.1)$$

де A – амплітуда коливань, ω – частота, φ – фаза. Гармонічні коливання здійснюють пружинний маятник і математичний маятник. Але це відбувається лише при невеликих амплітудах відхилення, при яких можна вважати, що повертаючі сили пропорційні величині відхилення x коливної точки від положення рівноваги. Систему, яка здійснює гармонічні коливання, називають лінійним або гармонічним осцилятором. Диференціальне рівняння руху (II з-н Ньютона) записується для пружинного маятника :

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{або} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0; \quad (6.2)$$

для математичного маятника :

$$m\ddot{x} = -\frac{mg}{l}x \quad \text{або} \quad \ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0. \quad (6.3)$$

Власні частоти гармонічних коливань відповідно мають вигляд :

$$\omega_{\text{пм}} = \sqrt{k/m}, \quad (6.4)$$

$$\omega_{\text{мм}} = \sqrt{g/l}. \quad (6.5)$$

Якщо система має декілька ступенів вільності, то при малих відхиленнях від положення рівноваги можливі одночасно коливання по усіх ступенях вільності.

Якщо коливання, що відповідають кожному ступеню вільності, незалежні один від одного, тобто не можуть обмінюватися один з другим енергією, то розгляд руху системи з декількома ступенями вільності є чисто кінематична задача: знаючи рух по кожному ступеню вільності, треба провести кінематичне складання рухів.

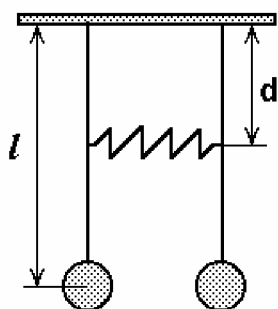


Рис. 6.1

Зв'язаною системою називається система з багатьма ступенями вільності, між якими є зв'язки, що забезпечують можливість обміну енергією між різними ступенями вільності. Прикладом такої системи є два ідентичні маятники, зв'язані пружиною (рис. 6.1). Для цих маятників можлива перекачка енергії від одного маятника до другого і досить складний рух.

Якщо маятники закріплені так, що вони можуть коливатися лише у площині маятників, то ця система має два ступені вільності. Незважаючи на складність руху двох зв'язаних маятників, він завжди може бути поданий як суперпозиція двох гармонічних коливань, частоти яких називаються нормальними частотами зв'язаної системи. Число нормальних частот рівне числу ступенів вільності. Нормальними коливаннями для розглядуваної системи є однофазні і протифазні коливання. Однофазними коливаннями називають такі коливання зв'язаної системи, коли маятники у початковий момент відхилені в одну сторону і на однаковий кут. При протифазних коливаннях маятники відхилені в протилежні сторони, але на однаковий кут.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Запропонована для виконання лабораторна установка (рис.6.2) складається з двох зв'язаних пружинами 10, 11 маятників 8, 9, кожен з яких коливається у своїй вертикальній площині. Для підтримки незгасаючих коливань використовується важіль зовнішньої сили 7, зв'язаний з електричним двигуном. Установка оснащена індикатором часу 17 та індикатором кількості коливань 18. На передній панелі є кнопка вимикача струму "СЕТЬ" і кнопка стирання показів шкали 19, кнопка "СТОП", вмикач двигуна 15, регулятор числа обертів двигуна 16, індикатор роботи двигуна.

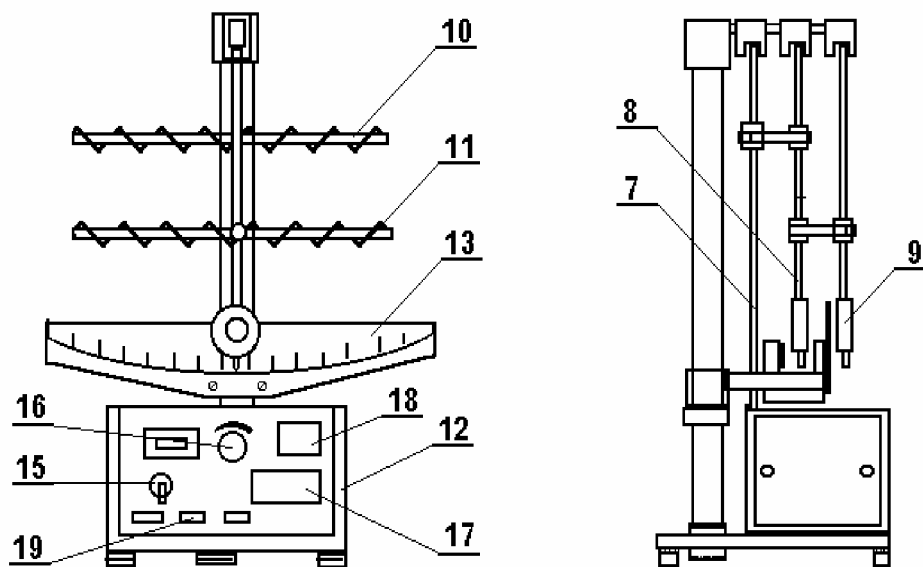


Рис. 6.2

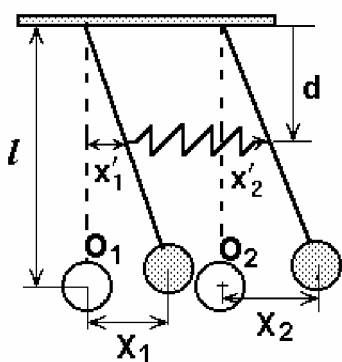


Рис. 6.3

Система маятників установки має два ступені вільності. При малих коливаннях можна знехтувати вертикальними зміщеннями точок маятників і розглядати їх рух вздовж однієї горизонтальної прямої. Положення точок, що коливаються (центри мас маятників) характеризуються зміщеннями x_1 та x_2 від своїх положень рівноваги, позначених буквами O_1 та O_2 на рис.6.3.

Коли точки знаходяться одночасно в положенні рівноваги, пружина, що їх з'єднує, не деформується і тому не діє на точки з якимись силами.

Рівняння руху точок без врахування їх зв'язку при допомозі пружини мають вигляд:

$$\ddot{x}_1 + \frac{g}{l} x_1 = 0; \quad \ddot{x}_2 + \frac{g}{l} x_2 = 0. \quad (6.6)$$

При деформації пружини виникають сили, пропорційні видовженню (закон Гука). Видовження пружини є $(x_2 - x_1)$ і тому сили, що діють на точки, рівні :

$$F_1 = -F_2 = k(x_1 - x_2), \quad (6.7)$$

де k – коефіцієнт жорсткості пружини. Тому рівняння руху з врахуванням сил зв'язку при допомозі пружини мають вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + (g/l)x_1 + \frac{k}{m}(x_1 - x_2) = 0, \\ \ddot{x}_2 + (g/l)x_2 - \frac{k}{m}(x_1 - x_2) = 0, \end{cases} \quad (6.8)$$

де m – однакова маса маятників, зосереджена в центрі мас. Складаючи і віднімаючи рівняння системи (6.8), одержуємо два нових рівняння, що описують нормальні гармонічні коливання:

$$\frac{d^2(x_1 + x_2)}{dt^2} + \frac{g}{l}(x_1 + x_2) = 0; \quad (6.9)$$

$$\frac{d^2(x_1 - x_2)}{dt^2} + \frac{g}{l}(x_1 - x_2) + \frac{2k}{m}(x_1 - x_2) = 0$$

Як видно із системи рівнянь (6.9), частоти однофазних і протифазних нормальних коливань задаються відповідно виразами:

$$\omega_1 = \sqrt{g/l}, \quad (6.10)$$

$$\omega_2 = \sqrt{g/l + 2k/m}. \quad (6.11)$$

В даному виводі допускалося, що зв'язуюча пружина з'єднує центри мас маятників. Якщо вона розмішена на віддалі $d < l$ від точки підвісу, то частота протифазних коливань ω_2 задається виразом:

$$\omega_2 = \left(\frac{g}{l} + \frac{2k d}{m l} \right)^{1/2}. \quad (6.12)$$

Це зумовлено тим, що видовження пружини стає іншим, а саме $(x_1' - x_2')$ (рис.6.3). Рівняння нормальних коливань (6.9) тоді переписуться

$$\frac{d^2(x_1 + x_2)}{dt^2} + \frac{g}{l}(x_1 + x_2) = 0;$$

$$\frac{d^2(x_1 - x_2)}{dt^2} + \frac{g}{l}(x_1 - x_2) + \frac{2k}{m}(x_1' - x_2') = 0; \quad (6.13)$$

Через те, що $x_1' / x_1 = d/l$, $x_2' / x_2 = d/l$ (із подібності трикутників (рис.6.3)), то

$$x_1' - x_2' = \frac{d}{l}(x_1 - x_2). \quad (6.14)$$

Підставляючи (6.14) у друге рівняння системи (6.13) і, порівнюючи одержане рівняння з диференціальним рівнянням для гармонічних коливань, одержуємо рівність (6.12). Формули (6.10) і (6.12) є кінцеві робочі формули. За цими формулами можуть бути розраховані однофазні і протифазні коливання, які, у свою чергу, можуть бути одержані експериментально.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Завдання 1. Визначення коефіцієнта пружності пружини.

1. Підвісити зняту пружину на штативі. Зафіксувати на шкалі нижній кінець пружини. Підвісити за нього заданий вантаж і виміряти Δx .

2. На лабораторних терезах зважити вантаж і знайти його масу.

3. Пункт 1 і 2 повторити ще для двох вантажів.
4. Для кожного досліду за формулою

$$k = mg / \Delta x \quad (6.15)$$

обчислити k .

5. Методом приведення до прямих вимірювань непрямих знайти \bar{k} і довірчий інтервал Δk за схемою № 1 обробки результатів вимірювань.

Можна користуватись і одним вантажем, повторюючи дослід 3-5 разів. Так як вимірювання у цьому випадку рівноточні, то середнє значення коефіцієнта пружності і довірчий інтервал знаходиться за схемою № 4 обробки непрямих вимірювань.

6. Результати вимірювань і обчислень занести у раціонально вибрану таблицю.

Завдання 2. Визначення частоти однофазних коливань.

1. Зняти пружини 10, 11, які з'єднують тягу зовнішньої сили з маятниками, маятники з'єднати пружинами.
2. Закріпити вантажі на спицях 8 і 9.
3. Обидва маятники відхилити на кут $\alpha = 15^\circ$ і відпустити. Зафіксувати час десяти коливань ($n=10$).
4. Дослід повторити 5 разів.
5. За формулою

$$\omega_1' = \frac{2\pi n}{\bar{t}} \quad (6.16)$$

знайти середнє значення частоти однофазних коливань. Довірчий інтервал оцінити за схемою № 4 для непрямих вимірювань, бо ці вимірювання рівноточні.

6. Виміряти довжину маятника l , при цьому врахувати, що віддаль між нарізами на спицях становить 5 см з похибкою 0.1 мм.

7. Результати вимірювань і обчислень занести в раціонально вибрану таблицю.

8. За формулою (6.10) обчислити ω_1 , оцінити $\Delta\omega$ за схемою № 4. Порівняти одержані значення частот однофазних коливань.

9. Зробити висновки про гармонічність цих коливань.

Завдання 3. Визначення частоти протифазних коливань.

1. Пункт 1 завдання 2 залишити без змін.
2. Відхилити маятники (спиці з вантажами) у протилежні сторони так, щоб кут між ними дорівнював $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \approx 15^\circ + 15^\circ$, де α_1 і α_2 - кути між спицями і вертикаллю. Відпустити їх і зафіксувати час $n=10$ коливань.
3. Дослід повторити 5 разів.
4. За формулою

$$\bar{\omega}_2' = \frac{2\pi n}{\bar{t}_2} \quad (6.17)$$

знайти середню частоту $\bar{\omega}'_2$. Довірчий інтервал оцінити за схемою № 4 для непрямих вимірювань. Результати вимірювань і обчислень занести в раціонально вибрану таблицю.

5. Виміряти довжину d , при цьому враховуючи, що віддаль між нарізами на спицях становить 5 см з похибкою 0.1 мм.

6. За формулою (6.12) обчислити ω_2 . Довірчий інтервал оцінити за схемою № 4. Порівняти одержані значення частот протифазних коливань.

7. Зробити висновки про гармонічність цих коливань.

Завдання 4. Визначення частоти биття.

1. За формулою

$$\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad (6.18)$$

визначити частоту биття.

2. Для того, щоб спостерігати биття, потрібно один з маятників вивести з положення рівноваги, а другий придержати у положенні рівноваги. Далі надати маятникам можливість вільно коливатись.

Завдання 5. Спостереження резонансу.

1. Під'єднати до маятників пружини 10, 11.

2. Ввімкнути вмикач двигуна 15.

3. Регулятором 16 збільшувати частоту зовнішньої сили. При різкому зростанні амплітуди в системі спостерігайте резонанс.

4. Записати кінцевий результат і зробити висновки.

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗІТКНЕННЯ ТІЛ

I. МЕТА РОБОТИ: експериментальне вивчення законів зіткнення тіл на прикладі пружних та непружних ударів тіл.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: прилад УРМ-08 з відповідним набором куль.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

- 1. Поняття замкненої системи. Виведення закону збереження імпульсу.**
- 2. Вивести та пояснити закон збереження та перетворення енергії в механіці.**
- 3. Поняття потенціальних сил та полів, консервативних систем. Умови рівноваги в них.**
- 4. Проаналізувати удар двох тіл. Абсолютно непружне зіткнення. Вивести та проаналізувати основні формули, що його характеризують. Поглинання та випускання фонуна як результат непружного зіткнення.**
- 5. Пружне зіткнення двох тіл. Зображення та аналіз зіткнень за допомогою діаграм. Сповільнення нейтронів.**

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Під зіткненням розуміють взаємодію двох або декількох матеріальних тіл в відносно малій області простору напротязі відносно малого проміжку часу. Одним із видів зіткнення є удар двох куль (пружний або непружний). Удар буде пружним, коли коефіцієнт відновлення близький до одиниці, а непружним, для якого коефіцієнт відновлення близький до нуля. Дослідження законів збереження, що виконуються для цих ударів, проводяться в даній роботі.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Загальний вигляд приладу для дослідження удару куль **УРМ-08** показаний на рис. 7.1. Основа (1) стоїть на регулюючих ніжках (2), з допомогою яких проводиться вирівнювання приладу. На основі закріплений штатив (3), на якому закріплені нижній (4) та верхній (5) кронштейни.

В верхній частині опорного штативу закріплені кронштейни із стержнями (6) і гвинт (7), який використовується для встановлення відстані між кулями. На стержнях (6) розміщені тримачі (8) з втулками (9), які фіксуються з допомогою болта (10) і пристосовані для закріплення підвісів (11). Через підвіси протягнуті дротини (12), які підводять напругу до гвинтів (13), підвісів (11), а через них до куль (14). Після відкручування

гвинтів в підвісах можна встановити довжину підвіски куль. На нижньому кронштейні закріплені кутники з шкалами (15),(16), а також електромагніт (17). Після відкручування болтів (18),(19) електромагніт можна пересувати вздовж правої шкали і фіксувати висоту його положення.

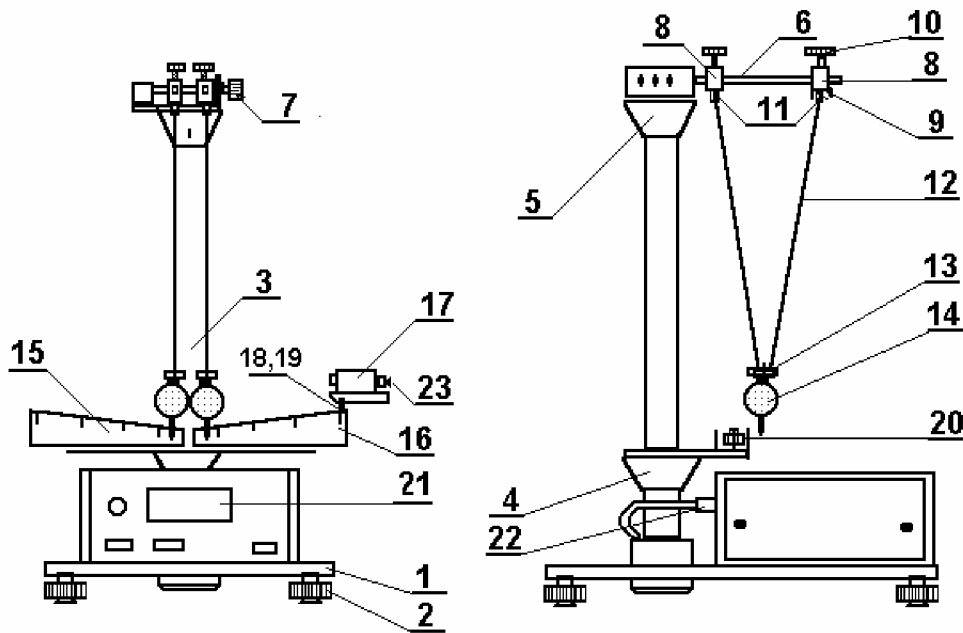


Рис. 7.1

Силу електромагніта можна регулювати гвинтом (23). Кутники з шкалами також можна пересувати вздовж нижнього кронштейна. Для зміни їх положення треба відпустити гайки (20), підібрати необхідне положення кутників, а потім догвинтити гайки. На основі закріплений мікросекундомір **PM-16** (21), який передає напругу через з'єднання (22) до куль і електромагніта.

Принцип роботи описаного приладу заснований на основному законі фізики - законі збереження енергії: повна механічна енергія ізольованої консервативної системи під час руху системи не змінюється.

В процесі експерименту досліджується закон збереження імпульсу. Імпульс куль до удару визначається за формулою:

$$\mathbf{p} = \mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1, \quad (7.1)$$

де \mathbf{m}_1 – маса куль, яка ударяється, разом з підвіскою; \mathbf{v}_1 – швидкість цієї куль, яка визначається за формулою:

$$v_1 = 2\sqrt{g} \} \sin \frac{\alpha_1}{2}, \quad (7.2)$$

де g – прискорення сили земного тяжіння, $\}$ – довжина підвіски куль, α_1 – кут, з якого була відпущена куля. Сумарний імпульс після пружного удару визначається за формулою:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{m}_1 \mathbf{v}'_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}'_2, \quad (7.3)$$

де \mathbf{m}_2 – маса куль, в яку ударяє куля масою \mathbf{m}_1 , разом з підвіскою, \mathbf{v}'_2 – швидкість куль масою \mathbf{m}_2 після удару.

Швидкості куль після удару визначаються за такими формулами:

$$v_1' = 2\sqrt{g} \sin \frac{\alpha_1'}{2}, \quad (7.4)$$

$$v_2' = 2\sqrt{g} \sin \frac{\alpha_2'}{2}, \quad (7.5)$$

де α_1' - кут, на який відскочила куля, яка ударяла, α_2' – кут, на який відскочила після зіткнення куля, яку ударила куля масою m_1 .

Після ідеально непружного зіткнення сумарний імпульс буде визначатися формулою:

$$p'' = (m_1 + m_2)v_2'', \quad (7.6)$$

де v_2'' - загальна швидкість куль після непружного зіткнення, яка визначається за формулою:

$$v_2'' = 2\sqrt{g} \sin \frac{\alpha_2''}{2}, \quad (7.7)$$

де α_2'' - кут, на який відскочать обидві кулі після удару.

Пружні та непружні удари можна характеризувати коефіцієнтом відновлення:

$$k = \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}, \quad (7.8)$$

де $v_1' - v_2'$ – відносна швидкість куль після удару, $v_1 - v_2$ – відносна швидкість куль до удару.

Формули (7.1), (7.3), (7.6), (7.8) є робочими формулами.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ.

Експлуатація приладу допускається лише при його заземленні. Перевірити горизонтальність положення приладу. Натиснути кнопку "СЕТЬ" і перевірити, чи всі індикатори вимірювача показують цифру "нуль". Кулі із пластиліну виготовляють шляхом скатування шматка пластиліну на плоскій поверхні.

Завдання. Перевірка закону збереження імпульсу.

Прилад готовий до роботи зразу після вмикання його в електричну мережу.

1. Гайки підвісів перемістити максимально вгору, на підвіси нагвинтити дві вибрані кулі. З допомогою гвинта (7), що знаходиться на верхньому кронштейні відстань між стержнями (6) встановлюють такою, щоб кулі дотикалися одна до другої.

2. Відпустити болти (10) і перемістити тримачі (8) в положення, в яких леза підвісів будуть знаходитися в одній площині з кутниками із шкалами (15,16). Болти після цього треба затягнути.

3. Відпустити гвинти підвісів і встановити таку довжину дротів (12), щоб на висоті кутових шкал знаходилися лише леза підвісів, а риски на кулях знаходилися на одному рівні. Після цього гвинти підвісів треба затягнути.

4. Провести корекцію основної установки куль. Для цього кулю, яка займає вище положення, легко вивертаючи, довести до рівності рівнів рисок на кулях і затягнути гайку підвісів. Діапазон можливого коректування 0-4 мм.

5. Відпустити гайки (20) і встановити кутники (15,16) так, щоб леза підвісів показували нуль для моменту, коли кулі знаходяться в спокої. Затягнути гайки (20). Відпустити болти (18,19). Встановити електромагніт на вибраній відстані від початку шкали і на такій висоті, щоб його вісь була продовженням рисок на кулі. Болти (18,19) затягнути.

6. Натиснути кнопку "СЕТЬ", потім "ПУСК". Гвинтом (23) відрегулювати силу електромагніта, щоб він утримував кулю.

7. Праву кулю відвести в бік електромагніта і блокувати в цьому положенні, ліву кулю встановити нерухомо в положенні рівноваги. Прочитати значення кута α_1 .

8. Натиснути кнопку "СБРОС", далі "ПУСК". Після зіткнення куль відмітити, на які кути α_1' і α_2' або α_2'' відійдуть кулі. Прочитати їх значення та тривалості t зіткнення куль. Вимірювання провести не менше 10 разів.

9. Виміряти за допомогою масштабної лінійки довжину підвісок (між стержнем верхнього кронштейна і центром кулі). Виміри повторити 10 разів.

10. На терезах, які забезпечують точність вимірювання ± 0.1 г, зважити кулі разом з підвісками і знайти m_1 і m_2 . Всі дані занести в таблицю.

11. За формулами (7.1), (7.3) або (7.6) визначити імпульс куль до і після удару. За формулою (7.8) оцінити коефіцієнт відновлення.

12. Обробку результатів прямих вимірювань провести за схемою №1, непрямих за схемою № 4. Представити кінцеві результати, проаналізувати їх та зробити короткі висновки.

ВИЗНАЧЕННЯ ПОСТІЙНОЇ БОЛЬЦМАНА

I. МЕТА РОБОТИ: *за допомогою рівняння стану моля ідеального газу визначити постійну Больцмана.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *велика скляна колба, водяний манометр, універсальний медичний шприц для ін'єкцій, етиловий ефір, термометр.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

1. *Тиск газу з молекулярної точки зору.*
2. *Газові закони.*
3. *Рівняння стану ідеальних газів за кінетичною теорією.*
4. *Постійна Больцмана і кінетична енергія однієї молекули.*
5. *Методи вимірювання постійної Больцмана.*
6. *Стаціонарні і нестаціонарні, рівноважні і нерівноважні стани.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Постійна Больцмана $k = \frac{R}{N_A}$ – це відношення роботи розширення

одного моля газу в процесі нагрівання його на один градус при постійному тиску (R - універсальна газова стала) до числа молекул в одному молі речовини (N_A - число Авогадро).

Запишемо рівняння стану для моля ідеального газу:

$$P \cdot V = R \cdot T, \quad (8.1)$$

де P , V і T - відповідно тиск, об'єм і температура моля газу. Оскільки $R = k \cdot N_A$, то рівняння (8.1) прийме вигляд:

$$PV = kN_A T. \quad (8.2)$$

Поділивши рівняння (8.2) на V отримаємо:

$$P = \frac{N_A}{V} kT = nkT, \quad (8.3)$$

де n - число молекул в одиниці об'єму. Таким чином, рівняння (8.3) визначає тиск ідеального газу. Це рівняння дуже зручне для визначення постійної Больцмана за відомими температурою, тиском та концентрацією молекул газу

$$k = \frac{P}{n \cdot T}; \quad (8.4)$$

Концентрацію n молекул газу з відомою молекулярною масою μ легко підрахувати, якщо відома маса газу M , що займає відповідний об'єм V . Розділивши масу газу M на молекулярну масу μ , отримаємо число молів газу $\nu = M/\mu$ в посуді, об'ємом V . Кожен моль газу містить число

молекул, рівне числу Авогадро N_A . Відповідно, в даному об'ємі V міститься νN_A молекул. В одиниці об'єму їх міститься:

$$n = \frac{MN_A}{\mu \cdot V}. \quad (8.5)$$

Підставивши вираз (8.3) у рівняння (8.2), отримаємо:

$$k = \frac{P \cdot \mu \cdot V}{M \cdot N_A \cdot T}. \quad (8.6)$$

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Схема установки, що застосовується для експериментального визначення постійної Больцмана k , приведена на рис. 8.1. Герметично закрита велика колба відомого об'єму V сполучена гумовою трубкою (3) з водяним відкритим манометром (2), що має вигляд U-подібної проградуєваної скляної трубки. Посуд заповнений повітрям при атмосферному тиску, тому рівні водяного стовпчика в обох колінах манометра, сполученого з посудом, однакові. В шприц набирають рідкий етиловий ефір і вводять його в середину посуду. Ефір швидко випаровується і рівномірно розподіляється по всьому об'єму колби. Колба повинна мати великий об'єм, щоб весь введений в неї рідкий ефір після випаровування не досяг значення насиченого тиску при даній температурі. Тоді загальний тиск, що встановиться в колбі, згідно закону Дальтона, буде рівний сумі парціальних тисків повітря і парів ефіру

$$P = P_n + P_e.$$

Тому на воду в одному коліні манометра, що з'єднане з колбою, буде діяти тиск $P = P_n + P_e$, а на відкритий кінець другого коліна - лише тиск P_n . Рівень води в колінах зміниться на величину різниці тисків, тобто на $\Delta P = P_e$.

Парціальний тиск парів ефіру P_e зрівноважується тиском водяного стовпчика в правому коліні манометра і дорівнює гідростатичному тиску водяного стовпчика висотою h (ρ_v – густина води)

$$P_e = \rho_v g h. \quad (8.7)$$

Тиск відраховують після того, як рівень водяного стовпчика перестане змінюватись. Температура парів ефіру при цьому рівна кімнатній. Маса парів ефіру можна визначити, знаючи об'єм введеного в колбу рідкого ефіру V_e

і його густину ρ_e ($\rho_e = 716 \text{ кг/м}^3$)

$$M = \rho_e V_e. \quad (8.8)$$

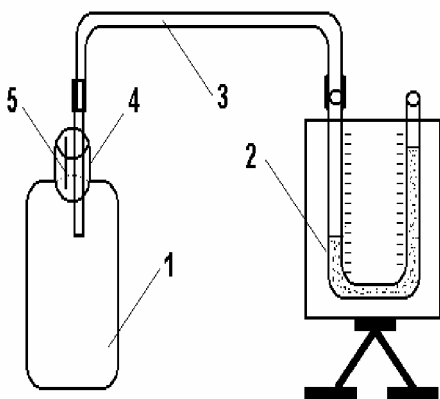


Рис. 8.1. Схематичне зображення установки для визначення постійної Больцмана: 1 - скляна колба; 2 - водяний манометр; 3 - гумова трубка; 4 - герметична пробка; 5 - голка від шприца.

Підставивши формули (8.7) і (8.8) в формулу (8.6), дістанемо робочу формулу для обчислення постійної Больцмана

$$k = \frac{\rho_B g h \cdot \mu_e V}{\rho_e V_e N_A T}. \quad (8.9)$$

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Виміряти кімнатну температуру. Виразити її в градусах шкали Кельвіна.
2. Набрати в шприц 1 - 2,5 см³ етилового ефіру і обережно ввести ефір в середину скляної колби.
3. Спостерігайте за показами манометра: після досягнення максимальної різниці висот h води в колінах манометра, записати це значення.
4. Якщо тиск ефіру в колбі з часом зменшується (що видно по зміні висот), то необхідно перевірити і усунути можливі шляхи витоку ефіру з колби. При неможливості повністю усунути витік ефіру (конструктивні недосконалості установки), необхідно знайти і врахувати поправку на негерметичність.
5. Для цього:
 - а) набрати в шприц таку ж кількість ефіру, як в попередньому досліді;
 - б) ввести ефір в колбу, одночасно увімкнувши секундомір; зафіксувати максимальне значення різниці висот h_m води в трубках манометра;
 - в) після досягнення максимуму різниці висот h_m в колінах манометра почати записувати значення висоти h і часу t через певні проміжки часу (які залежать від швидкості зменшення висоти h);
 - г) побудувати графік залежності h від t . При наявності маленького отвору в посудині з газом, тиск P якого більший за тиск P_0 ззовні посудини, тиск в ній зменшується по закону

$$P - P_0 = (P - P_0)_{t=0} \cdot e^{-t/\tau}, \quad (8.10)$$

де $\tau = \frac{4V}{S\bar{v}}$ – час релаксації, S - площа отвору, \bar{v} – середня

швидкість теплового руху молекул газу, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$. В нашому

досліді тиск парів ефіру ззовні колби можна вважати рівним нулеві, тому $P_0 = 0$, отже формула (8.10) приймає вигляд

$$P_e = P_{e0} e^{-t/\tau}, \quad (8.11)$$

P_{e0} – тиск ефіру, який мав бути в колбі в початковий момент часу, тобто при умові, що отвір виник, коли в колбі був тиск P_{e0} . Прологарифмувавши рівність (8.11), одержимо

$$\ln P_e = \ln P_{e0} - \frac{1}{\tau} t; \quad (8.12)$$

- д) побудувати графік в напівлогарифмічному масштабі: по горизонтальній осі відкласти значення часу, по вертикальній – відповідні значення $\ln P_e$. Як видно з рівності (8.12), це буде пряма лінія з тангенсом кута нахилу $1/\tau$;
- е) екстраполяцією прямої до значення $t = 0$, визначити початковий тиск ефіру P_{e0} , а по тангенсу кута нахилу – час релаксації τ (час, протягом якого тиск ефіру в колбі зменшиться в $e \approx 2,7$ рази); при відомих τ , V , T , обчислити ефективну площу отвору S ;
- ж) обчислити абсолютне $\Delta P_o = P_{e0} - P_m$ і відносне $\Delta P_o / P_m$ значення поправки до виміряного манометром тиску $P_m = \rho_v g h_m$.
6. Враховуючи виміряний раніше об'єм колби і молярну масу етилового ефіру $\mu = 0,074$ кг/моль, підставити знайдені значення всіх величин у формулу (8.9) і визначити постійну Больцмана. Всі результати занести у відповідну таблицю.
7. Зробити оцінку похибок вимірювань окремих величин та кінцевого результату; зробити висновки до роботи.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

- Що називається постійною Больцмана:
 - множник k , що виражає співвідношення між одиницею енергії і одиницею температури - кельвіном;
 - постійна, що дорівнює $1,38066 \times 10^{-23}$ Дж/К;
 - це відношення роботи розширення одного моля газу при постійному тиску і нагріві на один градус до числа молекул в молі речовини?
- Вкажіть основне рівняння кінетичної теорії газів:
 - $PV = \frac{m}{\mu} RT$; б) $P = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3} nE$; в) $PV = Rt$; г) $PV^\gamma = \text{const}$.
- Яке із визначень найбільш повно розкриває фізичний зміст універсальної газової сталої:
 - робота розширення газу при нагріванні;
 - робота ізобаричного розширення одного кіломоля газу при нагріванні його на один градус;
 - постійна, що дорівнює $8,31 \times 10^3$ Дж/(кмоль·К)?
- Вкажіть, у якому випадку речовину можна назвати ідеальним газом:
 - якщо речовина знаходиться в стані, що утворюється її насиченими парами;
 - якщо можна знехтувати силами взаємодії молекул і їх розмірами;
 - якщо газ знаходиться при високому тиску.
- Чому дорівнює кінетична енергія поступального руху всіх молекул одного моля газу:
 - $\frac{3}{2} RT$
 - $3RT \frac{m}{\mu}$
 - $\frac{3}{2} kT$
 - $\frac{5}{2} kT$?

6. Чому дорівнює середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули газу:

а) $\frac{3}{2}RT$ б) $3kT$ в) $\frac{3}{2}kT$ г) $\frac{5}{2}kT$?

7. Вкажіть формулу, що дозволяє обчислити середню квадратичну швидкість газових молекул:

а) $v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ б) $v = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ в) $v = \frac{\sum v_i}{n}$ г) $v = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$,

тут v_i - швидкість однієї молекули, n - число молекул.

8. Чому в даній роботі в якості робочої речовини вибрали етиловий ефір?

9. Чи покращиться точність визначення постійної Больцмана, якщо в якості манометричної рідини замість води використати ртуть?

10. Чим обмежується максимально можлива кількість етилового ефіру, що вводиться в колбу?

11. Який фізичний зміст часу релаксації?

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА ТИСКУ ГАЗУ ЗА ДОПОМОГОЮ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

I. МЕТА РОБОТИ: *ознайомлення студентів з роботою газового термометра і визначення за його допомогою коефіцієнта тиску повітря.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *газовий термометр, високоточний ртутний (рідинний) термометр, барометр, металічна посудина з вмонтованим в неї нагрівником (термостат).*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

1. *Різниця між ідеальним та реальним газами.*
2. *Закони ідеального газу.*
3. *Рівняння Ван-дер-Ваальса.*
4. *Молекулярні сили.*
5. *Макроскопічні параметри газів і методи їх визначення.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Температурний (термічний) коефіцієнт тиску (пружності) газу показує на скільки по відношенню до початкового збільшується тиск газу (тобто, відносну зміну тиску), якщо його нагріти на **1 К** при постійному об'ємі, і визначається за формулою:

$$\gamma = \left(\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \approx \frac{p - p_0}{p_0 t}, \quad (9.1)$$

де p_0 - тиск газу при 0°C , p - тиск газу при температурі $t^\circ\text{C}$.

Залежність тиску p газу від температури t визначається рівнянням Шарля (при постійному об'ємі):

$$p = p_0(1 + \gamma t) = p_0 + \frac{p_0}{273} t. \quad (9.2)$$

Закон Шарля, як і інші закони ідеального газу, застосовується для опису станів реальних газів тільки в області малих тисків і не дуже низьких температур. Для реальних газів термічний коефіцієнт тиску γ є функцією стану газу, тобто залежить від p і t . Проте ряд реальних газів, таких як водень та гелій дуже близькі до ідеальних газів і термічний коефіцієнт тиску для них лишається постійним в широкому інтервалі температур. Саме тому часто газові термометри заповнюються цими газами, в основному гелієм.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

В даній лабораторній роботі потрібно визначити термічний коефіцієнт тиску повітря. З цією метою знайдемо за законом Шарля для двох значень температур тиски повітря масою m і об'ємом V , які не змінюються при нагріванні від t_1 до t_2 ($^{\circ}\text{C}$):

$$p_1 = p_0(1 + \gamma t_1) \quad p_2 = p_0(1 + \gamma t_2)$$

Поділивши p_1 на p_2 , одержимо формулу для визначення γ :

$$\gamma = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1} . \quad (9.3)$$

Таким чином, знаючи тиск і температуру двох станів одної і тої ж маси газу (при незмінному об'ємі), можна визначити термічний коефіцієнт тиску. Використовуючи рівняння стану ідеального газу Клапейрона-Менделєєва, можна показати, що таким же буде і термічний коефіцієнт об'ємного розширення.

Одним з найбільш точних методів визначення термічного коефіцієнта тиску газу є метод газового термометра конструкції В.В. Лермантова. Такий термометр складається (рис. 9.1) із скляної колби 1, з'єднаної скляною трубкою 2 з лівим коліном 7 відкритого водяного манометра. Колба розташована в термостаті 9 з нагрівником і термометром 10. Трубка 2 має кран 3, який служить для наповнення

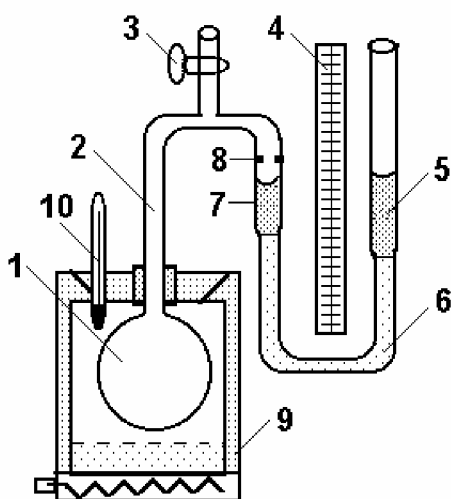


Рис. 9.1. Загальний вид газового термометра

колби 1 сухим досліджуваним газом (повітрям, азотом, воднем). Ліве коліно манометра 7 з'єднане з правим 5 гумовою трубкою 6, що дозволяє рухати праве коліно вздовж вертикальної шкали 4, поділеної на міліметри. При визначенні термічного коефіцієнта тиску газу його об'єм має залишатись сталим. З цією метою на трубці 7 нанесена спеціальна мітка 8, до якої підводять рівень рідини в цій трубці манометра (ліве коліно) при всіх вимірюваннях тиску, рухаючи вертикально праве коліно. Якщо праве коліно манометра закріплено жорстко і його неможливо рухати по

відношенню до лівого коліна, то умова постійності об'єму газу при нагріванні чітко не дотримується.

В нашому досліді використовується лабораторний термостат для стабілізації заданої температури води в об'ємі термостата, а отже, і газу в балоні газового термометра, зануреного в цю воду. Змінюючи температуру води в термостаті, змінюють температуру повітря в балоні. Після досягнення заданої температури води, її стабілізації і встановлення теплової рівноваги з повітрям в колбі газового термометра, проводять вимірювання.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Відкрити кран 3 і заповнити газовий термометр сухим повітрям при кімнатній температурі. В цьому випадку тиск в колбі 1 рівний атмосферному H .
2. Налити в термостат воду (до мітки).
3. Опустити колбу 1 в термостат так, щоб вона повністю занурилася в воду.
4. Визначити початкову температуру води t в термостаті; якщо вона рівна температурі навколишнього середовища, то різниця висот стовпчиків води в лівому і правому колінах водяного манометра $h_1 = 0$. Тоді початковий тиск p_1 досліджуваного газу (повітря) в колбі 1 дорівнює атмосферному H , тобто $p_1 = H$.
5. Ввімкнути електронагрівник термостата. Із збільшенням температури повітря в колбі, рівень води в лівому коліні манометра понизиться, а в правому - підвищиться. Після збільшення температури на $2-4$ $^{\circ}\text{C}$, її стабілізації і встановлення теплової рівноваги з повітрям колби виміряти різницю висот h_2 в колінах манометра при температурі t_2 . В цьому випадку тиск повітря p_2 в колбі 1 дорівнює: $p_2 = H + \rho g h_2$, де ρ - густина рідини (води) в манометрі.
6. Підставити в формулу (9.3) значення p_1 і p_2 : тоді термічний коефіцієнт тиску повітря:

$$\gamma = \frac{\rho g h_2}{H t_2 - (H + \rho g h_2) t_1}. \quad (9.4)$$

7. Знову нагріти повітря в колбі 1 ще на 2-3 градуси та застабілізувати температуру t_3 . Різниця рівнів h_3 води в лівому та правому колінах дозволяє визначити тиск повітря p_3 , що встановиться в колбі 1 при температурі t_3 , рівний $p_3 = H + \rho g h_3$.
8. Підставити в формулу (9.3) значення P_2 при температурі t_2 і одержане значення P_3 та знову визначити термічний коефіцієнт тиску повітря γ :

$$\gamma = \frac{p_3 - p_2}{p_2 t_3 - p_3 t_2} = \frac{h_3 - h_2}{\frac{H}{\rho g} (t_3 - t_2) - (h_2 t_3 - h_3 t_2)}. \quad (9.5)$$

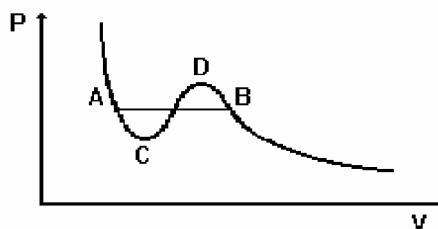
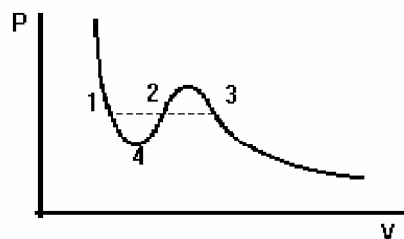
9. При великій різниці рівнів рідини в колінах манометра, тобто значному тиску газу (повітря) в колбі, можливий витік його через негерметичні з'єднання трубок манометра. Тому вимірювання необхідно проводити при невеликій різниці висот h і періодично зменшувати тиск повітря в балоні до атмосферного, відкривши кран 3, або охолоджуючи його.
10. Повторити вимірювання декілька разів, обчислити середнє значення γ і абсолютну та відносну похибки. Вказати систематичну похибку, обумовлену конструкцією газового термометра.
11. Зробити аналіз результатів і висновки до даної роботи.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Яка відмінність між ідеальним і реальним газами ?
2. В якому випадку реальні гази можна розглядати як ідеальні ?
 - а) коли віддаль між молекулами реального газу порівняна з розмірами самих молекул;
 - б) реальні гази можна розглядати як ідеальні тільки при таких розрідженнях, коли середня віддаль між молекулами стає набагато більша розмірів молекул і властивості газів визначаються концентрацією молекул, а не їх взаємодією;
 - в) при високих тисках і низьких температурах.
3. Які процеси називають ізобаричними, ізотермічними, ізохоричними ?
4. Що ми розуміємо під термометричною речовиною і термометричним параметром в газовому термометрі ?
5. Вкажіть, які з приведених виразів відповідають рівнянню Ван-дер-Ваальса
 - а) $pV=RT$
 - б) $p(V+b)=RT$
 - в) $(p+a/V^2)(V+b)=RT$
 - г) $(p+a/V^2)(V-b)=RT$
6. Що враховує поправка "а" в рівнянні Ван-дер-Ваальса ?
 - а) зіткнення молекул;
 - б) сили взаємодії між молекулами;
 - в) розмір молекул.
7. Яка із точок, вказаних на рисунку, відповідає появі рідини при зменшенні об'єму газу ?

а) 1;	в) 3
б) 2;	г) 4
8. Вкажіть ділянку теоретичної кривої Ван-дер-Ваальса, яка не може бути ні при яких умовах здійснена на практиці:

а) DB	б) AC
в) CD	г) AB



ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ І ПЕРЕВІРКА ТЕРМОМЕТРІВ

I. МЕТА РОБОТИ: *ознайомлення з принципом роботи термопари, її градування за допомогою реперних точок і перевірка градування рідинного термометра.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *мідь-константанова термопара, тиглі, набір чистих металів з відомою температурою плавлення, дьюар з льодом, штатив з тисками, електроплитка, еталонний та досліджуваний термометри, барометр, калориметр, дистильована вода, потенціометр.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

- 1. Термометрична речовина.*
- 2. Шкали температур.*
- 3. Ідеальний газ як термометрична речовина і відповідна шкала температур.*
- 4. Методи вимірювання температури.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Поняття температури є одним із важливіших в молекулярній фізиці. Для його встановлення необхідно розглянути ряд дослідних факторів і визначень. До них відноситься теплообмін між двома тілами. Якщо привести в дотик два різно нагрітих тіла (дві рівноважні системи), то незалежно від того, однакові чи різні у них об'єми (зовнішні параметри), більш нагріте тіло буде охолоджуватися, менш нагріте - нагріватися. З плином часу ця нова система прийде в стан, що називається станом теплової рівноваги. Самовільно стан рівноваги не порушується. Якщо два тіла порізно знаходяться в тепловій рівновазі з одним і тим же третім тілом, то ці два тіла знаходяться в тепловій рівновазі між собою.

Щоб визначити температуру як фізичну величину, необхідно вказати спосіб її вимірювання. Своєрідність температури, як фізичної величини, полягає перш за все в тому, що вона, на відміну від інших величин, не адитивна: якщо уявно розділити тіло на частини, то температура всього тіла не дорівнює сумі температур його частин. Цим температура відрізняється від таких, наприклад, величин, як довжина, об'єм, маса, значення яких для всього тіла складаються із значень відповідних величин його частин.

Для вимірювання температури користуються тим фактором, що при її зміні змінюються і певні властивості тіла. Вимірюються, відповідно, величини, що характеризують ці властивості. Тому для створення приладу, що вимірює температуру, тобто термометра, вибирають деяку

речовину (термометричну речовину) і визначають величину, що характеризує властивість речовини (термометричну величину). Вибір одного і другого повністю довільний. В побутових термометрах, наприклад, термометричною речовиною є ртуть, а термометричною величиною - довжина ртутного стовпчика. Термометричною величиною можуть також бути електричний опір деяких провідників і напівпровідників, термоелектрорушійні сили та інтенсивність випромінювання, тощо. Температурний параметр термометричної речовини повинен змінюватися з температурою неперервно, тобто він не повинен мати однакові значення при різних температурах.

Одиниця вимірювання температури - градус. В загальному випадку розмір градуса також вибирається довільно (як і термометрична величина та вигляд функції, що пов'язує термометричну величину з температурою). Як правило, розмір градуса встановлюється таким чином. Вибирають, знов таки, довільно дві температури (їх називають реперними точками) - наприклад температури плавлення льоду і кипіння води при атмосферному тиску - і ділять цей температурний інтервал на деяке (теж довільне) число рівних частин - градусів, а цим двом температурам приписують певні значення, наприклад 0° і 100° . Тим самим визначається значення будь-якої проміжної температури. Побудована так шкала термометра називається емпіричною шкалою, а виміряна по ній температура називається емпіричною температурою. Вона - міра відхилення термодинамічного стану тіла від теплової рівноваги з льодом, що плавиться при нормальному атмосферному тиску.

Таким чином, емпірична температура виражається числом, що визначає ступінь нагрітості тіла по визначеній шкалі. Вона залежить перш за все від довільно визначених температур (чисел) реперних точок шкали, термометричного тіла та його термометричної величини.

“Дійсної” температури, що не залежить від нашого свавілля у виборі, не існує. Зупинимося коротко на двох типах термометрів, що використовуються в даній лабораторній роботі.

1.Рідинні термометри. В такого роду термометрах термометричною речовиною є рідина, а термометричним параметром - її об'єм. Обладнання її загальновідоме: рідина заповнює скляний резервуар і частину висоти скляної або кварцової капілярної трубки. Область їх застосування від -200°C до $+600^{\circ}\text{C}$. В таких термометрах частіше за все використовується пентан (від -200°C до $+20^{\circ}\text{C}$); етиловий спирт (від -80°C до $+80^{\circ}\text{C}$), толуол (від -80°C до $+100^{\circ}\text{C}$) і ртуть (від -30°C до $+600^{\circ}\text{C}$). Підбір речовин пов'язаний з областю їх існування в рідкому стані. Так, ртуть твердне при -38°C при нормальному атмосферному тиску, а кипить при 557°C (для вимірювання більш високих температур ртутним термометром над ртуттю повинен знаходитись інертний газ при тиску до 70 атмосфер). Рідкі термометри, розраховані на вимірювання високих температур, мають товстостінний резервуар і капіляр (при високих температурах виникають високі тиски парів рідини). Недоліком таких термометрів є нерівномірність їх шкал. Це пов'язано з особливостями

теплого розширення як рідин, так і матеріалів резервуарів і капілярів, в яких вони знаходяться. Для підвищення точності вимірювання температури використовують так звані вкорочені рідкі термометри, в яких шкала розрахована на невелике число градусів. Ціна найменшої поділки шкали таких термометрів може становити соту долю градуса.

Перевірка градування термометра може бути здійснена наступним способом. Спочатку перевіряють нуль по шкалі Цельсія. Для цього користуються приладом для визначення точки плавлення льоду (рис.10.1), який представляє собою скляний або металічний посуд конічної форми 5, що закріплений на штативі 1 за допомогою зажиму 2. На нижній кінець посуду натягнута гумова трубочка 6, яка має механічний зажим для випускання води. В посуд кладуть шматочки льоду, які змочуються дистильованою водою. Досліджуваний термометр 4 закріплюють в зажимі 3, який може вільно підніматися і опускатися.

Схема приладу для перевірки проміжних точок і точки кипіння води показана на рис.10.2. В калориметр з дистильованою водою 4 опускають еталонний 2 і досліджуваний 3 термометри. Обидва термометри закріплюються з допомогою штатива 1. Електроплитка 5 дає можливість змінювати температуру дистильованої води в калориметрі.

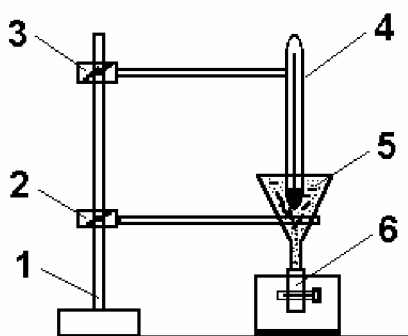


Рис. 10.1. Прилад для визначення точки плавлення льоду

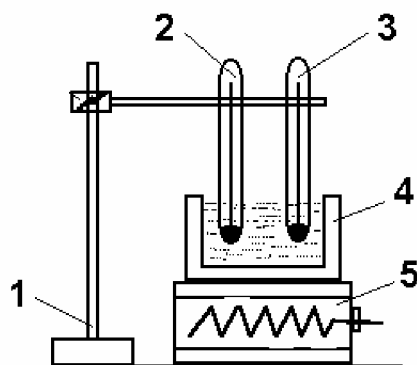


Рис. 10.2. Прилад для перевірки проміжних точок і точки кипіння води

2.Термоелектричні термометри (термопари).

Термоелектричний термометр складається з термоелектричного перетворювача (термопари) та вимірювального обладнання (мілівольметра, потенціометра). Термопарою називається просте термоелектричне коло, що складається з двох різнорідних металевих дротів, спаяних між собою в двох точках і електрично ізольованих один від одного на всьому іншому проміжку.

Розглянемо фізичні процеси, які відбуваються при зближенні двох різнорідних металів.

Додатні іони, що утворюють ґратку металу, створюють всередині нього електричне поле з додатнім потенціалом, яке періодично змінюється при переміщенні вздовж прямої, що проходить через вузли ґратки (рис.10.3,а). В грубому наближенні цією зміною можна нехтувати і вважати потенціал в усіх точках металу однаковим і рівним V_0 . Вільний

електрон, знаходячись в такому полі, має від'ємну потенціальну енергію $U = -eV_0$ (e - заряд електрона).

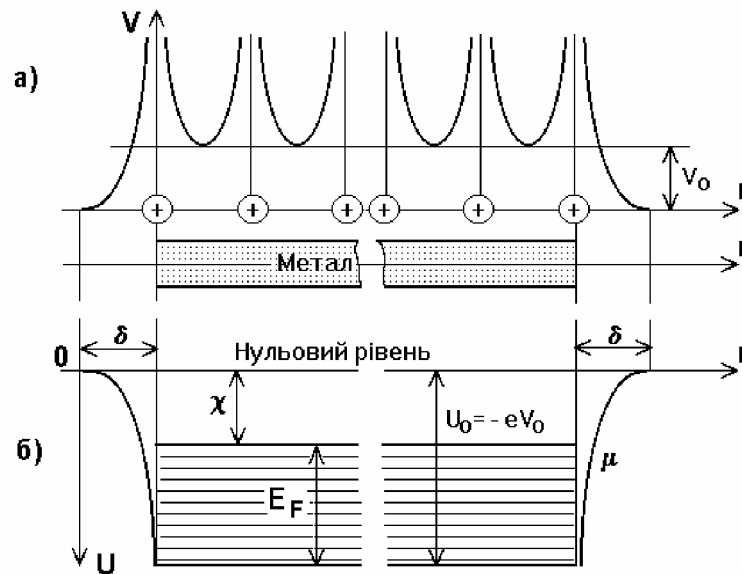


Рис. 10.3. Зміна потенціалу електричного поля всередині ґратки метала та потенціальної енергії електрона при переході з метала в вакуум

На рис.10.3а,б відображено зміну потенціальної енергії електрона при переході з вакууму в метал: у вакуумі його потенціальна енергія $U = 0$, в металі $U = U_0 = -eV_0$. Ця зміна хоча і носить стрибкоподібний характер, але проходить не миттєво, а на протязі відрізка δ , по порядку величини рівному міжатомній відстані. З рис.10.3 а, б видно, що метал є для електрона потенціальною ямою, вихід з якої вимагає витрати роботи. Її називають роботою виходу.

Якби електрони в металі не володіли кінетичною енергією, то для їх виходу з металу вимагалась би робота, рівна глибині U_0 потенціальної ями. Однак навіть при абсолютному нулі температури електрони мають кінетичну енергію трансляційного руху, заповнюючи всі нижні енергетичні рівні потенціальної ями аж до так званого рівня Фермі E_F . Згідно постулатам квантової механіки енергія електронів (всіх елементарних частинок) може змінюватись лише дискретно (скінченими мінімальними порціями - квантами), а однакові енергії можуть мати лише не більше двох електронів (тобто вони розташовані на одному енергетичному рівні). Для верхнього заповненого при абсолютному нулі енергетичного рівня квантова теорія дає значення

$$E_{\max} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3},$$

де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постійна Планка, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг - маса електрона, n - число вільних електронів в одиниці об'єму.

Приймаючи $n = 10^{29}$ м⁻³, одержимо $E_{\max} \approx 1,25 \cdot 10^{-18}$ Дж. Для елементарних частинок їх енергію прийнято виражати в одиницях

“електрон-вольт”: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Таким чином, $E_{\text{max}} \approx 8 \text{ eV}$. В зв'язку з тим, що енергетичні рівні розташовані не з постійною густиною, середня енергія електронів $\bar{E} = \frac{3}{5} E_{\text{max}}$. Отже, навіть при температурі 0 К електрони провідності в металі мають велику кінетичну енергію, що дорівнює в середньому близько 5 eV . Щоб надати класичному електронному газу таку енергію ($\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$), його необхідно нагріти до температури порядку 36000 К . З такою ж швидкістю ($v \approx 1,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$) рухаються і валентні електрони в ізоляторах. Але вони знаходяться в таких умовах, що електричне поле не може змінити їх стан і викликати переважний рух в одному напрямку (тобто струм).

При $T \neq 0 \text{ К}$ середня енергія електрона визначається наближеною формулою

$$\bar{E} = \frac{3}{5} E_F \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} (kT / E_F)^2 \right].$$

Рівень Фермі характеризується тим, що імовірність його заповнення дорівнює 50% , тобто він заповнений на половину і таку енергію має один електрон (а не два, як на кожному з більш низько енергетичних рівнях). Тому вихід електронів з металу з верхніх рівнів вимагає менших витрат енергії, ніж U_0 . Найменша робота виконується при видаленні електронів, що розташовуються на так званому рівні хімічного потенціалу μ , який при 0 К збігається з рівнем Фермі. Для них вона дорівнює енергетичній віддалі χ від рівня μ до потенціального рівня вакууму (тобто ззовні металу), який приймається за нульовий. Цю роботу називають термодинамічною роботою виходу. Робота виходу ϕ звично вимірюється в електрон-вольтах (eV). Відношення роботи виходу до заряду електрона є потенціал виходу. Робота виходу, виміряна в електрон-вольтах, чисельно дорівнює потенціалу виходу, виміряному в вольтах.

Нехай є два різні метали (рис.10.4). В ізольованому стані електронний газ в цих металах характеризується енергіями Фермі та рівнями μ_1 і μ_2 ; термодинамічні роботи виходу електронів дорівнюють χ_1 і χ_2 . Зблизимо метали до такої віддалі d , при якій можливий ефективний обмін електронами шляхом термоелектронної емісії або безпосереднього переходу з одного металу в інший. В початковий момент після встановлення контакту електронний газ другого металу не буде знаходитися в рівновазі з електронним газом першого металу, так як рівень μ_2 розташовується вище μ_1 . Наявність різниці рівнів ($\mu_2 - \mu_1$) приводить до виникнення переважачого переходу електронів із другого металу в перший. При цьому перший метал заряджається від'ємно, а другий - додатньо. Поява цих зарядів викликає зміщення енергетичних рівнів металів: в провіднику 1 всі рівні піднімаються вгору, а в металі 2 всі рівні опускаються вниз відносно своїх положень в незарядженому стані цих металів. Змістяться і нульові рівні обох металів. Як тільки,

неперервно піднімаючись, рівень хімпотенціалу метала 1 (μ_1) зрівняється з рівнем μ_2 , який неперервно опускався, метала 2 (рис.10.4,в), причина, що викликала переважаюче перетікання електронів із першого метала в другий, зникне і між металами встановиться динамічна рівновага, якій відповідає постійна різниця потенціалів між нульовими рівнями цих металів (рис.10.4,в), що дорівнює

$$V_k = (\chi_1 - \chi_2) / e. \quad (10.1)$$

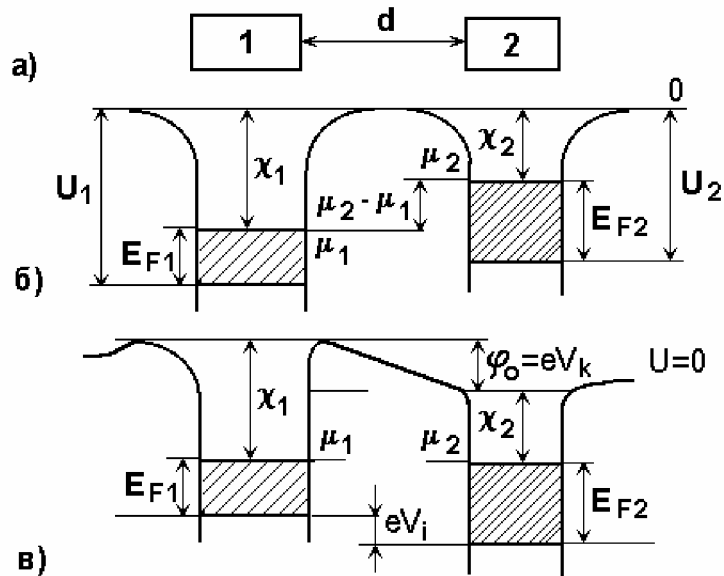


Рис. 10.4. Схема розташування енергетичних рівнів в металах та їх зміна при контакті двох різних металів

Цю різницю потенціалів називають зовнішньою контактною різницею потенціалів. З (10.1) видно, що вона обумовлена різницею робіт виходу електронів з контактуючих металів: електрони покидають метал, робота виходу з якого менша, і переходять в метал, робота виходу якого більша.

Після вирівнювання енергій рівнів Фермі (потенціальних енергій) кінетична енергія електронів на них неоднакова: у електронів метала 1 вона дорівнює E_{F1} , у електронів метала 2 вона дорівнює E_{F2} ($E_{F2} > E_{F1}$). При безпосередньому контакті металів це приводить до направленої дифузії електронів із другого металу в перший і виникненню так званої внутрішньої контактної різниці потенціалів V_i (рис.10.4,в), яка дорівнює

$$V_i = (E_{F2} - E_{F1}) / e. \quad (10.2)$$

Так як після встановлення рівноваги струм в металах дорівнює нулеві, то в відповідності з законом Ома електричне поле в будь-якій точці в товщі металів повинно бути також рівним нулеві. Це означає, що електричне поле існує тільки в тонкому прикордонному шарі між металами, на якому

локалізована і вся внутрішня контактна різниця потенціалів. Отже, в місці контакту металів (рис.10.5,а) виникає подвійний електричний шар, на товщині якого потенціал стрибкоподібно змінюється на V_i (рис.10.5,б).

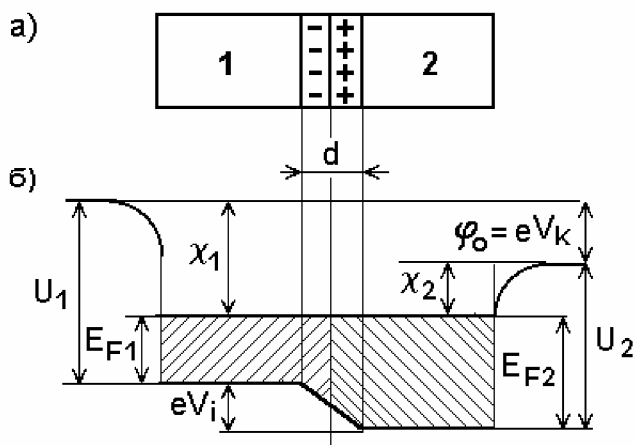


Рис. 10.5

Схема подвійного електричного шару та зміни потенціалу при контакті двох металів.

Зробимо оцінку товщини цього шару. Прийmemo його за плоский конденсатор і позначимо віддаль між "обкладинками" через d , заряд на кожній обкладинці - через Q , різницю потенціалів - через V_i . Ємність плоского конденсатора з площею обкладинок 1 м^2 і діелектричною проникністю ϵ дорівнює $C = \epsilon \epsilon_0 / d$ (ϵ_0 - діелектрична постійна вакууму,

$\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$). Скориста-

вшись співвідношенням $C = Q/V_i$, цю формулу можна переписати

таким чином: $Q / V_i = \epsilon_0 \epsilon / d$. Звідси одержуємо

$$d = \epsilon \epsilon_0 V_i / Q.$$

Товщина подвійного шару не може бути меншою параметра ґратки $a \approx 0,3 \text{ нм}$. При $\epsilon = 1$ і $V_i = 1 \text{ В}$ такий шар може виникнути при перетіканні з кожного 1 м^2 першого металу на другий кількості електрики $Q \approx V_i \epsilon_0 / a \approx 3 \cdot 10^2 \text{ Кл}$. Це відповідає зміні концентрації електронів $\Delta n = Q / e \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-2}$. На 1 м^2 метала розміщується $\approx 10^{19}$ атомів. Вважаючи, що кожний із них віддає в електронний газ по одному валентному електрону, для поверхневої густини електронного газу дістанемо значення $n_e \approx 10^{19} \text{ м}^{-2}$. Порівняння Δn з n_e вказує, що для виникнення подвійного шару навіть гранично малої товщини ($a \approx 0,3 \text{ нм}$) вимагається перетікання з контактної поверхні одного металу на контактну поверхню іншого всього лише 2% вільних електронів. Така незначна зміна концентрації електронного газу в контактному шарі, з одної сторони, і маленька товщина цього шару в порівнянні з довжиною вільного пробігу електронів в металі, з іншої сторони, не можуть привести до скільки-небудь помітної зміни електропровідності цього шару в порівнянні з металом в об'ємі. Через контакт двох металів струм йде так же легко, як і через самі метали.

В 1823 році Т.Зеєбек встановив, що в колі, яке складається з двох різнорідних провідників 1 і 2, виникає електрорушійна сила V_T , якщо контакти цих провідників **A** і **B** підтримувати при різних температурах T_1 і T_2 (рис.10.6,а). Ця е.р.с. називається термоелектрорушійною силою (термо-е.р.с). Як показує дослід, в відносно вузькому інтервалі температур вона пропорційна різниці температур контактів **A** і **B**:

$$V_T = \alpha(T_2 - T_1), \text{ де } \alpha = \frac{dV_T}{dT}. \quad (10.3)$$

Коефіцієнт α називають диференціальною або питомою термо-е.р.с. Він залежить від природи провідників, що дотикаються, і температури.

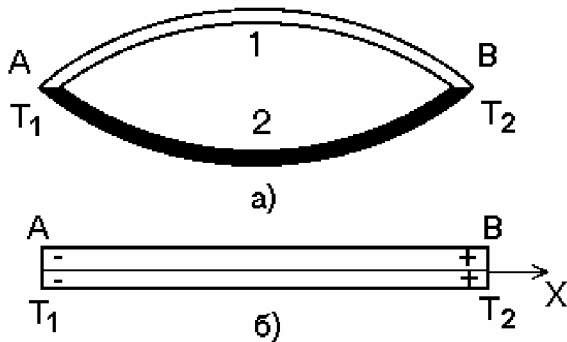


Рис. 10.6

При високих температурах є два джерела виникнення термо-е.р.с.: виникнення направленою потоку носіїв заряду (електронів) в провіднику при наявності градієнта температур (об'ємна складова $V_{об}$) і зміна положення рівня Фермі з температурою

(контактна складова V_k). Розглянемо фізичну природу кожної із цих складових.

Об'ємна складова термо-е.р.с.

Уявимо, що на кінцях однорідного провідника **AB** (рис.10.6,б) підтримується різниця температур ($T_2 - T_1$) так, що вздовж провідника в напрямку від **B** до **A** існує градієнт температури dT/dx . Носії струму біля гарячого кінця володіють більшою енергією і більшою швидкістю руху в порівнянні з носіями холодного кінця. Тому в провіднику від гарячого кінця в сторону холодного встановиться потік носіїв струму, який приведе до розділення зарядів: якщо носіями струму є електрони, то холодний кінець буде заряджатись від'ємно, гарячий - позитивно. Між кінцями виникне різниця потенціалів $V_{об}$, яка і становить об'ємну складову термо-е.р.с. Диференціальна термо-е.р.с., що відповідає цій складовій дорівнює

$$\alpha_{об} = \frac{\partial V_{об}}{\partial T}. \quad (10.5)$$

Приблизну оцінку $\alpha_{об}$ можна провести наступним чином, використовуючи аналогію з молекулярним газом. Електронний газ створює в провіднику тиск

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}, \quad (10.6)$$

де \bar{E} – середня енергія електронів в провіднику, n - їх концентрація.

Наявність градієнту температури викликає перепад тиску, для зрівноваження якого в провіднику має виникнути електричне поле напруженістю ϵ , що задовольняє умові (виходячи з рівності сил тиску газу $F_2 = \Delta p \cdot S$ і електричного поля, що діє на заряд, $F_e = e\epsilon$):

$$e\epsilon \cdot N = \frac{dp}{dx} \cdot S \cdot dx = \frac{dp}{dx} dV,$$

або

$$\epsilon \epsilon n = \frac{dp}{dx} = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Звідси легко визначити $\alpha_{об}$:

$$\alpha_{об} = \frac{\partial V_{об}}{\partial T} = \frac{\epsilon \partial x}{\partial T} = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{1}{en}. \quad (10.7)$$

Як правило, в металах $\alpha_{об}$ направлена від гарячого кінця до холодного, але з цього правила можливі виключення.

Контактна складова термо-е.р.с. З зміною температури змінюється положення рівня Фермі. В металах із збільшенням температури рівень Фермі зміщується вниз по енергетичній шкалі. Тому на холодному кінці однорідного провідника він повинен розташовуватись нижче, ніж на гарячому. Наявність різниці в положенні рівня Фермі приводить до виникнення різниці потенціалів (енергія електрона eV_k дорівнює енергії рівня Фермі μ), чисельно рівній

$$dV_k = -\frac{d\mu}{e} = -\frac{1}{e} \frac{\partial \mu}{\partial T} dT. \quad (10.8)$$

Це і є контактна складова термо-е.р.с. Тоді диференціальна термо-е.р.с., що відповідає цій складовій, дорівнює

$$\alpha_k = -\frac{1}{e} \frac{\partial \mu}{\partial T}. \quad (10.9)$$

Вона має той же напрямок, що і об'ємна складова. Результируюча диференціальна термо-е.р.с.

$$\alpha = \frac{1}{ne} \frac{\partial P}{\partial T} - \frac{1}{e} \frac{\partial \mu}{\partial T}. \quad (10.10)$$

Підставляючи середню енергію електронів в (10.6), одержимо такий вираз для тиску електронного газу в металі:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E} = \frac{2}{5} n E_F + \frac{\pi^2}{6 E_F} (kT)^2.$$

Після диференціювання його по T і підстановки в (10.7) одержимо для об'ємної складової термо-е.р.с.

$$\alpha_{об} = \frac{k \pi^2}{3e} \frac{kT}{E_F}. \quad (10.11)$$

Залежність рівня хімпотенціалу μ в металах від температури визначається співвідношенням:

$$\mu = E_F \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_F} \right)^2 \right].$$

Тоді після диференціювання по T і підстановки в (10.9) маємо:

$$\alpha_k = \frac{\pi^2 k}{6e} \frac{kT}{E_F}. \quad (10.12)$$

Отже, результируюча диференціальна термо-е.р.с.

$$\alpha_M = \frac{\pi^2 k}{3e} \left(1 + \frac{1}{2} \right) \frac{kT}{E_F}. \quad (10.13)$$

Більш строгі розрахунки приводять до виразу

$$\alpha_M = \frac{\pi^2 k}{3e} (1+r) \frac{kT}{E_F}, \quad (10.13a)$$

де r в залежності від типу матеріалу і області температур може набувати значення від 0 до 2 (і навіть від'ємні). Крім того, формули (10.13) і (10.13a) виводяться з певними теоретичними наближеннями. В реальності трапляються метали і сплави, в яких α_M складним чином залежить від T або навіть дорівнює нулеві (наприклад у свинцю). Величина термо-е.р.с. коливається для різних матеріалів в межах $10^{-4} \div 10^{-6} \text{ В / К}$.

Якщо кінці двох різнорідних металів **A** і **B** з диференціальними термо-е.р.с. α_A і α_B (їх ще називають коефіцієнтами термо-е.р.с.) привести в контакти (тобто утворити термопару), які підтримувати при різних температурах T_1 і T_2 , то в такому колі буде іти струм під дією термо-е.р.с., що дорівнює

$$V_T = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A dT - \int_{T_1}^{T_2} \alpha_B dT = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_A - \alpha_B) dT = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB} dT; \quad (10.14)$$

α_{AB} – коефіцієнт термо-е.р.с. даної пари металів (термопари).

З формули (10.13a) слідує, що

$$\alpha_{AB} = \frac{\pi^2 k}{3e} (1+r) \left(\frac{1}{E_{FA}} - \frac{1}{E_{FB}} \right) kT, \quad (10.15)$$

тобто величина α_{AB} залежить від різниці рівнів Фермі металів, що контактують. Підставивши це значення в формулу (10.14) і взявши інтеграл, одержимо вираз для величини термо-е.р.с.

$$V_T = \frac{\pi^2 k}{3e} (1+r) \left(\frac{1}{E_{FA}} - \frac{1}{E_{FB}} \right) \left(\frac{T_2 + T_1}{2} \right) (T_2 - T_1); \quad (10.16)$$

Якщо інтервал $[T_1, T_2]$ невеликий, а α_{AB} змінюється з температурою слабо, то $V_T \approx \alpha_{AB} (T_2 - T_1)$, тобто одержується формула (10.3) для величини термо-е.р.с. термопари.

Для більшості пар чистих металів α_{AB} має порядок 10^{-5} - 10^{-6} В/К ; для сплавів металів ця величина може досягти порядку 10^{-4} В/К . В окремих випадках питома термо-е.р.с. слабо залежить від температури. Але, як правило, із збільшенням різниці температур спаїв V_T змінюється не по лінійному закону, а досить складним чином, і навіть так, що може міняти знак (напрямок). Так, наприклад, якщо один спай пари залізо-мідь підтримувати при 0°C , то при температурі другого спаю, приблизно рівній 540°C , термо-е.р.с. стає знову рівна нулеві, а при ще більших температурах починає зростати, змінивши знак.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Схема під'єднання диференціальної термопари до вимірювального приладу представлена на рис.10.7. Два провідника **AB** і **ACДВ** із різних матеріалів мають спільні точки **A** і **B**, де вони зварені один з одним. До точок **C** і **D** може підключатись мілівольтметр. По характеру застосовуваних матеріалів термопари діляться на дві групи:

1. Термопари із благородних металів і їх сплавів.
2. Термопари із неблагородних металів і їх сплавів.

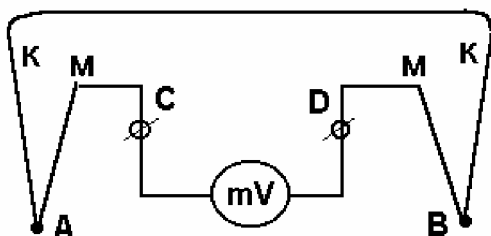


Рис. 10.7. Схема з'єднання диференціальної термопари

В сучасній практиці при виготовленні термопар в якості від'ємних термопроводів найбільш застосовними є такі метали, як платина, вісмут, вольфрам; сплави алюмель, константан, копель та інші, в якості додатних - залізо, мідь, срібло, сурма, сплави золото-паладій, платинородій, хромель,

ніхром та ін. Найбільш поширеними термопарами є: мідь-константанова і хромель-алюмелева.

Мідь-константанова термопара відноситься до числа високочутливих термопар. Використовується вона в основному для вимірювання температур від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $350\text{ }^{\circ}\text{C}$. Застосовувати термопару при температурах вище $350\text{ }^{\circ}\text{C}$ в атмосфері повітря не рекомендується через швидке окислення міді.

Хромель-алюмелева термопара відноситься до числа найбільш застосовних термопар. В порівнянні з іншими термопарами із неблагородних металів вона володіє великою стійкістю до окислення і придатна для вимірювання температур від $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Чутливість термопари складає 40 мкВ/град . Зміна термо-е.р.с. з температурою проходить лінійно.

Дроти, з яких готуються термопари, можуть бути різного діаметру. Найбільше поширення отримали термопари з діаметром дроту $0,5\div 1\text{ мм}$. Обумовлено це тим, що із збільшенням маси матеріалу збільшується теплова інерція термопар, а також теплообмін по дротах і відповідно збільшується похибка вимірювань.

Для вимірювання температури за допомогою термопари її приєднують до вимірного пристрою (мілівольтметру або потенціометру). Один спай термопари занурюється в дьюар з льодом, що плавиться ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$), а другий в середовище, температуру якого потрібно визначити. Якщо в якості вимірювального пристрою вибрали мілівольтметр, знімають його покази (**U**), а термо-е.р.с. визначається по формулі:

$$E_{\text{ТП}} = U \frac{r_{\text{mV}} + r_{\text{ТП}} + r_{\text{ПР}}}{r_{\text{mV}}}, \quad (10.17)$$

де $r_{\text{ТП}}$ - опір термопари; $r_{\text{ПР}}$ - опір з'єднувальних проводів; r_{mV} - опір мілівольтметра. Щоб за відомою термо-е.р.с. визначити температуру

треба спочатку термопару проградувати, тобто поставити у відповідність величину термо-е.р.с. із значеннями різниці температур холодного і гарячого спаїв.

Градування термопар може бути зроблено двома способами в залежності від методу визначення температури робочого спаю термопар: градування шляхом порівняння з еталонними приладами (термометр опору, термопары та ін.), або градування по реперних речовинах. Перелік реперних речовин з показом характеру фазового переходу приведено в табл.1. Серед цих речовин є агресивні, тобто такі, які вступають у взаємодію з матеріалом термопар, і які хімічно не діють на матеріал термопар. В останньому випадку робочий спай термопар може бути занурений безпосередньо у речовину, внаслідок чого забезпечується хороший термоконтакт між термопарою і досліджуваною речовиною, що обумовлює високу швидкість сприйняття температури термопарою.

Термопары, що застосовуються при вивченні металів і їх сплавів, а також речовин, що діють агресивно на матеріал термопар (як вуглець на платину), занурюються в захисні ковпачки із кварцу, фарфору і речовин хімічно інертних до досліджуваного об'єкту. Застосування захисних пристосувань особливо необхідне при градуванні по температурах тверднення металів для захисту термопар від взаємодії з розплавленими металами.

Перед тим, як приступити до градування термопар, необхідно з'ясувати, в яких температурних інтервалах вона буде використовуватися. Далі з допомогою таблиці вибрати реперні речовини і приступити до градування. Схему робочої установки наведено на рис.10.8.

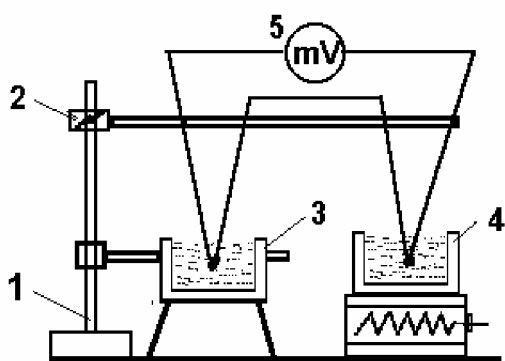


Рис. 10.8. Схема установки для градування термопар

На штативі 1 в зажимі 2, який може пересуватися вгору і вниз, закріплюють термопару, один спай якої занурюють в дюар з льодом, що плавиться, а другий опускають в кварцовий або графітовий тигель 4, встановлений на електроплитку (якщо потрібні високі температури, $t > 300\text{ }^{\circ}\text{C}$, то - в електропіч). В тигель кладуть реперні матеріали по чергові і доводять їх до розплавленого

стану, потім плитку вимикають. Записують покази мілівольтметра в момент затвердіння розплавленого металу. Треба пам'ятати, що при твердненні металу його температура деякий час залишається постійною, отже незмінними будуть і покази мілівольтметра. За відомими температурами плавлення реперних речовин і відповідними їм значеннями напруги, за формулою (10.17) визначають величину термо-е.р.с. та будують графік градування термопар.

Якщо потрібно проградувати термопару в області температур нижче 0 °С, в якості реперних речовин вибирають рідини (див. табл.10.1). Ці рідини наливають в пробірки, які потім опускають в дьюар з рідким азотом. Після затвердіння рідин, пробірки виймають з дьюара і по чергово розміщують в них другий спай термопар. В момент плавлення фіксують значення термо-е.р.с.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Завдання 1. Градування термопар і вимірювання температури плавлення металів і сплавів.

1. Помістити один кінець (спай) термопар в танучий лід, а інший - в тигель з 40-50 грамами чистого індію. За допомогою електроплитки розплавити його, потім відключити електроплитку від джерела і зафіксувати показ мілівольтметра при кристалізації індію.
2. Замість індію в тигель покласти олово, а потім вісмут і на кінець цинк. Зафіксувати покази мілівольтметра при кристалізації цих речовин.
3. За відомими напругою, опором термопар і внутрішнім опором мілівольтметра по формулі (10.17) визначити значення термо-е.р.с.
4. Знаючи температури плавлення реперних речовин (див. табл.10.1) і відповідні їм значення термо-е.р.с., побудувати графік, відкладаючи по одній осі значення термо-е.р.с., а по другій температуру.
5. Покласти в тигель по чергово метали або сплави, температура плавлення яких невідома. Використовуючи отримані покази гальванометра і графік градування термопар, визначити їх температури плавлення.
6. Використовуючи ЕОМ, зробити інтерполяцію даних і оцінити функціональний вид експериментальної залежності V_T від T . Згідно формули (10.16) для чистих металів графік залежності термо-е.р.с. V_T від температури T другого спаю визначається функцією

$$V_T = AT^2 - B; \quad (10.18)$$

де $B = A \cdot (273)^2$ (273 - температура першого спаю термопар в кельвінах, яка не змінюється під час досліду). Якщо енергію рівня Фермі металів термопар підставляти в електрон-вольтах, а термо-е.р.с. вимірювати в мілівольтах, то

$$A = 1.22 \cdot 10^{-5} (1+r) \left(\frac{1}{E_{FA}} - \frac{1}{E_{FB}} \right).$$

Перевірку експериментальних даних на наявність квадратичної залежності можливо зробити також графічним методом шляхом лінеаризації графіка. Для цього побудуйте графік в координатах: $y = \sqrt{V_T}$, $x = \sqrt{T^2 - 273^2}$. Як слідує з формули (18), це має бути пряма лінія з коефіцієнтом нахилу \sqrt{A} .

Таблиця 10.1. Температури плавлення і кипіння деяких речовин

Речовина	Температура фазового переходу °С	Питома схована теплота фазового переходу L, кДж/кг	Характер переходу
Водень	-259,2	58,6	пл
Водень	-253		кип
Азот	-196		кип
Кисень	-183		кип
Ртуть	-38,87	11,8	пл
Лід	0	333,7	пл
Бензол	5,53	128,1	пл
Гліцерин	18,4	201,1	пл
Спирт	78	850	кип
Вода	100	2250	кип
Олово	232	59	
Свинець	327	25	
Ртуть	357	290	кип
Цинк	419,5	111	пл
Алюміній	660,1	397,1	
Срібло	960,8	104,5	пл
Золото	1063	65,7	пл
Мідь	1083	205	
Сталь	1400	82	
Чисте залізо	1535	277,1	пл

Завдання 2. Перевірка градування термометра.

1. Помістити досліджуваний термометр в посудину з танучим льодом так, щоб стовпчик ртуті термометра повністю знаходився в суміші.
2. Через 3-5 хвилин відрахувати покази термометра з точністю до 0,1 °С. Це і буде значення “нульової” точки термометра.
3. Для визначення проміжних точок між 0 °С і точкою кипіння води, в калориметр з дистильованою водою помістити еталонний і досліджуваний термометри.
4. Включити електроплитку. Коли температура дистильованої води в калориметрі почне збільшуватись, перемішуючи воду записувати одночасно покази еталонного і досліджуваного термометрів через кожні 5 - 10 °С (до температури кипіння води). При цьому обидва термометри потрібно поступово опускати так, щоб їх ртутні стовпчики майже повністю були занурені у воду.
5. За допомогою барометра визначити величину атмосферного тиску і за формулою залежності температури кипіння води від значення атмосферного тиску

$$t = 100^{\circ} + 0.0375 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{мм.рт.ст.}} (\text{H} - 760),$$

обчислити температуру кипіння води (значення **H** беруться в мм рт.ст).

6. Визначити поправку до показів досліджуваного термометра при різних температурах і побудувати графік залежності поправок показів термометра від величини вимірюваної температури.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке температура?
2. Від чого залежить вибір термометричної речовини при конструюванні термометра?
3. Які термометричні величини найчастіше використовують при виготовленні термометрів?
4. Яким чином встановлюють емпіричну температурну шкалу?
5. Які існують методи вимірювання температур?
6. Вкажіть переваги газової шкали в порівнянні з емпіричною.
7. Що таке термопара?
8. Яке фізичне явище покладено в основу роботи термопари?
9. Як за допомогою термопари визначають температуру?
10. Які переваги і недоліки термопари в порівнянні з рідинними термометрами?
11. Для чого проводять градування термопари? Які методи градування термопар ви знаєте?

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ

I. МЕТА РОБОТИ: експериментальне визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: скляний циліндр висотою 40-60 см, такий же циліндр більшого діаметру, заповнений водою, досліджувані рідини, металеві кульки діаметром декілька міліметрів, мікрометр, штангенциркуль, масштабна лінійка, термометр, секундомір, пінцет, капілярний віскозиметр, штатив, електроплитка, термостат.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

1. Явища перенесення, особливості явищ перенесення у рідинах.
2. В'язкість рідини та її залежність від температури.
3. Експериментальні методи визначення в'язкості рідин.

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Якщо відбувається рух одного шару реальної рідини відносно іншого, то виникають сили внутрішнього тертя, які залежать від ступеня в'язкості даної рідини. Ці сили, як і всякі сили опору, направлені у бік, протилежний вектору швидкості руху даних шарів рідини.

Дослід показує, що сила внутрішнього тертя F пропорційна величині площі дотику рухомих шарів S і градієнту швидкості (зміні швидкості \dot{V} на одиницю довжини x в напрямку, перпендикулярному швидкості (рис.11.1):

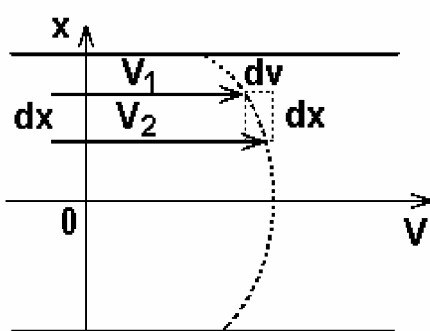


Рис.11.1

$$F = \eta S \frac{dv}{dx}, \quad (11.1)$$

де η – коефіцієнт в'язкості.

Із формули (11.1) коефіцієнт в'язкості:

$$\eta = \frac{F}{S \frac{dv}{dx}}.$$

Коефіцієнт в'язкості є фізична величина, чисельно рівна силі (внутрішнього тертя), яка виникає при русі шару одиничної площі (1 м^2) поверхні і діє вздовж поверхні зсуву шарів при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці ($1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{м} = 1 \text{ с}^{-1}$). В системі **СІ** $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$.

Паскаль-секунда - динамічна в'язкість середовища, при ламінарній течії якого в шарах, розташованих на віддалі 1 м в напрямку

перпендикулярному течії, під дією тиску зсуву в 1 Па виникає різниця течії 1 м/с.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Існують різні способи визначення коефіцієнта η . У даній роботі використовується метод Стокса і метод капілярного віскозиметра. Визначення η методом Стокса ґрунтується на вивченні руху кульки у в'язкій рідині. Сили опору виникають і при вільному падінні тіла всередині нерухомої рідини. При цьому навколо рухомого тіла виникає мономолекулярний шар рідини, молекули якого ніби “прилипають” до тіла за рахунок сил зчеплення і захоплюються цим тілом, тобто мають швидкість руху, рівну швидкості руху цього тіла. Цей мономолекулярний шар рідини також захоплює за собою сусідній шар і так далі. Але чим далі від тіла шари рідини, тим з меншими швидкостями вони рухаються в порівнянні з швидкістю тіла.

Сили внутрішнього тертя діють з боку віддалених частинок на прилягаючі до тіла частинки рідини, гальмують їх рух і, будучи силами опору, направлені в сторону, протилежну переміщенню тіла. Дослідним шляхом було встановлено, що сила опору середовища залежить від швидкості руху тіла, його геометричної форми і лінійних розмірів, стану поверхні тіла і в'язкості середовища.

За розрахунками Дж. Стокса, сила опору руху кулі дорівнює:

$$\vec{F} = 6\pi\eta r\vec{v}, \quad (11.2)$$

r - радіус кулі, \vec{v} - швидкість її руху.

На кулю, що вільно падає у рідині, крім сили опору \vec{F} (11.2), діють ще дві сили:

а) сила тяжіння: $\vec{F}_T = m\vec{g} = \rho_k V_k \vec{g} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k \vec{g}$,

ρ_k – густина матеріалу, g – прискорення вільного падіння;

б) виштовхувальна сила - сила Архімеда: $\vec{F}_A = \rho_p V_k \vec{g} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p \vec{g}$,

ρ_p – густина рідини.

Враховуючи напрям сил, рівняння руху кулі матиме вигляд:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_k - \rho_p)g - 6\pi\eta r v, \quad (11.3)$$

Спочатку швидкість руху кулі збільшуватиметься, але так як по мірі збільшення швидкості руху кулі сила опору буде також зростати, то настане момент, коли сила тяжіння F_T зрівноважиться сумою сил F_A і F , а

отже прискорення $\frac{dv}{dt} = 0$. Таким чином, з моменту рівності сил

$F_T = F_A + F$ рух кулі стає рівномірним з швидкістю $v = v_0$. Розв'язуючи рівняння (11.3) для цього випадку, одержуємо:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_p) \cdot g}{9} \frac{r^2}{v_0} \quad (11.4)$$

Формула (11.4) справедлива для безмежного середовища. Практично неможливо здійснити падіння кульки у безмежному середовищі, так як дослід завжди здійснюється в деякій посудині, і на рух кульки в такому випадку будуть впливати стінки цієї посудини. Якщо посудина циліндрична радіусом R , то врахування наявності стінок приводить до такого виразу для динамічної в'язкості:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_k - \rho_p) \cdot g}{v_0 \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right)} \quad (11.5)$$

Це є робоча формула, в якій величини r , R і v_0 визначаються безпосередньо із експерименту.

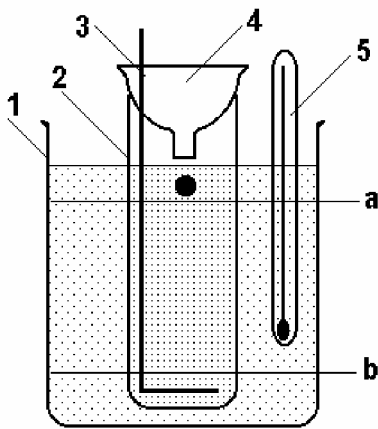


Рис. 11.2.
Віскозиметр Стокса

Прилад для визначення η методом падаючої кульки (метод Стокса) складається з скляного циліндру 2 (рис.11.2), наповненого досліджуваною рідиною (в нашому випадку гліцерином). З метою термостабілізації циліндр 2 поміщений в широкий скляний циліндр 1, наповнений водою. Для визначення швидкості падіння кульки на циліндр нанесені мітки a і b на віддалі L одна від одної. Мітки ставляться на такій віддалі від поверхні рідини і дна посудини, щоб між ними кулька рухалась рівномірно. Тоді

$$v_0 = \frac{L}{t}, \quad (11.6)$$

де t - час руху кульки між мітками a і b . На дно циліндра опущена сітка з тримачем 3, з допомогою якої виймають кульки.

Другим широко розповсюдженим експериментальним методом визначення коефіцієнта в'язкості рідини η є метод Пуазейля. Суть його у вимірюванні швидкості витікання однакових об'ємів рідин через один і той же капіляр. Згідно закону Пуазейля, об'єм змочуючої рідини V , що протікає через капіляр, визначається за формулою:

$$V = \frac{\pi \Delta p r^4 t}{8 \eta L}, \quad (11.7)$$

де r і L радіус і довжина капіляра, Δp - різниця тисків, під якими знаходиться рідина, t - час витікання. Якщо рідина витікає під дією власної ваги, то Δp дорівнює гідростатичному тиску: $\Delta p = \rho g h$, ρ і h густина і висота стовпчика рідини, g - прискорення вільного падіння. Тоді формула для визначення коефіцієнта в'язкості набуває виду:

$$\eta = \frac{\pi \rho g h r^4}{8VL} t. \quad (11.8)$$

Якщо відомо коефіцієнт в'язкості для однієї з рідин, наприклад для дистильованої води η_1 , то легко визначити η_2 другої рідини. Розділивши виражені по формулі (11.8) коефіцієнти η_1 і η_2 один на один, матимемо:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2}, \quad (11.9)$$

звідки для невідомої рідини отримуємо робочу формулу:

$$\eta_1 = \frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2} \eta_2. \quad (11.10)$$

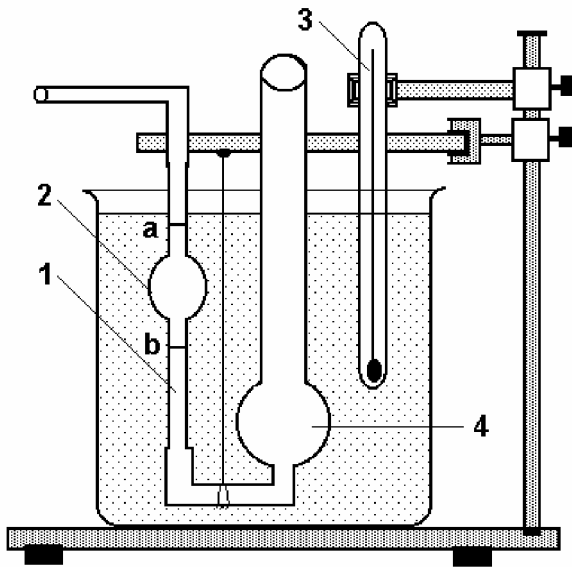


Рис. 11.3. Віскозиметр Освальда

Сифонний капілярний віскозиметр (віскозиметр Освальда) являє собою U-подібну скляну трубку (рис.11.3), широке коліно якої **4** має внизу розширення. Друге коліно - капіляр **1**, має вверху мале розширення **2**, що переходить у трубку, до якої приєднується гумова "груша" для відкачування повітря і втягування рідини в мале розширення. Мітки **a** і **b** відмічають цілком певний об'єм рідини, час витікання якої вимірюється у процесі дослідження.

Віскозиметр кріпиться на штативі так, щоб його капіляр був у вертикальному положенні. При температурних вимірюваннях віскозиметр вставляється в посуд з водою (термостат), так, щоб рівень води був вище верхньої мітки **a**, і ставиться на електроплитку, а температура води і досліджуваної рідини вимірюється термометром **3**.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Завдання 1. Визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину методом Стокса

1. Вибрати для дослідження 3-5 кульок, мікрометром виміряти їх діаметр у трьох різних напрямках і усереднити значення діаметру для кожної кульки.
2. Виміряти штангенциркулем внутрішній діаметр циліндра **2**.

3. Масштабною лінійкою визначити віддаль l між встановленими мітками a і b .
4. Взяти пінцетом кульку і вкинути її в отвір вирви. Спостерігаючи за падінням, зафіксувати час руху кульки між мітками a і b . По формулі (11.6) визначити швидкість v_0 записати дані і результат в таблицю вимірів.
5. Вийняти кульку сіткою і повторити дослід. Зробити 3-5 таких вимірів для кожної кульки.
6. Визначити і записати температуру рідини.
7. По формулі (11.5) обчислити динамічний коефіцієнт внутрішнього тертя, взявши необхідні дані з таблиць, а також кінематичний коефіцієнт в'язкості.
8. Обчислити середнє значення і похибку одержаного результату.
9. Зробити висновки по результатах лабораторної роботи.

Завдання 2. Визначення температурної залежності коефіцієнта в'язкості рідини

1. Промити віскозиметр Освальда дистильованою водою і встановити прилад у вертикальному положенні.
2. Вилити у широке коліно трубки 4 певний, постійний в усіх дослідах, об'єм досліджуваної дистильованої води.
3. Обережно, з допомогою гумової "груші", втягнути воду через капіляр в розширення 2 трохи вище мітки a .
4. Відпустити повітряний клапан "груші" і відмітити час опускання меніска рідини від мітки a до мітки b розширення 2 , тобто час витікання.
5. Пункти 3-5 повторити не менше 3-х разів.
6. Вилити воду з віскозиметра, промити його іншою досліджуваною рідиною і повторити дослід з цією рідиною в послідовності 1-5 при тій же температурі.
7. Нагріти воду в термостаті на 8-10 градусів і знову повторити виміри, дотримуючись пунктів 3-5.
8. Провести вимірювання часу витікання не менше як для 5 різних температур.
9. Взяти в'язкість η_1 , густину води ρ_1 і густину досліджуваної рідини $\rho_2(T)$ з таблиць і по формулі (11.10) обчислити динамічний коефіцієнт в'язкості η_2 . Якщо немає табличних даних $\rho_2(T)$, то необхідно визначити їх: за допомогою аналітичних терезів зважити певну масу досліджуваної рідини і виміряти об'єм цієї маси ($\rho_p = \frac{m}{V}$) при різних температурах.
10. Побудувати графік залежності η від T , а також $\ln \eta$ від $1/T$.
11. Використовуючи теоретичну температурну залежність в'язкості $\eta \approx A e^{\frac{E_a}{kT}}$, де k – постійна Больцмана, з графіка залежності

$\ln \eta = f(1/T) = \frac{E_a}{k} \frac{1}{T} + \ln A$ по нахилу прямої визначити так звану енергію активації E_a процесу “пересkokів” молекул з одного “осілого” положення в інше.

12. Дати оцінку точності і надійності одержаних результатів. Зробити короткі висновки, які впливають з одержаних вами результатів, порівняти їх з літературними даними.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке в'язке тертя і від чого залежить сила в'язкого тертя?
2. Який фізичний зміст динамічного коефіцієнта в'язкості? В яких одиницях він вимірюється?
3. Які явища відносяться до явищ перенесення і які фізичні величини в них “переносяться”?
4. Напишіть взаємозв'язок між коефіцієнтами в'язкості, дифузії і теплопровідності в газах?
5. При яких умовах дійсна формула Стокса?
6. Яке співвідношення між динамічним і кінематичним коефіцієнтами в'язкості?
7. Який рух здійснюють молекули газів, рідин і твердих тіл?
8. Чому молекули рідини через деякий час переходять з одного “осілого” положення в інше?

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ

I. МЕТА РОБОТИ: *Ознайомлення студентів із капілярними явищами і експериментальне визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом компенсації різниці тисків її поверхневого шару і методом відриву кільця від поверхні рідини.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *прилад для визначення коефіцієнту поверхневого натягу, вимірвальний мікроскоп, важки з вказаними номіналами, вимірна лінійка, набір досліджуваних рідин.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

- 1. Поверхневий натяг рідини.*
- 2. Силowe і енергетичне визначення коефіцієнту поверхневого натягу.*
- 3. Молекулярний тиск поверхневого шару рідини.*
- 4. Рівняння Лапласа.*
- 5. Крайовий кут; капілярні явища.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Рідкий стан виникає тоді, коли потенціальна енергія притягання молекул переважає по абсолютному значенню їх кінетичну енергію. Сили притягання між молекулами в рідині значні і забезпечують утримання молекул в об'ємі рідини. Таким чином, у рідині утворюється поверхня, яка обмежує її об'єм. Величина поверхні залежить від форми тіла і при тому ж об'ємі мінімальною поверхнею володіє куля.

На частинки, що знаходяться в тонкому поверхневому шарі, діють зі сторони інших молекул сили притягання. Так як ці сили в рідині значно більші за сили притягання між поверхневими молекулами і молекулами повітря та пари рідини біля поверхні, то рівнодійна цих сил спрямована всередину рідини, нормально до її поверхні. При збільшенні поверхні рідини деяке число молекул з її об'єму повинно перейти в поверхневий шар, виконавши роботу проти рівнодійної поверхневих сил ($-\delta A$), отже збільшивши свою потенціальну енергію (на dU). Звідси випливає два висновки: поверхня рідини прагне повернутися до мінімуму енергії, тобто скоротитися - виникають сили поверхневого натягу f , направлені вздовж поверхні; подолати рівнодійну сил притягання можуть лише найбільш швидкі ("гарячі") молекули, отже при збільшенні поверхні без підводу тепла ззовні (адіабатично) рідина повинна охолоджуватися. Якщо зростання поверхні відбувається без зміни температури рідини (ізотермічно), то вся кількість теплоти, що надходить ззовні до рідини в

цей час іде на утворення поверхні, тобто поверхневої плівки рідини - її називають схованою теплотою утворення поверхні L .

При ізотермічних процесах, використовуючи перший принцип термодинаміки $dU = \delta Q + \delta A$, вираз для роботи молекул проти рівнодійної сил при виході їх на поверхню рідини з об'єму можна записати у такому виді

$$\delta A = -dU + \delta Q = -dU + Tds = -d(U - TS) = -dF, \quad (12.1)$$

де $F = U - TS$ - вільна енергія системи молекул, що розглядаються, тобто молекул в поверхневому шарі рідини (вільна поверхнева енергія), S - ентропія. Ця вільна енергія пропорційна величині поверхні s

$$F = \alpha s \text{ або } dF = \alpha \cdot ds \quad (12.2)$$

α - густина вільної енергії поверхні.

Згідно (12.1), по абсолютній величині $\delta A = dF$, тоді ,

$$\delta A = f dx = \alpha ds = \alpha dx dy, \quad (12.3)$$

де f - сила поверхневого натягу (рівна рівнодійній сил, що діє на поверхневу молекулу), яка спричинює переміщення на величину dx границі поверхневої плівки рідини довжиною dy .

Таким чином, густина вільної енергії поверхні рідини або коефіцієнт поверхневого натягу $\alpha = \frac{dF}{ds} = \frac{f}{dy}$ чисельно дорівнює зміні поверхневої

вільної енергії при зміні площі поверхні рідини на одиницю (енергетичне визначення α , Дж/м²) або дорівнює силі віднесеній до одиниці довжини границі плівки і направленій перпендикулярно до цієї границі (силове визначення, Н/м). Поверхневий натяг залежить від температури рідини, зокрема поверхневої плівки рідини. Наприклад, залежність α води від температури дається наближеною формулою

$$\alpha = \alpha_0 \left(\frac{3}{2} - \frac{T}{2T_0} \right) = \alpha_0 \left(1 - \frac{\Delta T}{2T_0} \right), \quad (12.4)$$

де α_0 значення коефіцієнту при абсолютній температурі T_0 , ΔT - приріст температури. Досліджуючи температурну залежність коефіцієнту поверхневого натягу можна визначити деякі термодинамічні параметри.

Позначимо через $C = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_s$ теплоємність поверхневої плівки води

при сталій площі, а через $L = \left(\frac{\partial Q}{\partial s} \right)_T$ - питому сховану теплоту утворення плівки при сталій температурі. Кількість теплоти δQ , що надається плівці, іде на нагрів плівки при сталій площі і на зростання плівки, тобто

$$\delta Q = CdT + Lds. \quad (12.5)$$

Тоді за першим принципом термодинаміки зміна внутрішньої енергії поверхні рідини набуде вигляду

$$dU = \delta Q + \delta A = CdT + Lds + \alpha s. \quad (12.6)$$

Так як $\delta Q = TdS$, то з (12.5) для зміни ентропії будемо мати

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{CdT}{T} + \frac{L}{T} ds. \quad (12.7)$$

dS - повний диференціал. Тоді часткові похідні

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_s = \frac{C}{T} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial s}\right)_T = \frac{L}{T}. \quad (12.8)$$

Взявши часткові похідні від цих виразів по інших змінних (по T і s відповідно) та врахувавши рівність при цьому лівих частин одержаних рівнянь, дістанемо

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{C}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{L}{T}\right) = -\frac{L}{T^2} + \frac{1}{T} \frac{\partial L}{\partial T}. \quad (12.9)$$

Аналогічно, з формули (12.6) повного диференціалу dU , одержуємо

$$\frac{\partial C}{\partial s} = \frac{\partial L}{\partial T} + \frac{\partial \alpha}{\partial T}. \quad (12.10)$$

Використавши формули (12.9) і (12.10), знайдемо вираз для питомої схованої теплоти утворення плівки поверхні рідини:

$$L = -T \frac{\partial \alpha}{\partial T}. \quad (12.11)$$

Звідси для L води при відомій залежності (12.4) отримуємо вираз

$$L = \frac{\alpha_0}{2T_0} T. \quad (12.12)$$

Оскільки L додатне, плівка при збільшенні поверхні охолоджується.

Зміна внутрішньої енергії при $T = \text{const}$ на основі формули (12.6) дорівнює (L і α від s не залежать)

$$\Delta U = \int_{s_0}^s (L + \alpha) ds = (L + \alpha) \Delta s. \quad (12.13)$$

Завдання 1. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом компенсації тиску її поверхневого шару

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Якщо опустити скляну капілярну трубку в рідину, то, як відомо, залежно від природи рідини, рівень рідини в трубці підніметься або опуститься на деяку висоту над рівнем рідини в посудині. Це явище пояснюється зміною внутрішнього молекулярного тиску в залежності від

форми поверхні рідини. Поверхневий шар рідини в трубці під дією молекулярних сил взаємодії рідини і твердої поверхні стінки набуде викривленої форми (меніск). Меніск буде вгнутим, якщо рідина змочуюча (наприклад, вода-скло) і опуклим, якщо рідина не змочує тверду поверхню (ртуть-скло).

Залежність внутрішнього молекулярного тиску від викривлення поверхні рідини описується формулою Лапласа:

$$p = p_0 \pm \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (12.14)$$

де p - тиск під викривленою поверхнею; p_0 - тиск під плоскою поверхнею; α - коефіцієнт поверхневого натягу рідини; R_1 і R_2 - радіуси кривизни поверхні рідини в двох взаємно перпендикулярних напрямках. У випадку, коли поверхня рідини має сферичну форму, тобто для капілярної трубки, рівняння Лапласа приймає вид:

$$p = p_0 \pm \frac{2\alpha}{R}. \quad (12.15)$$

Знак "+" відноситься до опуклої поверхні рідини, знак "-" - до вгнутої. Таким чином, для змочуючих рідин тиск під вгнутим меніском в трубці буде меншим, ніж під плоскою поверхнею рідини в широкому посуді, на величину $\Delta p = p_0 - p$, а в разі незмочуючої рідини, навпаки, буде більшим на ту ж величину. Цим і пояснюється те, що рідина в капілярних трубках при змочуванні піднімається, а при незмочуванні опускається.

Якщо опустити капіляр в змочуючу рідину, то під дією лапласового тиску рідина в капілярі піднімається (рис.12.1). Між рідиною в капілярі і широкому посуді встановлюється така різниця рівнів, при якій капілярний тиск зрівноважується гідростатичним:

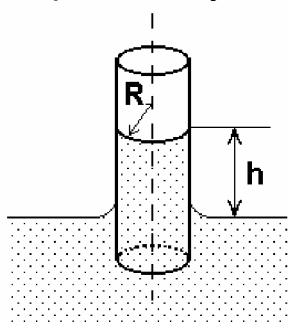


Рис.12.1

$$\frac{2\alpha}{R} = \rho g h, \quad (12.16)$$

де ρ - густина рідини; g - прискорення сили тяжіння; h - висота піднятої рідини в капілярній трубці відносно рівня рідини в широкому посуді; R - радіус меніска. При повному змочуванні стінок капіляра рідиною R дорівнює радіусу капіляра r . В іншому випадку $R = r / \cos\theta$, де θ - кут змочування.

Якщо яким-небудь чином збільшити зовнішній тиск над поверхнею змочуючої рідини в капілярі, то можна досягнути такого положення, при якому рівень рідини в широкому посуді і капілярі зрівноважиться. Нехай з цією метою зовнішній тиск потрібно збільшити на деяку величину Δp . В такому разі:

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R} \quad (12.17)$$

Отже, вимірявши цей додатковий зовнішній тиск Δp , можна визначити коефіцієнт поверхневого натягу досліджуваної рідини.

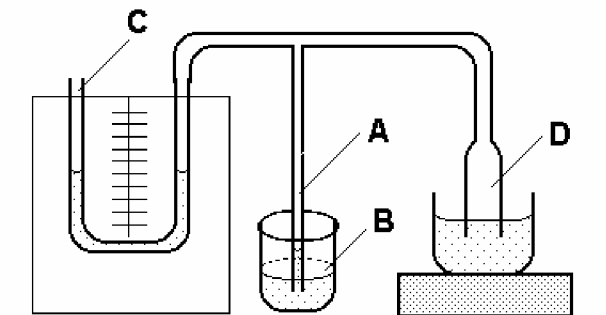


Рис.12.2. Прилад для вимірювання поверхневого натягу

Прилад для визначення коефіцієнта поверхневого натягу (рис.12.2) складається з манометра **С**, з'єднаного гумовою трубкою з капіляром **А**, зануреним в посуд **В** з досліджуваною рідиною. Капіляр з'єднаний також гумовою трубкою із розширеною скляною трубкою **Д**, зануреною в посуд з водою. Опускаючи трубку **Д** в воду,

можна збільшити тиск в системі. Якщо різниця рівнів рідини в колінах манометра дорівнює h_1 , то надлишковий тиск в системі буде: $\Delta p = \rho_1 g h_1$, де ρ_1 - густина рідини в манометрі. Тоді формула (12.17) набуде вигляду:

$$\frac{2\alpha}{R} = \rho_1 g h_1, \text{ звідки } \alpha = \frac{\rho_1 g h_1 R}{2}. \quad (12.18)$$

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. З допомогою оптичного мікроскопа визначити радіус капіляра. Для цього капіляр встановити на столик мікроскопа. Навести мікроскоп на кінець капіляра і відмітити, якому числу поділок шкали окулярного мікроскопа відповідає діаметр капіляра. Ціна поділки окулярного мікроскопа вказана на приладі. Діаметр потрібно виміряти у двох взаємно перпендикулярних напрямках та із одержаних значень взяти середнє арифметичне.
2. Налити досліджувану рідину в посуд **В**, виміряти її температуру T і опустити в неї капіляр. Рідина в капілярі підніметься на висоту h . Оптичним мікроскопом виміряти кут змочування θ і визначити радіус меніска R , порівняти його з радіусом капіляра r .
3. Повільно опускати трубку **Д** в посуд з водою до тих пір, поки рівень рідини в капілярі не досягне рівня рідини в посуді **В**.
4. Виміряти різницю висот h_1 рідини в трубках манометра **С** і підставити значення h_1 і ρ_1 у формулу (12.18).
5. Визначити α при температурі T для дистильованої води і спирту, повторити досліди не менше 5 разів.
6. Залити в посудину **В** ту ж саму рідину, але при температурі 0°C і повторити вимірювання. Якщо це зробити немає можливості, скористуйтесь табличними значеннями для α_0 при T_0 . По формулі (12.12) обчислити питому сховану теплоту утворення плівки поверхні рідини L .
7. Зробити аналіз одержаних результатів і основні висновки.

Завдання 2. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом відриву кільця від поверхні рідини

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

На межі рідини з твердим тілом спостерігається явище змочування, яке виникає внаслідок взаємодії молекул рідини з молекулами твердого тіла (стінками посудини, кільцем тощо).

Коли опустити обережно скляну пластинку на поверхню води, то потрібно прикласти деяку силу, щоб відірвати її потім від поверхні води. Так само, щоб відірвати будь-яке тверде тіло, що добре змочується водою, необхідно прикласти певну силу. При цьому під дією сили “відриву” разом з тілом підіймається певна кількість води (рідини).

Нехай ми маємо кільце із зовнішнім діаметром D і товщиною d . Тоді при підніманні кільця між поверхнею рідини і кільцем виникає сила, яка не дає відірватись кільцю від поверхні рідини - сила поверхневого натягу, що пропорційна довжині границі змочування. Тому поверхня рідини ззовні кільця тягне його вниз із силою $F_3 = \alpha\pi D$, а поверхня рідини всередині кільця - із силою $F_B = \alpha\pi \cdot (D-2d)$. Таким чином, результуюча сила поверхневого натягу, яка втримує кільце, буде

$$F_H = F_3 + F_B = 2\alpha\pi \cdot (D - d). \quad (12.19)$$

Але в момент відриву сила відриву $F = F_H$, звідки визначається коефіцієнт поверхневого натягу

$$\alpha = \frac{F}{2\pi(D - d)}. \quad (12.20)$$

Формула (12.20) є робочою формулою. Силу F можна визначити, наприклад, із закону Гука, вимірюючи видовження пружинки (гумки), прикріпленої до кільця, в момент відриву кільця від поверхні рідини (рис.12.3).

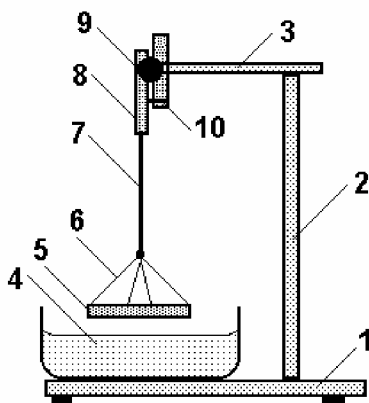


Рис. 12.3. Схематичне зображення установки для вимірювання поверхневого натягу рідини:

- 1 - платформа; 2 - штатив; 3 - кронштейн;
- 4 - відкрита посудина з рідиною;
- 5 - кільце; 6 - нитки для регулювання горизонтального положення кільця;
- 7 - пружне тіло (гумка); 8 - шкала;
- 9 - міліметричний гвинт; 10 - поділлка початку відліку видовження.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з будовою приладу для визначення коефіцієнту поверхневого натягу (рис.12.3). Відрегулювати кільце **5** в горизонтальне положення.
2. Гвинтом **9** опускати кільце **5** так, щоб воно, торкнувшись поверхні рідини в посудині **4**, “прилипло” до її поверхні. При цьому опускання кільця припинити і взяти на шкалі **8** за нульову поділку ту, що співпадає з поділкою **10** початку відліку значення видовження.
3. Повільно обертаючи гвинт **9**, підіймати кільце. Підіймання припинити в той момент, коли кільце відірветься від поверхні рідини.
4. По шкалі **8** відрахувати величину видовження X_1 пружного тіла (пружини або гумки) до моменту відриву кільця і занести її в таблицю. Дослід повторити не менше 5 разів і усереднити значення X_i .
5. Підігріти воду у посудині разом з опущеним в неї кільцем на 8-10 градусів, виміряти температуру води і повторити пункти 2-4. Знову підігріти воду з кільцем і зробити вимірювання. При кожній температурі робити не менше 5 вимірів.
6. Визначити силу F , з якою поверхня рідини діє на пружне тіло (гумку або пружину) і розтягує його до значення X в момент відриву кільця від рідини. Згідно третього закону Ньютона, цій силі протидіє рівна їй сила пружності тіла $F_{пр}$, яка, по закону Гука, пропорційна видовженню X цього тіла. Отже

$$F = F_{пр} = kX, \quad (12.21)$$

де k - коефіцієнт пружності (або жорсткість) пружини.

7. Визначити значення k . Підвісити до пружини (гумки) вантаж відомого номіналу. Сила, яка розтягує пружне тіло, буде дорівнювати вазі P вантажу: $F = P = mg$, тоді $kX_p = mg$ (m - маса вантажу), звідки

$$k = \frac{X_p}{mg}. \quad (12.22)$$

8. Для більш точного визначення коефіцієнта пружності побудувати графік залежності сили пружності $F_{пр} = P = mg$ від видовження гумки (пружини) X_p , підвішуючи до неї важки різних номіналів. Переконавшись в справедливості закону Гука і по тангенсу кута нахилу прямої визначити усереднене значення k .
9. Побудувати графік залежності α від температури. Після апроксимації даних прямою визначити коефіцієнт нахилу та α_0 , зробивши екстраполяцію прямої до температури $T_0 = 273 \text{ K}$. Порівняти одержані значення з формулою (12.4) та табличними значеннями α_0 .
10. Використовуючи одержані значення, по формулі (12.12) обчислити сховану теплоту утворення поверхні рідини L та зміну внутрішньої енергії рідини при зміні поверхні рідини на $\Delta s = 1 \text{ м}^2$ (формула 12.13).
11. Оцінити абсолютні та відносні похибки вимірювання коефіцієнту поверхневого натягу.
12. Зробити аналіз одержаних результатів і висновки.

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ.

1. Яка будова рідини згідно молекулярної теорії? Як пояснюється стисливість рідини?
2. Що таке поверхневий натяг рідини? Чому поверхня рідини має властивості відмінні від властивостей всієї маси рідини?
3. Вказати і пояснити залежність сили поверхневого натягу від тиску пари над рідиною, температури рідини.
4. Дати силове визначення коефіцієнту поверхневого натягу. По якому напрямку діє сила поверхневого натягу?
5. Дати енергетичне визначення коефіцієнту поверхневого натягу α :
 - а) α - це величина вільної енергії всієї поверхні рідини;
 - б) α чисельно дорівнює роботі, необхідній для утворення одиниці площі нової поверхні при постійній температурі;
 - в) α дорівнює надлишку потенціальної енергії поверхні рідини.
6. Як і чому змінюється коефіцієнт поверхневого натягу із зміною температури?
 - а) із збільшенням температури α зменшується, бо зменшується густина рідини;
 - б) із зниженням температури α зменшується у зв'язку із зменшенням сили взаємодії між молекулами;
 - в) від температури величина α не залежить;
 - г) зростання температури приводить до збільшення α у зв'язку із збільшенням швидкості руху молекул.
7. Який тиск називають лапласівським?
 - а) тиск, який зазнає рідина під дією поверхневого натягу;
 - б) тиск рідини на дно посудини;
 - в) тиск, обумовлений кривизною поверхні рідини і направлений до центру кривизни.
8. Який із наведених виразів відповідає формулі Лапласа для випадку вільної поверхні рідини: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$; $\Delta p = \pm \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$; $\Delta p = \frac{\alpha}{R}$?
9. Чотири однакові капіляри опущені у воду при температурі 10, 40, 80 і 5 °С відповідно (рис.12.4). Який капіляр опущений у воду з температурою 5 °С ?
10. Що буде з краплею, яка знаходиться у капілярі, що звужується (рис.12.5):
 - а) залишиться нерухомо;
 - б) зміститься вправо;
 - в) зміститься вліво.
11. Який із вказаних кутів (рис.12.6) є крайовим ?
12. Назвіть приклади використання поверхневих властивостей речовин в техніці.
13. При яких умовах розчинена речовина концентрується або в поверхневому шарі, або всередині рідини ?

14. Поверхневий натяг не залежить від геометричних розмірів посудини чи об'єму рідини. Чому ж його існування найбільш чітко виявляється лише в вузьких трубках і маленьких краплях ?
15. Чи залежить густина рідини при відсутності сили тяжіння від її кількості (в принципі)? Як? Які фактори необхідно врахувати, щоб оцінити кількісно величину ефекту ?

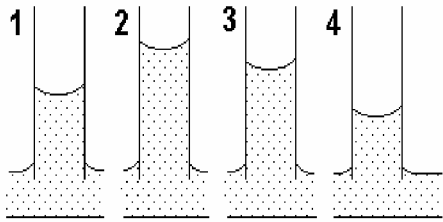


Рис.12.4

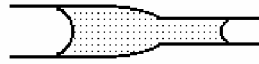


Рис.12.5

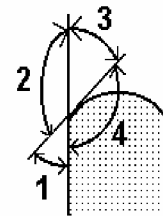


Рис.12.6

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОТИ ПЛАВЛЕННЯ КРИСТАЛІЧНИХ ТІЛ МЕТОДОМ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ЗА ШВИДКІСТЮ ОХОЛОДЖЕННЯ

I. МЕТА РОБОТИ: *вивчення основ теорії фазових переходів першого роду і освоєння методів визначення температури плавлення твердих тіл та визначення схованої теплоти плавлення і кристалізації.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *тигель, олово (або індій), термopара, термометр, технічні терези з важками, потенціометр самописний, електричний нагрівний прилад для розплавлення олова.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

- 1. Кристалічні і аморфні тверді тіла.*
- 2. Фазові переходи першого роду.*
- 3. Плавлення і кристалізація, схована теплота.*
- 4. Діаграми плавлення і кристалізації. Потрійна точка.*
- 5. Залежність температури фазового переходу від тиску, рівняння Клапейрона-Клаузіуса.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Плавлення і кристалізація відносяться до фазових переходів першого роду, які характеризуються тим, що при їх здійсненні поглинається або виділяється теплота. Кристалічні тіла мають певну температуру плавлення, яка залежить від зовнішнього тиску. Обернений перехід речовини із рідкого стану в твердий (кристалізація) відбувається також при тій же температурі, що і плавлення.

На рис.13.1. схематично показано криві нагрівання і охолодження в координатах “температура-час”. Тут відрізок **AB** відповідає нагріванню твердого кристалічного тіла до температури плавлення, горизонтальна лінія **BC** - плавленню, яке супроводжується поглинанням теплоти при незмінній температурі. Наявність цієї лінії (**BC**) вказує, що в цей час відбувається ізотермічне плавлення і все тепло, що надходить, іде на руйнування кристалічної ґратки, тобто енергія витрачається на розрив міжатомних зв'язків твердого тіла, а не на підвищення інтенсивності і амплітуди коливного руху. Кількість теплоти, яка за час ізотермічного плавлення надається тілу, називається схованою теплотою плавлення. Ця теплота приведена до одиниці маси називається питомою теплотою плавлення λ . Коли процес плавлення закінчиться, утворюється рідка фаза і її температура починає підвищуватися (ділянка **CD**). Для більшості речовин збільшення зовнішнього тиску приводить до збільшення температури плавлення (температури фазового переходу).

Ця залежність описується рівнянням Клапейрона-Клаузіуса, а графічно зображається лінією в координатах **P-T** (“тиск-температура”). Незмінність температури тіла в процесі плавлення вказує на те, що плавиться кристал, тобто тверде тіло з періодичним розташуванням атомів в ґратці, а отже з однаковими або декількома міжатомними відстанями і силами зв'язків, які одночасно руйнуються при досягненні певної температури. Цього не спостерігається в аморфному тілі, тому для нього плавлення відбувається в деякому температурному інтервалі, коли досягається енергія, достатня для розриву деякого одного міжатомного зв'язку.

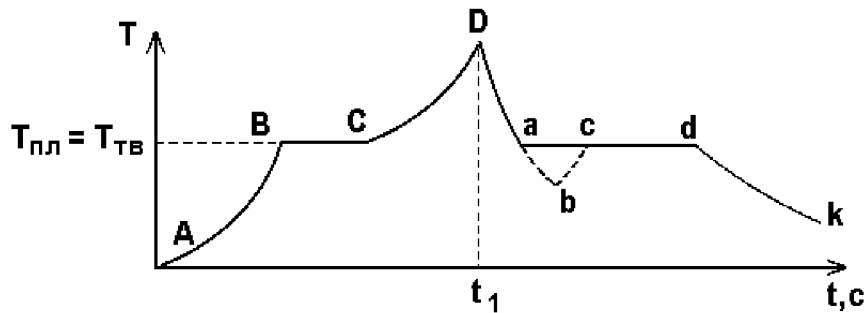


Рис. 13.1. Схематичне зображення кривих нагрівання і охолодження кристалічного твердого тіла

Якщо в момент часу t почати охолодження рідини, то крива піде вниз (ділянка **Da**). Досягнувши температури затвердіння (кристалізації) $T_{тв.}$, зниження температури припиняється і починається процес кристалізації рідини (росту кристала). При наявності центрів кристалізації затвердіння рідини починається при її охолодженні до температури плавлення твердого тіла, тобто $T_{тв.} = T_{пл.}$. Тверднення супроводжується виділенням теплоти кристалізації (рівній теплоті плавлення) і відбувається при незмінній температурі (ділянка **ad**) для кристалічних тіл.

Виділення (поглинання) теплоти при фазових переходах першого роду слідує з розгляду термодинамічної теорії, згідно якої зміну кількості теплоти δQ при постійній температурі в системі багатьох частинок можна представити формулою $\delta Q = T dS$, dS - зміна ентропії. При затвердінні ентропія системи зменшується, отже при $T = \text{const}$ системі для термодинамічної рівноваги при даній температурі необхідна менша кількість теплоти ($\delta Q < 0$). Надлишок її виділяється і йде на підтримку температури тіла, компенсуючи втрати теплоти внаслідок розсіювання її в оточуючий простір.

Такі ж висновки впливають і з розгляду молекулярно-кінетичної теорії. Згідно моделі рідини, атоми розплавленого тіла здійснюють поступальні стрибкоподібні і коливні рухи в період між стрибками. Тому середня кінетична енергія атома дорівнює:

$$E_k = \frac{i}{2} kT = i_n \frac{kT}{2} + 2i_{\text{кол.}} \frac{kT}{2} = E_n + E_{\text{кол.}} \quad (13.1)$$

У твердому тілі залишаються тільки коливні ступені вільності. Тому при кристалізації надлишок енергії поступального руху атомів вивільнюється у виді схованої теплоти кристалізації.

Якщо у рідині відсутні центри кристалізації, то можна спостерігати її переохолодження до температур, що лежать нижче температури затвердіння (ділянка **ab**). Переохолоджений стан рідини є нестійким (метастабільним). При достатньо сильному переохолодженні може статися самовільне утворення зародків твердої фази, завдяки флуктуації густини рідини, і рідина закристалізується. При цьому її температура підвищиться до нормальної температури тверднення за рахунок теплоти, що виділяється при кристалізації (ділянка **ba**). У звичайних умовах у рідині є багато центрів кристалізації і, отже, така рідина не переохолоджується, а при її твердненні росте одночасно багато кристаликів. В результаті тверде тіло виявляється полікристалічним.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

У лабораторній роботі для визначення питомої теплоти плавлення олова використовується метод спостереження за швидкістю охолодження розплаву. Швидкість самовільного охолодження залежить від різниці температур тіла і навколишнього середовища: чим сильніше нагріте тіло, тим швидше воно охолоджується, асимптотично наближаючись до нуля при вирівнюванні температур. Отже кількість тепла, що розсіюється тілом за одиницю часу, також залежить від температури нелінійно. Якщо температура досліджуваного тіла в процесі його охолодження перестала змінюватись, то це означає, що з'явилося джерело тепла, яке компенсує втрати теплопередачі.

Нехай миттєва швидкість охолодження розплаву поблизу температури затвердіння дорівнює: до тверднення $\frac{dT}{d\tau}$, а $\frac{dT'}{d\tau'}$ – після затвердіння. Введемо позначення:

M - маса тигля, в якому плавиться досліджувана речовина;

c₁ - питома теплоємність матеріалу тигля;

c - питома теплоємність досліджуваної речовини;

m - маса досліджуваної речовини.

Кількість теплоти **dQ**, що розсіялася внаслідок охолодження тіла на **dT** за час **dτ** дорівнює:

$$dQ = (cm + c_1M)dT. \quad (13.2)$$

Потужності втрат тепла в момент початку тверднення і відразу після закінчення процесу кристалізації відповідно дорівнюють:

$$\frac{dQ}{d\tau} = (cm + c_1M) \frac{dT}{d\tau} \quad \text{і} \quad \frac{dQ'}{d\tau'} = (cm + c_1M) \frac{dT'}{d\tau'}. \quad (13.3)$$

Середня потужність втрат тепла під час затвердіння

$$P_c = \frac{1}{2} \left(\frac{dQ}{d\tau} + \frac{dQ'}{d\tau'} \right) = \frac{1}{2} (cm + c_1M) \left(\frac{dT}{d\tau} + \frac{dT'}{d\tau'} \right). \quad (13.4)$$

Кількість теплоти, що розсіялась під час тверднення $Q_c = P_c \cdot \tau$. За цей час при кристалізації температура тіла не змінюється (ділянка **cd**, рис.13.1), отже така ж кількість теплоти виділяється при утворенні кристалічної ґратки, підтримуючи його температуру, а саме, $Q = \lambda m$. Прирівнюючи ці теплоти, одержуємо формулу для обчислення питомої схованої теплоти кристалізації:

$$\lambda = \frac{\tau}{2m} (cm + c_1m) \left(\frac{dT}{d\tau} + \frac{dT'}{d\tau'} \right). \quad (13.5)$$

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Під'єднати диференціальну термопару до самописця. Один спай термопари занурити у танучий лід, а інший спай термопари - в тигель з оловом.
2. Ввімкнути потенціометр, перевірити та відрегулювати його покази, зв'язуючись з градуовальною кривою термопари і показами термометра.
3. Ввімкнути самописець та нагрівний елемент і записати криву нагрівання олова з часом, а також криву його охолодження.
4. Обробити графік, накресливши осі із значеннями температури і часу. Нанести на нього градуовальні дані термопари (рис. 13.2).

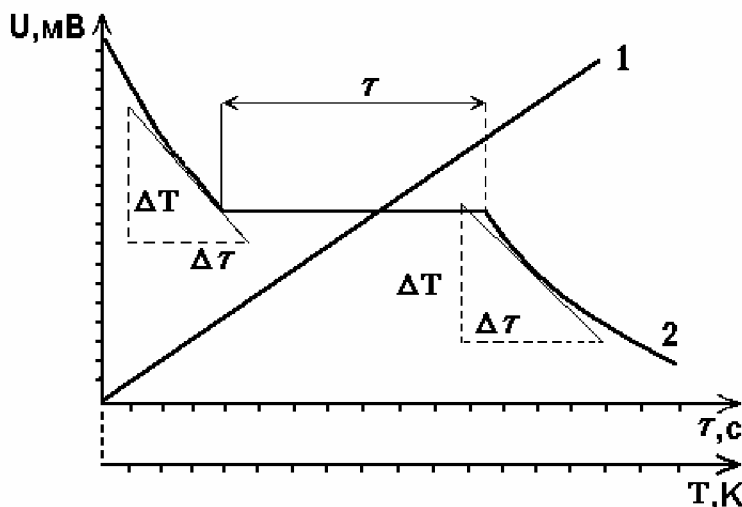


Рис. 13.2

Графіки градування термопари (1) і охолодження розплавленого тіла (2)

5. Із графіка визначити температуру кристалізації і миттєві швидкості охолодження в точках поблизу початку кристалізації та після її закінчення, через дотичні в цих точках.
6. Зважити масу олова та за формулою (13.5) знайти сховану питому теплоту плавлення та кристалізації.
7. Зробити оцінки похибок вимірювання та результату.
8. Порівняти одержані результати з табличними значеннями, зробити висновки.
9. Визначити зміну ентропії олова при його нагріванні (охолодженні) від кімнатної температури T_1 до максимальної T_2 , а також зміну ентропії при фазовому переході за формулою

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_{пл.}} \frac{\delta Q}{T} + \frac{\lambda m}{T} + \int_{T_{пл.}}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \frac{\lambda m}{T} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{cm dT}{T} = \frac{\lambda m}{T} + cm \ln \frac{T_2}{T_1} = \Delta S_{ф.п.} + \Delta S_{\Delta T}$$

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називається фазовим переходом ?
2. Які фазові переходи ви знаєте ?
3. Чим супроводжуються фазові переходи першого роду ?
4. Який процес називається плавленням ?
5. Як змінюється температура у процесі плавлення кристалічного (аморфного) тіла ?
6. На що витрачається схована теплота плавлення ?
7. Що називається сублімацією твердого тіла ?
8. Як залежить температура плавлення від чистоти речовини ?
9. Яка точка фазової діаграми називається потрійною точкою ?
10. Чим пояснюється збільшення температури плавлення речовини з підвищенням тиску ?
11. Вкажіть який з приведених нижче виразів відповідає рівнянню Клапейрона-Клаузіуса:

а) $PV = \frac{m}{\mu} RT;$

в) $PV = RT;$

б) $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{V_p - V_{TB.}};$

г) $\frac{dT}{dP} = \frac{T(V_p - V_{TB.})}{L}.$

ВИЗНАЧЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ РОЗЧИНЕНИХ ДОМІШОК ШЛЯХОМ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ

I. МЕТА РОБОТИ: *Навчитись робити градування приладу для вимірювання електропровідності розчинів та визначити концентрацію розчиненої у воді речовини.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *прилад для вимірювання електропровідності водних розчинів (К-1), дистильована вода, аналітичні терези з важками, штатив, посудина місткістю 1 літр, досліджувана речовина, посудина для приготування водних розчинів різної концентрації, мірна пробірка.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

- 1. Атомна та молярна маси, кількість речовини.*
- 2. Електропровідність рідин. Сила струму.*
- 3. Загальні характеристики розчинів. Ідеальні розчини.*
- 4. Закон Вант-Гоффа.*
- 5. Загальні закономірності розчинності газів. Закон Генрі та закон Рауля.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Найважливіша характеристика розчину - його склад, який визначає розчин як в якісному, так і в кількісному відношенні. Розчини - це гомогенні (однорідні) тверді, рідкі або газоподібні системи з двох і більше компонентів, концентрації яких можуть змінюватися в широких межах, обмежених взаємною розчинністю компонентів. Так в 1 кг води при 20 °С можна розчинити 368 грам **NaCl**, що відповідає граничній розчинності солі. Компоненти розчинів роздібнені до окремих молекул, атомів, іонів, тому їх називають молекулярними розчинами.

Завдяки своїм фізичним властивостям основним розчинником в природі є вода. Вода є так званою полярною речовиною, молекули води **H₂O** є диполями. Тому в ній добре розчиняються інші полярні речовини (солі, кислоти, основи.) Маючи найбільшу із всіх рідин діелектричну проникність $\epsilon = 81$, вода при розчиненні полярних речовин в 81 раз послаблює їх міжатомні зв'язки. Тому значна частина розчинених полярних речовин з іонним зв'язком розпадається на іони, утворюючи вільні носії заряду - розчин стає електролітом. Кількість іонів (електропровідність σ) сильно залежить від температури розчину і його концентрації. Для більшості водних розчинів електролітів в області малих концентрацій $C = 0,001 \div 0,1$ моль/л справедлива емпірична формула (при $t = 25$ °С)

$$\sigma_c = \sigma_0 \cdot (1 - a \cdot \sqrt{C} + b \cdot C), \quad (14.1)$$

де σ_0 , a і b експериментально знайдені постійні коефіцієнти. Так, наприклад, для **NaCl** $a=0,70$, $b=0,74$; для **0,5·CuSO₄** $a=2,79$, $b=3,3$; σ_0 – електропровідність, яка визначається екстраполяцією залежності до $C=0$.

Тиск, температура і природа речовин визначають взаємну розчинність. Розчини, що знаходяться в рівновазі з розчиненою речовиною, називаються насиченими, наприклад: газ \rightleftharpoons водний розчин газу або сіль \rightleftharpoons водний розчин солі. При зміні зовнішніх умов (p, T) змінюється концентрація насиченого розчину.

Речовину, яка при розчиненні входить в склад розчину в переважаючій кількості, або не змінює свій агрегатний стан, звичайно називають розчинником. Наприклад, в випадку утворення розчинів твердих тіл в рідині розчинником є рідина. В деяких випадках поділ компонентів розчину на розчинник і розчинену речовину недоцільний. Дійсно, якщо взяти розчин, що містить 50% спирту і 50% води, то його в однаковій мірі можна розглядати і як розчин спирту в воді, і як розчин води у спирті. Тут зручніше говорити про компоненти розчину.

Кількісний склад (концентрацію) розчинів можна виразити різними способами, кожний з яких має свої переваги. Найбільш зручними і широко застосовними є мольні долі (або проценти), вагові або масові долі, молярність M , молярність C , коефіцієнт розчинності S .

Мольна доля i -го компонента розчину x_i характеризується відношенням числа молей цього компонента до суми чисел молей всіх n компонентів розчину. Мольна концентрація вказує також на відношення числа молекул i -го компоненту до всіх молекул в розчині.

$$x_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i} = \frac{N_i}{N}; \quad \text{або} \quad x_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i} \cdot 100 (\%). \quad (14.2)$$

Легко бачити, що сума всіх мольних долей x_i в системі дорівнює одиниці.

Молярність M виражається числом молей v_i розчиненої речовини на 1000 грам розчинника. Ці концентрації не залежать від температури.

Молярність C виражається числом молей v_i i -го компонента розчину, що міститься в 1 літрі (1000 см³) цього розчину. Молярність є об'ємною концентрацією і вимірюється в одиницях моль/м³ або моль/літр. Вона є функцією температури, оскільки при нагріванні розчин розширюється.

Вагові (масові) долі (або проценти) характеризують відношення ваги даного компонента до суми вагових кількостей всіх компонентів в системі (або відношення відповідних мас)

$$w_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad W_i = w_i \cdot 100 (\%). \quad (14.3)$$

Коефіцієнт розчинності S визначає кількість розчиненої речовини в грамах в 1 кг розчинника (в старих одиницях в 100 грамах розчинника)

$$S_i = \frac{m_i}{m_o} [\text{г / кг}]. ([\text{г / 100г}]), \quad (14.4)$$

m_i - маса розчиненої речовини, m_o - маса чистого розчинника. Під розчинністю твердих речовин в рідинах розуміється концентрація насиченого розчину, тобто розчину, що знаходиться в рівновазі з твердою речовиною і виражається числом грамів речовини в 1 кг розчинника (в одиницях г/кг, або старі одиниці г/100г).

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ОПИС ПРИЛАДІВ

В даній лабораторній роботі визначається концентрація мідного купоросу (CuSO_4), або кухонної солі (NaCl), розчинених у воді. Для цього вимірюється електропровідність розчину приладом К-1, електрична схема якого приведена на рис.14.1. При відомій залежності електропровідності розчину від концентрації даної речовини по градувальній кривій приладу знаходять концентрацію розчину.

На панелі керування приладом знаходиться міліамперметр, є дві лампочки і дві кнопки: "сеть" вмикає живлення приладу (спалахує зелена лампочка), "контроль" (червона лампочка) служить для контролю роботи приладу. До приладу може бути під'єднаний зовнішній міліамперметр.

Струмозійомні електроди виконані в вигляді двох циліндричних штирів, закріплених на пластині, які опускаються в розчин. На електроди подається постійна напруга 9 В.

Для вимірювання електропровідності електроди необхідно занурити в розчин, натиснути кнопку "сеть", кнопку "контроль" і зняти покази міліамперметра. Обчислити провідність σ по формулі:

$$\sigma = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I A}{9 B} = \frac{1}{9} I \quad [\text{Ом}^{-1}] \quad (14.5)$$

і по градувальній кривій визначити концентрацію розчину.

Прилад складається з двох мультівібраторів (рис. 14.1). Перший виконаний на транзисторах VT1 і VT2, а другий на транзисторах VT3 і VT4. Перший мультівібратор виробляє коливання фіксованої частоти, які перетворюються капсулем BF1 в звук визначеної тональності. Напругою живлення для цього мультівібратора служить спад напруги на резисторі навантаження R4 одного з плеч другого мультівібратора, а вона з'являється лише при відкритті транзистора VT3.

Робота другого мультівібратора залежить від опору R_x між електродами E1 і E2, які опускаються у досліджувану речовину. Якщо опір речовини великий, то транзистор VT4 другого мультівібратора виявляється закритим, а VT3-відкритим. Із капсуля BF1 чується однотональний звук.

Якщо речовина не достатньо чиста, то її опір значно менший. Тоді в дію вступає другий мультивібратор. Звук в капсулі стає преривним і починає періодично спалахувати світлодіод HL1. Перед тим, як почати дослід, необхідно перевірити працездатність приладу. Для цього введений ланцюг із резистора і вимикача SB1. Коли натискають кнопку вимикача, паралельно електродам E1 і E2 вмикається резистор R5. Повинні прослідувати преривні звуки в капсулі і спалахи світлодіода. Опір резистора R5 повинен бути вибраний із розрахунку мінімального допустимого опору досліджуваної води.

Для налагодження приладу потрібно впаяти замість постійного резистора R6 ланцюжок із послідовно з'єднаних постійного резистора, опір якого 1кОм і змінного опору 22 або 33 кОм. Натиснувши кнопку SB1, пересувати движок змінного резистора із крайнього положення, яке відповідає найбільшому опору, до тих пір, поки не перестане працювати другий мультивібратор, тобто погасне світлодіод. Виміряти загальний опір ланцюжка і впаяти замість R6 постійний резистор ближнього більшого номіналу. Знову перевірити дію мультивібратора в режимі контролю працездатності приладу.

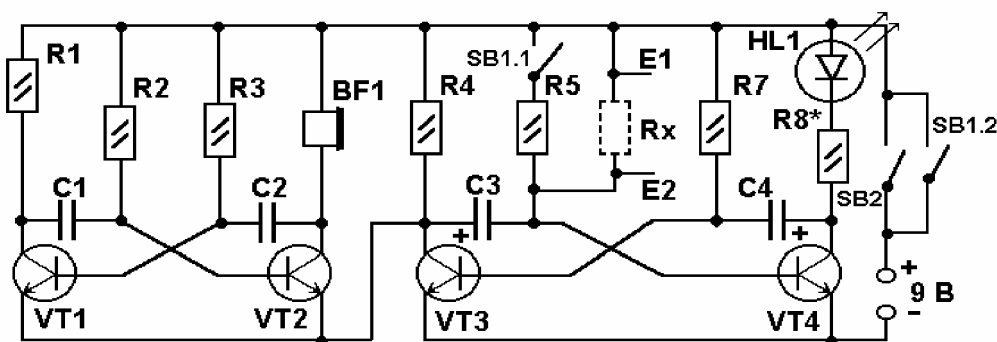


Рис. 14.1. Електрична схема приладу К-1 для вимірювання електропровідності розчинів

НАЗВА ДЕТАЛІ	ТИП ДЕТАЛІ	№ ДЕТАЛІ	НОМІНАЛ	ПОЗНАЧЕННЯ
РЕЗИСТОР	МЛТ - 0.125	R1	1,2кОм	
		R2-R4	12кОм	
		R5	15кОм	
		R6	8,2кОм	*
		R7	100Ом	
КОНДЕНСАТОР	КЛС	C1-C2	0,033мк	~
	К-50-6	C3	20мк x 16В	-
		C4	50мк x 16В	-
ТРАНЗИСТОР	КТ312,КТ315А-Е	VT1-VT4	КТ315В,Б	
КАПСУЛЬ	ДЕМШ-1А	BF1	50Ом-3кОм	
ВИМИКАЧ	КМ-1	SB1,SB2		
СВІТЛОДІОД	АЛ307А-Г	HL1	АЛ307А	ЧЕРВОНІЙ

Завдання 1. Градування приладу К-1 для водних розчинів досліджуваної речовини.

Градування приладу проводять шляхом розчинення у дистильованій воді певної кількості відомого концентрованого розчину даної речовини.

1. Налити в посудину з електродами дистильовану воду до мітки і визначити її електропровідність σ_0 .
2. Налити в другу посудину 500 мл дистильованої води, та визначити її вагу при даній температурі, користуючись таблицею 14.1. Визначити також об'єм і вагу води в посудині з електродами.

Таблиця 14.1.

Густина води при різних температурах

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг / м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг / м}^3$
0	999.8	21	998.0
10	999.7	22	997.8
15	999.1	23	997.5
16	998.9	24	997.3
17	998.8	25	997.0
18	998.6	30	995.6
19	998.4	40	992.2
20	998.2	50	998.0
		60	983.2

3. Зважити $m_0 = 10-100$ грам досліджуваної речовини (солі або мідного купоросу) і повністю розчинити у воді. Кількість речовини, що необхідно розчинити у воді, оцінюється з умови одержання максимально можливої при даній температурі концентрації розчину (насичений розчин, табл.14.2).
4. Обчислити вагову концентрацію отриманого розчину

$$w_0 = \frac{m_0}{m_b + m_0},$$

де m_0 і m_b відповідно маси розчиненої речовини і води.

5. Відлити в мірну пробірку певний об'єм V_1 концентрованого розчину і зважити його (попередньо визначивши вагу пустої пробірки).
6. Вилити з пробірки знайдену масу m_1 концентрованого розчину в досліджувану посудину приладу К-1 (з дистильованою водою).
7. Перемішати розчин, довести його значення до мітки на посудині, відсмоктавши розчин гумовою грушею, і виміряти значення струму I_1 для першого значення концентрації w_1 . Після цього вилучений розчин знову повернути в посудину. Вагову концентрацію досліджуваного розчину знайти за формулою

$$w_1 = \frac{m_1 w_0}{m_1 + m_b}, \text{ де } m_b \text{ – маса води в цій посудині.}$$

8. Знаючи об'єм V_1 , обчислити молярну концентрацію C_1 (молярність) розчину

$$C_1 = \frac{v_o}{V} = \frac{m_{o1}}{\mu_o(V_b + V_1)} = w_o \frac{m_1}{\mu_o(V_b + V_1)},$$

де v_o і μ_o – кількість речовини і молярна маса досліджуваної компоненти (маса якої m_{o1}), що розчинена в даному об'ємі V розчину; V_b – об'єм дистильованої води.

9. Перше значення мольної концентрації дорівнює:

$$n_v^{(1)} = \frac{v_{o1}}{V} = \frac{m_{o1}}{\mu_o(v_b + v_{o1})} = \frac{w_o m_1}{\mu_o \left(\frac{m_b}{\mu_b} + \frac{w_o m_1}{\mu_o} \right)}.$$

10. Для коефіцієнта розчинності одержимо $S_1 = \frac{m_{o1}}{m_b} = w_o \frac{m_1}{m_b}$.

11. Знову відлити в мірну пробірку об'єм V_2 концентрованого розчину, повторивши пункти 4, 5 і 6.

12. Виміряти значення електропровідності не менше, як для п'яти концентрацій розчину, виконуючи пункти 4-6. Чисельні значення для k -вої концентрації обчислюють за формулами:

а) вагову концентрацію $w_k = w_o \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{m_b + \sum_{i=1}^k m_i},$

б) молярну концентрацію (молярність) $C_k = w_o \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{\mu_o(V_b + \sum_{i=1}^k V_i)}$

в) мольну концентрацію $n_v^{(k)} = w_o \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{\left(\frac{\mu_o}{\mu_b} m_b + w_o \sum_{i=1}^k m_i \right)}$

г) коефіцієнт розчинності $S_k = w_o \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{m_b}.$

13. Сумуються попередньо виміряні маси і об'єми концентрованого розчину, що доливаються в досліджуваний.

14. Побудувати графіки одержаних залежностей:

$$\sigma = f_1(w); \quad \sigma = f_2(C); \quad \sigma = f_3(n_v); \quad \sigma = f_4(S).$$

15. Порівняти графік $f(C)$ в області малих концентрацій з теоретичною залежністю (14.1).

Завдання 2. Визначити концентрацію невідомого розчину та температурну залежність його електропровідності.

1. Залити розчин невідомої концентрації в досліджувану посудину до мітки.
2. Натиснути кнопки "сеть" і "контроль", виміряти величину сили струму через розчин.
3. По формулі (14.6) обчислити значення електропровідності σ і по градувальних кривих, одержаними в попередньому завданні, знайти концентрації.
4. Повільно підігрівати розчин, періодично вимірюючи значення температури ($t, ^\circ\text{C}$) і силу струму.
5. Побудувати графік залежності $\sigma_n = f(t)$.
6. Знайти температурний коефіцієнт електропровідності, визначити температурну поправку і значення електропровідності σ_0 при 0°C . При лінійній залежності зміна електропровідності при зміні температури на Δt дорівнює $\Delta\sigma = k_t \cdot \Delta t$, де k_t – коефіцієнт нахилу прямої $\sigma = f(t) = k_t t + \sigma_0$. Таким чином, температурна поправка до значення електропровідності $\Delta\sigma_t = -k_t \Delta t$, k_t – температурний коефіцієнт електропровідності, що чисельно дорівнює зміні електропровідності розчину при зміні його температури на 1°C , σ_0 – значення електропровідності при $t = 0^\circ\text{C}$.
7. Визначити похибки одержаних результатів, зробити висновки.

Таблиця 14.2.

Число грамів речовини в 100 грамах води насиченого розчину.

РЕЧОВИНА		ТЕМПЕРАТУРА, $^\circ\text{C}$								
	Т.Ф.	0	10	20	30	40	50	60	70	80
As ₂ SO ₄		0,57	0,69	0,79	0,88	0,98	1,08	1,15	1,23	1,30
AlCl ₃	6H ₂ O	43,8	44,9	45,9	46,6	47,3	-	48,1	-	48,6
Al ₂ (SO ₄) ₃	18H ₂ O	31,2	33,5	36,2	40,4	45,7	52,2	59,2	66,2	73,1
BaSO ₄	-	-	-	$2 \cdot 10^{-2}$	-	-	-	-	$2 \cdot 10^{-3}$	-
CaSO ₄	2H ₂ O	0,176	0,193	-	0,210	0,210	-	0,205	0,197	-
CuSO ₄	5H ₂ O	14,3	17,4	20,7	25,0	28,5	33,3	40,0	47,1	55,0
FeSO ₄	7H ₂ O	15,65	20,5	32,9	40,2	48,6	-	-	-	-
HCl	-	82,3	-	-	67,3	63,3	59,6	56,1	-	-
KCl	-	27,6	31,0	34,0	37,0	40,0	42,6	45,5	48,1	51,1
KMnO ₄	-	2,83	4,40	6,40	9,00	12,8	-	18,5	-	24,8
NaCl	-	35,7	35,8	36,0	36,3	36,6	37,0	37,3	37,8	39,0

Т.Ф. - кількість кристалізаційної води в твердій фазі, що знаходиться в рівновазі з насиченим розчином.
 Для знаходження вагових процентів табличні значення Р перераховуються по формулі: $P(\%) = 100 \cdot P / (100 + P)$.

VI. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. В яких одиницях зручніше називати маси атомів і молекул? Дайте визначення атомної одиниці маси.
2. Що називають молярною масою речовини? В яких одиницях вимірюють кількість речовини?
3. Як перевести відносну молекулярну масу в молярну масу даної речовини? Скільки молів речовини міститься в 100 грамах чистої простої води? ... в 100 грамах важкої води?
4. Що є носіями струму в рідині? Що називають електричним струмом?
5. Від чого залежить сила струму? Чому багато молекул при розчиненні у воді дисоціюють?
6. Які розчини називають ідеальними?
7. Поясніть, чому при розчиненні одних речовин розчин може нагрітися, а при розчиненні інших – може охолонути?
8. Поясніть причину виникнення осмотичного тиску. Сформулюйте закон Вант-Гоффа та наведіть приклади його дії.
9. Як співвідносяться тиски насичених парів розчинника і розчиненої речовини над розчином?
10. Від чого залежить концентрація розчинених газів у рідині?
11. Якими характеристиками можна виразити кількісний склад розчинів?
12. Яку розмірність має коефіцієнт розчинності?
13. Яка буде вагова концентрація (мольна концентрація, молярність) розчину, якщо 30 грам KCl розчинити у 150 грамах води?

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЛІНІЙНОГО РОЗШИРЕННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ

I. МЕТА РОБОТИ: *освоєння методів визначення коефіцієнта лінійного розширення твердих тіл (латуні і заліза).*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *латунний і залізний стержні, циліндричний нагрівний елемент, термометр (термопара), вимірний мікрометр, масштабна лінійка.*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

- 1. Лінійне і об'ємне розширення твердих тіл.*
- 2. Міжмолекулярні сили взаємодії.*
- 3. Характеристики теплового руху молекул речовини у різних агрегатних станах.*
- 4. Взаємозв'язок між коефіцієнтами теплового розширення і атомною теплоємністю твердого тіла.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Відомо, що при нагріванні тверді тіла збільшуються, тобто має місце теплове розширення. Розглянемо причини, що приводять до цього.

Очевидно, що об'єм кристалу росте із збільшенням середньої віддалі між атомами. Значить, підвищення температури приводить до збільшення міжатомної віддалі. Чим обумовлено це збільшення ?

Підвищення температури кристала означає збільшення енергії теплового руху, тобто теплових коливань атомів у решітці, а отже, і зростання амплітуди цих коливань.

Сам факт розширення тіла при нагріванні ще не впливає з факту збільшення амплітуди коливань. Коли б коливання атомів були строго гармонічні, то кожен атом настільки наближався би до одного із своїх сусідів, наскільки віддалявся би від другого, і збільшення амплітуди його коливання не привело б до зміни середньої міжатомної відстані, а значить, і теплового розширення.

У дійсності атоми у кристалічній ґратці здійснюють ангармонічні (не гармонічні) коливання. Це обумовлено характером залежності сил взаємодії від віддалі між атомами. Ця залежність така, що при зростанні "амплітуди" коливань атомів, внаслідок нагрівання кристалу, ріст сил відштовхування між атомами перевищує ріст сил притягання: атому "легше" віддалитись від сусіда, ніж наблизитись до іншого. Взаємодія між частинками будь-якого виду у кристалі може бути представлена у виді потенціальної кривої (рис.15.1).

Вона несиметрична відносно мінімуму. Тому лише малі коливання біля положення рівноваги будуть мати гармонічний характер. З ростом амплітуди проявляється ангармонічність, тобто відхилення атома в одну сторону не рівне відхиленню в іншу. Це, як видно з рисунку, приводить до збільшення середньої віддалі i , отже, до збільшення об'єму кристалу.

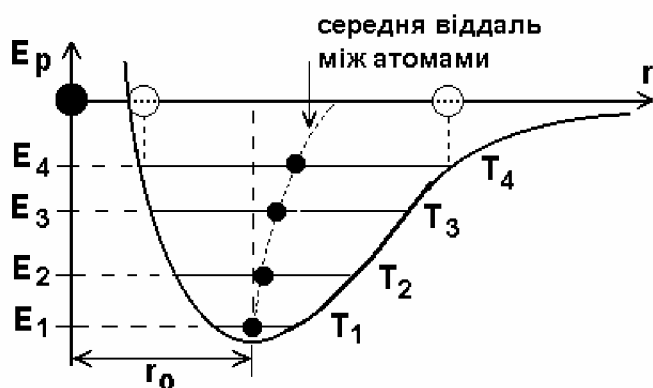


Рис.15.1.

Схематичне зображення кривої потенціальної енергії взаємодії двох атомів та положення енергетичних рівнів коливання при різних температурах.

Кількісно теплове розширення характеризується коефіцієнтами лінійного і об'ємного розширення, які визначаються наступним чином. Нехай тіло довжиною l_0 при зміні температури на Δt градусів змінює свою довжину на Δl , тоді коефіцієнт розширення визначається із співвідношення:

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta l}{l_0(t_2 - t_1)}. \quad (15.1)$$

Аналогічно ізобаричний коефіцієнт об'ємного розширення визначається формулою:

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta t}. \quad (15.2)$$

α дорівнює відносній зміні довжини при зміні температури на один градус. Із формул (15.1) і (15.2) слідує, що довжина l_t і об'єм V_t при деякій температурі, що відрізняється від початкової на Δt градусів, виражається формулами:

$$l_t = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad \text{і} \quad V_t = V_0(1 + \beta \Delta t), \quad (15.3)$$

де l_0 і V_0 - довжина і об'єм при цій початковій температурі.

Внаслідок анізотропії кристалів коефіцієнт лінійного розширення α може бути різним у різних кристалографічних напрямках. α і β практично лишаються незмінними, якщо інтервали температур, в яких вони досліджуються, малі, а самі температури великі. Взагалі ж коефіцієнти теплового розширення залежать від температури, причому таким же чином, як теплоємність, тобто при низьких температурах α і β зменшуються з пониженням T пропорційно кубу температури. Це тому, що як і теплове розширення, теплоємність пов'язана з коливаннями

гратки: теплоємність визначає кількість теплоти, необхідної для збільшення середньої енергії теплових коливань атомів, що залежать від амплітуди коливань. Формула, що зв'язує коефіцієнт лінійного розширення і теплоємність, вперше була запропонована для металів Грюнайzenом і має вид

$$\alpha = \frac{\gamma \chi \rho}{3} c_v, \quad (15.4)$$

де χ - коефіцієнт стисненості метала, ρ - густина, c_v - питома теплоємність, γ - постійна Грюнайzenа, яка коливається для різних металів в межах від 1,5 до 2,5.

Так як коефіцієнт теплового розширення твердих тіл дуже малий, для його визначення необхідно з великою точністю вимірювати малі видовження Δl тіла при нагріванні на Δt градусів.

V. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Зробити вимірювання довжини стержня і визначити її середнє значення з врахуванням похибки вимірювання.
2. Виміряти початкову температуру стержня.
3. Змонтувати установку, закріпивши на штативі опорний мікрометр; відмітити і записати його початкові покази.
4. Ввімкнути нагрівний елемент: відмічати зміну довжини стержня мікрометром через кожні 8 - 10 градусів.
5. Скласти таблицю і побудувати графік залежності $l_t(t')$.
6. Визначити середнє значення α і похибку вимірювань у досліджуваному інтервалі температур, зробити висновки про залежність величини α від температури.

VI. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називається лінійним (об'ємним) коефіцієнтом розширення ?
2. Як зв'язані між собою коефіцієнти α і β для анізотропного твердого тіла ?
3. Як залежать коефіцієнти теплового розширення від температури ?
4. Який взаємозв'язок між коефіцієнтом теплового розширення і атомною теплоємністю для даного твердого тіла ?
5. Чим пояснюється збільшення розмірів твердих тіл при нагріванні ?
6. Що трапиться з коефіцієнтом лінійного розширення твердого тіла (сегнетоелектрика) в області фазового переходу другого роду ?
7. Чи буде залежати значення α від чистоти речовини ?
8. Як залежить температура плавлення від чистоти речовини ?
9. Яка точка фазової діаграми називається потрійною точкою ?

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОЄМНОСТІ МЕТАЛІВ

I. МЕТА РОБОТИ: вивчити принцип вимірювання теплоємності на серійній установці ІТ-С-400 і визначити температурну залежність теплоємності твердого тіла в діапазоні температур 290-650 К.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: заводська установка ІТ-С-400, експериментальний зразок спеціальної форми (циліндр), штангенциркуль або терези.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання роботи.

1. Теплоємність газів і твердих тіл з класичної точки зору.
2. Поняття про фонони.
3. Температурна залежність теплоємності розріджених газів і твердих тіл, її пояснення з точки зору квантової механіки.
4. Теплоємність газів при сталому об'ємі.

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Атоми твердих тіл здійснюють теплові коливання навколо положень рівноваги. Внаслідок їх сильної взаємодії між собою характер цих коливань виявляється дуже складним і точний його опис складає великі труднощі. Тому застосовують наближені методи з різного роду спрощеннями в розв'язуванні цієї задачі.

Замість того, щоб описувати індивідуальні коливання частинок, розглядають їх колективний рух в кристалі, як в просторово впорядкованій системі. Таке спрощення ґрунтується на тому, що внаслідок дії могутніх сил зв'язку коливання, що виникло у однієї частинки, одразу передається сусіднім частинкам і в кристалі збуджується колективний рух у формі пружної хвилі, що охоплює всі частинки кристалу. Такий колективний рух називається нормальним коливанням ґратки. Максимальне число нормальних коливань, що можуть виникнути в ґратці, дорівнює числу ступенів вільності частинок кристалу, тобто $3N$ (N - число частинок, що утворюють кристал).

В класичній механіці розглядаються саме індивідуальні коливання N окремих незв'язаних частинок кристалу. Енергія коливного руху складається з кінетичної енергії руху і потенціальної енергії взаємодії з сусіднім атомом, на кожному з яких, згідно теореми про рівнорозподіл енергії статистичної системи, приходиться, в середньому, по $kT/2$ енергії на кожен ступінь вільності. Таким чином, в твердому тілі класична частинка, що коливається, має середню енергію $3kT$. Все тіло з N частинок при температурі T має енергію $E_{\text{кр}} = 3NkT$.

Теплоємність C_v твердого тіла при постійному об'ємі виражає зміну теплової енергії при зміні температури тіла на 1 К і знаходиться диференціюванням $E_{гр}$ по T :

$$C_v = \frac{dE_{гр}}{dT} = 3Nk. \quad (16.1)$$

Для одного моля одноатомної речовини $N = N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ (постійна Авогадро), $N_A k = R \approx 8,31$ Дж/(моль·К) – молярна газова постійна. Тоді

$$C_v = 3R \approx 25 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}). \quad (16.2)$$

Співвідношення (16.2) виражає закон Дюлонга і Пті, встановлений ними ще в 1819 році. Згідно нього теплоємність твердих тіл не залежить від температури. Це підтверджується на досліді для високих температур і не відповідає дійсності для низьких.

Поведінку теплоємності твердих тіл при низьких температурах описує квантова механіка. Теплова енергія твердого тіла $E_{гр}$ складається з енергії нормальних коливань ґратки. Кожне нормальне коливання несе з собою енергію і імпульс. В теорії коливань доводиться, що енергія нормального коливання ґратки дорівнює енергії осцилятора (коливної частинки), який має масу, що дорівнює масі атомів даного тіла і коливається з частотою, яка рівна частоті нормального коливання. Такі осцилятори називаються нормальними. Мінімальна порція енергії, яку може поглинути або випустити ґратка при теплових коливаннях, відповідає переходу нормального коливання, що збуджується, з даного енергетичного рівня на найближчий сусідній рівень і рівна $\epsilon_{\phi} = h\nu$. Цю порцію, або квант енергії, теплових коливань ґратки називають фононом (по аналогії з квантом світла - фотоном).

Не всі можливі нормальні коливання (пружні хвилі) в ланцюгу атомів збуджуються при низьких температурах і, навпаки, існує температура θ , при якій частота пружної хвилі в ланцюгу збуджених атомів ґратки твердого тіла (тобто частота нормального коливання) максимальна ν_D . Довжина хвилі при цьому дорівнює подвоєному періоду ґратки (рис.16.1). Звісно, що при такій температурі збудженими є і всі інші, менш енергетичні, нормальні коливання. Ця температура називається температурою Дебая і вона розмежовує області низьких і високих температур. Можна намалювати наступну фізичну картину характеру зміни температурної залежності енергії і теплоємності твердого тіла при підвищенні його температури.

В області низьких температур ($T \ll \theta$) енергія тіла із збільшенням температури підвищується, по-перше, внаслідок росту ступеня збудження кожного нормального коливання, тобто росту їх середньої енергії $E_{н.к.}$, пропорційній T (зростає кількість фононів n даної енергії, або даного нормального коливання $E_{н.к.} = nh\nu_{н.к.}$); по-друге, внаслідок включення в роботу все нових і нових нормальних коливань, що викликає підвищення енергії тіла пропорційно T^3 . Енергія ґратки в цілому зростає пропорційно T^4 , а теплоємність - пропорційно T^3 (закон Дебая).

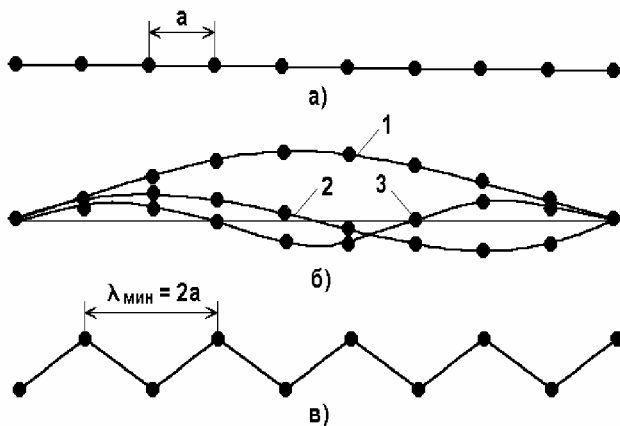


Рис. 16.1. Одномірна модель твердого тіла – лінійний ланцюг атомів (або струна): 1, 2, 3 - схематичне зображення деяких нормальних коливань в кристалі; в) нормальне коливання з мінімальною довжиною хвилі (максимальною частотою).

По мірі наближення до температури Дебая другий механізм поступово з роботи виключається і залежність $E_{гр}$ від T послаблюється, що викликає відхилення від закону Дебая. При температурі Дебая і вище збуджується вже весь спектр нормальних коливань ґратки, тому другий механізм росту енергії з підвищенням температури виключається повністю; працює лише перший механізм, викликаючи ріст енергії, пропорційний T , і незалежність від T теплоємності тіла C_v (закон Дюлонга і Пті).

Між областями низьких і високих температур лежить досить широка область середніх температур. Ця область найбільш складна для розрахунків. Строга теорія Дебая-Ейнштейна дає для залежності енергії ґратки $E_{гр}$ від T наступний вираз:

$$E_{гр.} = \frac{9N}{v_D^3} \int_0^{v_D} hv^3 (e^{kT} - 1)^{-1} dv. \quad (16.3)$$

Розглянута теорія стосувалася лише коливань атомів (іонів) в вузлах ґратки, без врахування вільних електронів (по суті - діелектриків). Однак, теплоємність металів також дуже добре описується залежністю (16.3). Це пояснюється тим, що одержують додаткову енергію з підвищенням температури не всі вільні електрони, а лише ті, що знаходяться на самих верхніх енергетичних рівнях безпосередньо біля так званого рівня Фермі E_F , бо енергія вільних електронів у твердому тілі також квантується (тобто може змінюватися не неперервно, а лише певними порціями). У зв'язку з цим, на відміну від енергії одного моля класичного електронного газу, як ідеального газу, $E_e^{(кл)} = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT$, (отже $C_e^{(кл)} = 3R / 2 \approx 12,5$ Дж/моль·К), квантова статистика дає вираз

$$C_e \approx \pi^2 R \frac{kT}{2E_F}, \quad (16.4)$$

де E_F - енергія рівня Фермі. Для металів E_F знаходиться в межах від 3 до 8 електрон-вольт ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж). Для $T \approx 300 \text{ K}$ величина $kT \approx 4 \cdot 10^{-21}$ Дж ($\approx 0,026 \text{ eV}$). Отже по формулі (16.4) отримуємо $C_e \approx 0,3 \div 0,1$ Дж/(моль·К), що становить менше одного процента від теплоємності ґратки при $T = 300 \text{ K}$. Однак, зменшуючись лінійно з

пониженням температури, C_e при дуже низьких температурах ($T < 10 \text{ K}$) може стати більшою за $C_{гр}$, яка зменшується пропорційно T^3 .

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ

В основу роботи установки покладено порівняльний метод динамічного С-калориметра з тепломіром і адіабатичною оболонкою, теоретичне обґрунтування якого приведено в книзі Платунов Е.С. "Теплофизические измерения в динамическом режиме".

Фізична основа методу вимірювання полягає в наступному (рис.16.2).

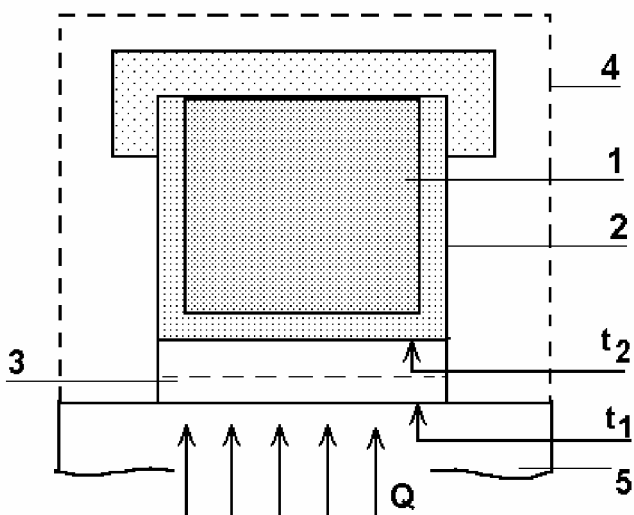


Рис. 16.2

Дослідний зразок 1 розташовується в металічній ампулі 2 і рівномірно нагрівається разом з нею за рахунок теплового потоку, який неперервно поступає до ампули через тепломір 3. Тепловий зв'язок ампули 2 і зразка 1 з зовнішнім середовищем допускається тільки через тепломір 3 оскільки відкриті поверхні ампули відділені від зовнішнього середовища адіабатичною оболонкою 4.

Тепловий потік Q_T (кількість тепла, що проходить через площадку S за одну секунду) через тепломір іде на розігрів зразка і ампули:

$$Q_T = Q_o + Q_a, \quad (16.5)$$

де Q_o - потік, що іде на розігрів зразка (Вт),
 Q_a - потік, що іде на розігрів ампули (Вт).

Тепловий потік

$$Q_o = \frac{Q}{\Delta t} = C_o m_o \frac{\Delta T}{\Delta t} = C_o m_o b, \quad (16.6)$$

де C_o - питома теплоємність зразка (Дж/кг·К)

m_o - маса зразка (кг), b - швидкість нагріву.

Аналогічно, $Q_a = c_a m_a b = C_a b$, де $C_a = c_a m_a$ - теплоємність ампули (Дж/К), яка є відомою величиною для даного приладу. Величину Q_T можна обчислити, знаючи перепад температури на тепломірі ΔT_T і його теплову провідність K_T , яка визначається з незалежних градувальних експериментів:

$$Q_T = K_T \cdot \Delta T_T. \quad (16.7)$$

Тоді, $K_T \cdot \Delta T_T = C_o m_o b + C_a b$, звідки питома теплоємність зразка

$$C_o = \frac{1}{m_o} \left(\frac{K_T \Delta T_T}{b} - C_a \right). \quad (16.8)$$

При малих перепадах температури на тепломірі:

$$\Delta T_T = \frac{dT}{dt} \tau = b \tau,$$

де τ - час запізнення температури на тепломірі. З врахуванням цього формула (16.8) приймає вид:

$$C_o = \frac{K_T}{m_o} \left(\tau - \frac{C_a}{K_T} \right). \quad (16.9)$$

Величина $\frac{C_a}{K_T} = \tau_a$ - є час запізнення температури на тепломірі з пустою ампулою, він є постійною приладу і визначається при градуванні вимірвача на заводі-виготовнику. Вираз

$$C_o = \frac{K_T}{m_o} (\tau - \tau_a). \quad (16.10)$$

є робочою формулою для теплоємності. Значення K_T і τ_a приведені в табл.16.1.

Для вимірювання теплоємності дослідний зразок розташовують в ампулі, яка закрита кришкою. Ядро вимірної комірки плавно нагрівається електричним нагрівником. Температура на тепломірі і в ампулі фіксується з допомогою хромель-алюмелевої термопари і мілівольтметра ФІ36. В експерименті в процесі неперервного нагріву на різних рівнях температури (через 25 К) мілівольтметром і секундоміром вимірюється часове запізнення температури ампули до температури основи. Під час розігріву з допомогою нагрівника, який розташований в запобіжному ковпаку, підтримуються адіабатичні умови (нульова різниця температури) між ампулою і запобіжним ковпаком.

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Виміряти масу зразка з точністю $\pm 0,001$ грам, записати одержаний результат в таблицю 16.1.
2. Встановити перемикач “сеть” і “нагрев” в положення “выключено” (відповідні кнопки повинні бути відпущені).
3. Підняти верхню половину корпуса вимірної комірки і зафіксувати її поворотом на 90° .
4. В ампулу встановити досліджуваний зразок і закрити її кришкою. Опустити верхню частину вимірної комірки.
5. Підключити блок живлення та регулювання і мілівольтметр до мережі напруги 220 В, 50 Гц.

6. При роботі в області вище 300 К встановити початкову напругу на нагрівнику (**40 В ± 2 В**). Для цього необхідно відтягнути ручку регулятора напруги на себе для розімкнення зубчатого приводу і повернути її проти годинникової стрілки до упору, а потім, повертаючи по годинниковій стрілці, добитися показу 40 В на вольтметрі регулятора.
7. Встановити перемикач “измерения” в положення t_1 , а перемикач “температура” в положення 25 °С. Ввімкнути кнопкою “нагрев” основний нагрівник.
8. При досягненні заданої температури, про що свідчить проходження стрілки мілівольтметра через нульову відмітку, ввімкнути секундомір і одночасно перевести перемикач “измерения” в положення t_2 . Вимкнути секундомір при проходженні стрілки мілівольтметра через нульове положення. Записати одержане значення τ в табл.1.
9. Повернути перемикач “измерения” в положення t_1 , а перемикач “температура” в наступне задане значення температури, при якій буде вимірюватись теплоємність зразка.
10. Вимкнути кнопку “нагрев” основного нагрівника при досягненні верхнього рівня температури.
11. Встановити перемикач вимірювання в положення “Уст.0.”. Вимкнути установку з мережі напруги.
12. Провести охолодження вимірної комірки до кімнатної температури.
13. Зробити розрахунок теплоємності по формулі (16.10). Записати результат в таблицю 16.1.
14. Зробити оцінку похибок вимірювань. Побудувати графік залежності C_o від T .
15. Зробити висновки по роботі.

Таблиця.16.1.

Таблиця реєстрації результатів експерименту

$t, ^\circ\text{C}$	$K_T, \text{Вт/К}$	$\tau_\alpha, \text{с}$	$\tau, \text{с}$	$c_1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
25	0,3207	14,1		
50	0,3318	14,1		
75	1,3332	14,1		
100	0,3425	14,0		
125	0,3529	13,9		
150	0,3547	13,7		
175	0,3619	13,5		
200	0,3651	13,2		
225	0,3691	12,8		
250	0,3723	12,6		
275	0,3755	12,4		
300	0,3770	12,2		
325	0,3786	12,0		
350	0,3795	11,7		
375	0,3814	11,5		
400	0,3877	11,5		

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Сформулюйте закон Дюлонга і P_t для теплоємності твердих тіл.
2. У чому полягає відмінність молярної теплоємності газів і твердих тіл з класичної точки зору ?
3. Що таке фонони і чим вони відрізняються від фотонів ?
4. Намалюйте схематично температурну залежність теплоємності розріджених газів, як її пояснює квантова механіка ?
5. Намалюйте схематично температурну залежність теплоємності твердих тіл в широкому температурному інтервалі (від 0 K і вище), як її пояснює квантова механіка ?
6. У чому суть теорії теплоємності Дебая та її відмінності від теорії теплоємності Ейнштейна ?
7. У чому полягає фізичний зміст поняття теплоємності ? Яка розмірність цієї фізичної величини ?
8. Яке співвідношення зв'язує питому і молярну теплоємність ?
9. У чому полягає фізичний зміст температури Дебая ?
10. Який характер залежності теплоємності твердих тіл в області низьких температур від температури згідно експериментальних даних ?
11. До якого значення прямує молярна теплоємність атомних кристалів з підвищенням температури згідно теорії Ейнштейна-Дебая ?
12. З яких основних частин (елементів) складається вимірювальна комірка експериментальної установки ?
13. При виконанні лабораторної роботи фіксується "час запізнення". Поясніть, чому виникає "час запізнення" і як він пов'язаний з значенням теплоємності тіла ?

ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ТЕПЛОТИ ПАРОУТВОРЕННЯ РІДКОГО АЗОТУ

I. МЕТА РОБОТИ: *вивчити методи визначення теплоти пароутворення рідин та визначити питому теплоту пароутворення рідкого азоту.*

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: *посудина Дьюара, рідкий азот, технічні терези, важки, секундомір, джерело електричного струму, ватметр, з'єднувальні провідники, електричний нагрівач (електрична спіраль, опору).*

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

- 1. Випаровування та кипіння.*
- 2. Насичена пара, залежність тиску насиченої пари від температури.*
- 3. Потужність електричного струму.*
- 4. Діаграма стану однокомпонентної системи.*

IV. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Загалом процес випаровування полягає в тому, що молекули виходять з об'єму, який зайнятий речовиною у рідкому або твердому стані, і переходять у газоподібний стан. Але молекула може вийти назовні лише тоді, коли вона подолає сили зчеплення. Отже, назовні можуть виходити лише ті молекули, які мають кінетичну енергію, більшу за сили притягання між молекулами, тобто речовину покидатимуть найбільш "гарячі" молекули. Тоді середня кінетична енергія тих молекул, що лишаються в рідині, зменшується. Отже, під час випаровування температура рідини знижується, бо температура є мірою середньої кінетичної енергії молекул. Щоб випаровування відбулось при сталій температурі, до рідини необхідно підводити тепло.

Коли рідину у відкритій посудині нагрівати, то її температура буде підвищуватись, а інтенсивність випаровування зростатиме. Це означає, що теплота, яка витрачається на нагрівання рідини, частково йде на сховану теплоту випаровування, а частково на підвищення температури рідини. При певній температурі рідина випаровується не лише з поверхні, а з усього об'єму, тобто утворюються бульбашки пари. Наявність бульбашки - це не що інше, як утворення поверхні розділу між двома фазами: рідкою і газоподібною. Отож границя бульбашки відіграє таку ж роль, як границя між вільною поверхнею рідини і оточуючою парою. А звідси випливає, що процес внутрішнього випаровування (випаровування з внутрішньої поверхні бульбашки) є таким самим.

Кількість теплоти, яку необхідно затратити, щоб перетворити в пару одиницю маси рідини, що вже знаходиться при температурі кипіння T_k (фазового переходу), називається питомою теплотою пароутворення λ . Тоді для випаровування маси m при T_k необхідно надати кількість теплоти

$$Q = \lambda m, \quad (17.1)$$

де λ – питома теплота пароутворення, m – маса випаровуваного газу.

Питома теплота пароутворення залежить від температури. При критичній температурі, як відомо, зникає різниця між рідиною і газом. Отже, при цій температурі питома теплота випаровування дорівнює нулю. З цього випливає, що з підвищенням температури кипіння (що досягається підвищенням зовнішнього тиску) питома теплота пароутворення зменшується, так як і її внутрішня енергія. Графік залежності питомої теплоти випаровування λ від температури t показано на рис.17.1.

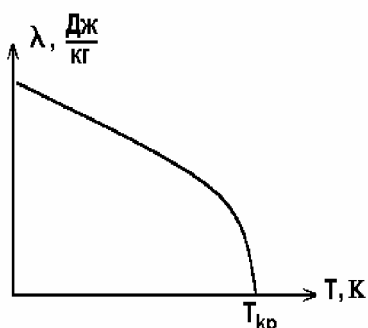


Рис. 17.1

Кипіння також можна назвати пароутворенням. Кипіння полягає в утворенні бульбашок, які наповнені насиченою парою, тобто парою, яка перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною (пара, густина якої менша від густини насиченої пари, називається ненасиченою). Коли тиск насиченої пари в бульбашці буде меншим від зовнішнього тиску, то вона не досягне поверхні рідини, а буде “роздушена”, бо пара сконденсується, потрапляючи в більш холодні верхні шари рідини (температура пари бульбашки понижується, тиск насиченої пари в ній зменшується). Бульбашка може існувати тоді, коли тиск насиченої пари в ній дорівнює зовнішньому тиску ($P_{зов} = P_a + P_h$, де P_a - атмосферний тиск, P_h – гідростатичний тиск на глибині h) на всьому шляху бульбашки до поверхні рідини. Лише за такої умови можливе кипіння рідини.

V. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ І ОПИС ПРИЛАДІВ.

Схематичне зображення експериментальної установки наведено на рис. 17.2. Кількість теплоти Q , що витрачена на випаровування маси m рідкого азоту, який міститься в посудині Дюара і перебуває в термодинамічній рівновазі з своєю насиченою парою при температурі 77 К і атмосферному тиску, можна визначити, знаючи потужність P_h передачі тепла азоту деяким нагрівачем за час t :

$$Q_h = P_h t. \quad (17.2)$$

Тоді, прирівнюючи формули (17.1) і (17.2), одержуємо для питомої теплоти пароутворення співвідношення

$$\lambda = \frac{P_h t}{m}. \quad (17.3)$$

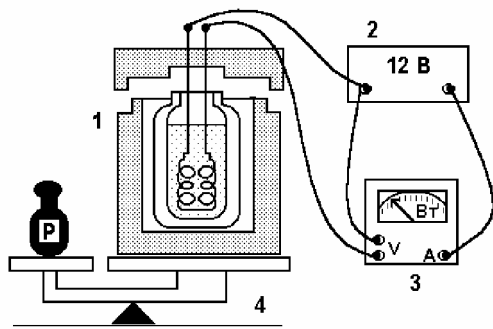


Рис. 17.2. Схематичне зображення експериментальної установки:
 1 - посудина Дьюара з азотом,
 2 - джерело струму,
 3 - ватметр, 4 - терези.

У лабораторному досліді рідкому азоту теплота передається електричним нагрівачем, який має бути повністю зануреним в рідину. Його потужність вимірюється ватметром. При цьому вважається, що втрати потужності $P_{\text{п}}$ в підвідних провідниках значно менші за потужність самого нагрівника $P_{\text{н}}$ і їх можна не враховувати ($P_{\text{п}} \ll P_{\text{н}}$). Разом з тим, випаровування азоту може відбуватись внаслідок надходження деякого зовнішнього тепла Q_0 через недостатню теплоізоляцію посудини. У цьому

випадку сумарна кількість теплоти Q , що передана азоту за час t , дорівнює

$$Q = Q_0 + Q_{\text{н}} = Q_0 + P_{\text{н}}t = \lambda m_0 + P_{\text{н}}t, \quad (17.4)$$

де m_0 - маса азоту, що випарувалась за той же час t при невимкненому нагрівачеві. Прирівнюючи (17.4) і (17.1), одержуємо робочу формулу:

$$\lambda = \frac{P_{\text{н}}t}{m - m_0}. \quad (17.5)$$

VI. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Занурити нагрівник повністю у рідкий азот і покласти посудину Дьюара на аналітичні терези; визначити масу посудини з азотом і нагрівником.
2. Відмітити початок відліку часу і через $t_0 = 30-60$ хвилин визначити, яка маса азоту m_0 випарувалася.
3. За допомогою важків знову врівноважити посудину Дьюара разом з нагрівником, ввімкнути ватметр і перевірити установку його "нульового" показу.
4. Зняти важок певної маси і ввімкнути нагрівник і секундомір.
5. Коли терези знову врівноважаться, вимкнути нагрівник і секундомір та відмітити час t_1 , за який випарувалась маса m_1 азоту, рівна масі знятого тягарця.
6. Пункти 3-5 повторити декілька разів для різних мас m_i важків.
7. Результати занести в таблицю 17.1 і за формулою (17.5) обчислити питому теплоту пароутворення рідкого азоту.

Увага! Маса m_{oi} визначається за той же час, за який визначалася маса m_i , тобто при підстановці в формулу (17.5) значення маси

$$m_0 \text{ пункту 2 приводиться в відповідність до часу } t_i: \quad m_{oi} = \frac{t_i}{t_0} m_0.$$

8. За формулою (17.6) оцінити похибку вимірювання кожного експериментального значення λ_i , визначивши попередньо:
- потужність нагрівача P ,
 - похибку ватметра ΔP (за класом точності),
 - похибку терезів (провівши контрольні зважування або за класом точності),
 - похибку визначення часу Δt ,

$$\varepsilon = \frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m + \Delta m_o}{m}\right)^2} \quad (17.6)$$

Кінцевий результат записати у вигляді: $\lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta\lambda$ [Дж/кг].

9. Порівняти отримане значення λ з табличним, зробити висновки по результатах виконаної роботи.

Таблиця 17.1.

№ п/п	P МВт	m_o г	t_o с	m_{oi} г	m_i г	t_i с	λ_i	$\bar{\lambda}$	$\Delta\lambda$	ε , %
1										
2										

VII. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Коли починається процес кипіння рідини ?
2. Чому рідина здатна поступово перетворитись в пару при температурі значно меншій за температуру кипіння ?
3. Чому рідина лишається рідиною в закритій посудині ?
4. Яке рівняння описує залежність тиску насиченої пари від температури?
5. Що називається питомою теплотою пароутворення ?
6. Поглинається чи виділяється тепло при конденсації ? Чому ?
7. Чому під час кипіння температура рідини не змінюється ?
8. Чому дорівнює тиск насиченої пари в бульбашці при кипінні рідини ?
9. Чому вода “шумить” перед кипінням ?
10. Що таке критична температура ?

ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ C_p/C_v АКУСТИЧНИМ МЕТОДОМ

I. МЕТА РОБОТИ: визначення коефіцієнта Пуассона для повітря за швидкістю поширення звуку в газі.

II. НЕОБХІДНІ ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ: звуковий генератор ГЗ-36, електричний осцилограф СІ-73, частотомір 43-32, мікрофон, телефон, телескопічна (розсувна) трубка.

III. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, знання яких необхідне для виконання лабораторної роботи.

5. Фізичні характеристики звуку.
6. Швидкість поширення звуку в газовому середовищі. Звукові коливання в замкнутих об'ємах.
7. Рівняння адіабати. Теплоємності газу за постійного тиску і за постійного об'єму, їх взаємозв'язок і методи експериментального визначення.
8. Недоліки класичної теорії теплоємності.
9. Елементи квантової теорії теплоємності.

IV. МЕТОДИКА ВИМІРЮВАНЬ І ОПИС ПРИЛАДІВ

Зв'язок макроскопічних параметрів газу P , V і T при адіабатичному процесі, тобто такому, що проходить без обміну теплом з навколишнім середовищем, описується рівнянням адіабати (рівнянням Пуассона):

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (18.1)$$

Для того, щоб визначити коефіцієнт Пуассона γ (відношення питомої теплоємності газу при постійному тиску C_p до питомої теплоємності того ж газу при сталому об'єму C_v , тобто $\gamma = C_p/C_v$), необхідно використати його зв'язок з якими-небудь іншими характеристиками газу. В даній роботі використовується його зв'язок із швидкістю поширення звуку в повітрі. Він задається наступною формулою

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\mu}{RT} v^2 \quad (18.2)$$

де μ – молекулярна вага газу, в якому поширюється звук; v – швидкість поширення звуку в цьому газі; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура газу.

Таким чином, для визначення показника адіабати γ достатньо виміряти температуру газу і швидкість поширення в ньому звуку. Визначення швидкості звуку v в повітрі проводиться акустичним способом за допомогою установки, зображеної на рис.18.1.

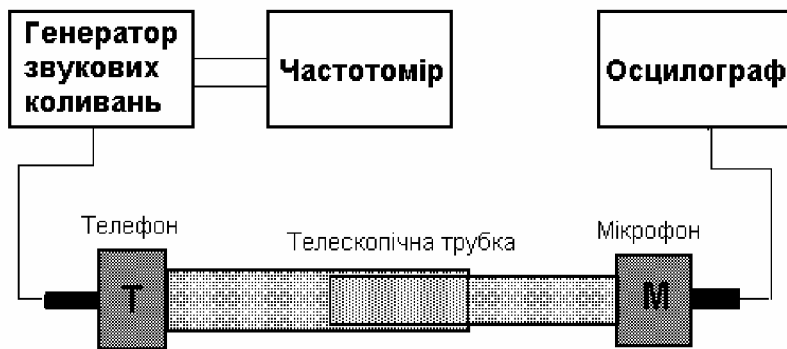


Рис. 18.1

Звукові коливання в трубі збуджуються мембраною телефона **Т**. Коливання вловлюються мікрофоном **М**. Мембрана телефону приводиться у рух змінним струмом звукової частоти. За джерело змінної е.р.с. використовується звуковий генератор ГЗ-36, а частота струму визначається за допомогою частотоміра 43-32. Сигнал, що виникає в мікрофоні, спостерігається на осцилографі СІ-73. Довжина труби може змінюватися в результаті телескопічного з'єднання двох трубок.

Звукова хвиля, яка поширюється вздовж труби, зазнає багаторазове відбивання від торців. Звукові коливання в середині труби є результатом накладання усіх відбитих хвиль і є, взагалі кажучи, дуже складними. Картина різко спрощується, якщо довжина труби стає рівною цілому числу півхвиль, тобто тоді, коли виконується умова

$$L = \frac{\lambda}{2} n \quad (18.3)$$

де λ - довжина хвилі звуку в трубі, n - кількість половин хвиль, що вкладаються в довжину труби L . Якщо умова (18.3) виконана, то хвиля, яка відбилася від протилежного торця труби і повернулася до початку труби і знову відбилася тепер вже від переднього торця труби, співпадає по фазі з хвилею, що в даний момент генерується телефоном.

Аналогічним чином співпадають по фазі і хвилі, які рухаються від заднього торця до переднього після першого, другого і всіх наступних відбивань від заднього торця. Хвилі, що співпадають по фазі, посилюють одна одну. Амплітуда звукових коливань при цьому різко зростає, тобто настає резонанс. Крім того, для випадку накладання двох однакових хвиль, що рухаються назустріч одна одній, формула (18.3) є умовою утворення стоячих хвиль, коли гребні хвилі не переміщуються у просторі, а їх амплітуда змінюється з часом по гармонічному закону.

Швидкість звуку v зв'язана з його частотою f і довжиною хвилі λ відношенням

$$v = f \cdot \lambda \quad (18.4)$$

Підбір умов, при яких виникає резонанс, можна проводити двома шляхами.

1. При незмінній частоті звукового генератора (отже і довжини звукової хвилі) можна змінювати довжину труби L . Для цього у роботі застосовується телескопічна (розсувна) труба. Довжина її поступово збільшується (труба повільно розсувається) і фіксується ряд послідовних резонансів. Виникнення резонансу легко спостерігати на осцилографі по різкому збільшенні амплітуди коливань. Для послідовних резонансів маємо:

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}; \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}; \quad \text{і так далі...} \quad L_{n+k} = (n+k) \frac{\lambda}{2}; \quad (18.5)$$

k – номер по порядку спостережуваного резонансу.

Із (18.4) і (18.5) для швидкості звуку одержуємо вираз:

$$v = f \cdot \lambda = 2f \frac{\lambda}{2} = 2f(L_{n+1} - L_n) = 2f \frac{L_{n+2} - L_n}{2} = 2f \frac{L_{n+k} - L_n}{k}. \quad (18.6)$$

Таким чином, вимірявши довжину труби L , при якій спостерігається резонанс, можна визначити швидкість звуку.

2. З формули (18.3) слідує, що умова резонансу буде періодично наставати, якщо плавно змінювати не довжину труби L , а довжину звукової хвилі λ . Тоді при сталій довжині труби необхідно вимірювати частоту звукових коливань, при яких настає резонанс. Для послідовних резонансів маємо:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{або} \quad \frac{v}{f_n} = \frac{2L}{n}$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{2L}{n+1} \quad \text{або} \quad v(n+1) = 2L \cdot f_{n+1} \quad (18.7)$$

$$\text{і так далі...} \quad \lambda_{n+k} = \frac{2L}{n+k}$$

Із формул (18.7) отримаємо:

$$v = 2L(f_{n+1} - f_n) = 2L \frac{f_{n+2} - f_n}{2} = 2L \frac{f_{n+k} - f_n}{k}. \quad (18.8)$$

V. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Ознайомитися з приладами, що використовуються при вимірюваннях, і електричною схемою їх підключення. Вивчити функціональне призначення перемикачів і засобів керування приладами на їх панелях.
2. Увімкнути в мережу осцилограф СІ-73, звуковий генератор ГЗ-36 і частотомір, дати їм прогрітися на протязі 4-5 хвилин. Після цього увімкнути тумблер “Промінь” на панелі осцилографа і повернути тумблер “яскравість”. На екрані осцилографа має бити видно світну лінію, накреслену електронним променем.
3. Тумблером “регулювання вихідної напруги” на звуковому генераторі підібрати напругу на його виході так, щоб на осцилографі спостерігати коливання достатньої амплітуди. Зупинити біжучу картину на екрані

осцилографа, змінюючи частоту розгортки. Переконайтеся в тому, що коливання мають неспотворену синусоїдальну форму. Якщо форма коливань спотворена, то зменшити амплітуду сигналу, який поступає з генератора.

4. Виходячи з приблизного значення швидкості звуку 300 м/с, розрахувати в якому діапазоні частот слід вести виміри, щоб при видовженні труби можна було спостерігати 2-3 резонанси.
5. Визначити швидкість звуку в трубі при сталій частоті. Для цього плавно змінюючи довжину труби послідовно пройти через усі доступні для спостережень точки резонансу. Повторити виміри при інших частотах (для 3-5 значень частоти). Для кожного резонансу виміряти відповідне видовження трубки. Провести виміри спочатку збільшуючи довжину трубки, а потім зменшуючи її. Отримані значення підставити у формулу (18.6) і визначити швидкість звуку.
6. Визначити температуру повітря T .
7. Підставити значення швидкості звуку у формулу (18.2) і визначити коефіцієнт Пуассона γ .
8. Визначити швидкість звуку в трубі незмінної довжини. Для цього плавно збільшуючи частоту генератора, отримати ряд послідовних резонансних значень частоти, відмічаючи момент резонансу по збільшенню амплітуди коливань на екрані осцилографа. Відповідне резонансу значення частоти визначити за допомогою частотоміра. Переконайтеся у повторюваності результатів, провівши вимірювання при зменшенні частоти.
9. Отримані результати підставити у формулу (18.7) і обчислити значення швидкості звуку.
10. Обчислити значення $\gamma = C_p/C_v$ для повітря по формулі (18.2), використовуючи значення швидкості звуку і температури повітря.
11. Всі результати вимірів і обчислень занести у відповідні таблиці.
12. Визначити абсолютну і відносну похибки експерименту.
13. Зробити короткі висновки, що впливають з отриманих результатів. Порівняти результати з табличними даними, пояснити можливі причини розходження.
14. Дати пропозиції по можливому вдосконаленню установки, проведенню експерименту.

VI. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ І САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називається теплоємністю тіла, питомою теплоємністю, молярною теплоємністю ?
2. Чому C_p більше C_v ?
3. Який фізичний зміст має універсальна газова стала R ?
4. Вкажіть формулу для теплоємності одного моля ідеального газу при сталому тиску:
а) $C = (i/2)R$; б) $C = (i+2) \cdot R/(2\mu)$; в) $C = (i+2) \cdot R/2$; г) $C = i \cdot R/(2\mu)$

5. Яке із приведених рівнянь відповідає рівнянню Пуассона:
 - а) $PV = RT$; б) $PT^{-1} = \text{const}$; в) $PV^\gamma = \text{const}$; г) $(PV)^\gamma = \text{const}$
6. Як зв'язана швидкість поширення коливань з пружністю середовища E ?
 - а) $v \sim E$; б) $v \sim E^2$; в) $v \sim E^{1/2}$; г) $E \sim 1/E$
7. Як залежить швидкість поширення звуку від його частоти ν ?
 - а) $v \sim \nu$; б) не залежить; в) $v \sim 1/\nu$; г) $v = \lambda\nu$
8. Які особливості акустичних коливань в замкнутих об'ємах?
9. Що таке ступінь вільності молекули? Скількома ступенями вільності володіють молекули одноатомних, двоатомних і багатоатомних газів?
10. Як залежать C_p і C_v від ступенів вільності молекул?
11. Чи змінюється коефіцієнт Пуассона повітря при зміні його відносної вологості?
12. Які недоліки має класична теорія теплоємності? Як вони усуваються у квантовій теорії?
13. Чому дорівнює коефіцієнт Пуассона для ідеального одноатомного газу?
14. Як залежить швидкість звуку від частоти звуку?
15. Намалюйте схематично температурну залежність теплоємності триатомного газу в широкому температурному інтервалі.
16. Умова виникнення стоячих хвиль у замкнутому об'ємі.
17. Дайте визначення поперечних і поздовжніх хвиль. Назвіть приклади.

ОСНОВНА НАВЧАЛЬНА ЛІТЕРАТУРА

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1 -М., 1989, -576с.
2. Стрелков С.П. Механика. - М.:Наука, 1975, - 560с.
3. Хайкін С. Е. Фізичні основи механіки, - Київ: Радянська школа, 1966, -744с.
4. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М:"Высшая школа", 1966, -320с.
5. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1., Механика. Молекулярная физика, 1982, -432с.
6. а) Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.2, Термодинамика и молекулярная физика. - М.:Наука, 1979, -552с.
б) Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.2, Термодинамика и молекулярная физика. - М.:Наука, 1990, -592с.
7. Матвеев А.Н. Молекулярная физика.-М.:Высш.шк., 1987, -360с.
8. а) Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976.-480с.
б) Кікоїн І.К., Кікоїн А.К. Молекулярна фізика. -К.:Радянська школа, 1968,-477с.
9. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. К. Вища школа, 1987, - с.432.
10. Сборник задач по общему курсу физики. Механика. /Стрелков С.П., Сивухин Д.В. и др.: под общ. ред.Яковлева И.А.-М.:Наука,1977.
11. Сборник задач по общему курсу физики. Термодинамика и молекулярная физика. /Гинзбург В.Л., Левин Л.М., Сивухин Д.В. и др.: под общ. ред. Д.В.Сивухина.-М.:Наука,1976.-208с.
12. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. М.:Наука, 1988, -416с.
13. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под. ред. В.И.Ивероновой.-М.:Наука, 1967.-352с.
14. Булкин П.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика: Учеб. пособие. -М.:Изд-во МГУ, 1988.-215с.
15. Фізичний практикум. ч.1/Під ред. В.П.Дущенко.-Київ: Вища школа, 1981. -248с.
16. Гапчин Б.М., Дутчак Я.Й., Френчко В.С. Молекулярна фізика: Лабораторний практикум. -Львів, в.:Світ: 1990, -240.
17. Берча Д.М., Ковач Є.Т., Хархаліс Р.М. Фізичний практикум із механіки. /Методичні вказівки/, Ужгород, 1993, - 206 с.
18. Попик Ю.В., Туряница И.Д., Бенца В.М. Обработка результатов измерений с применением программируемых калькуляторов. Ужгород, 1986, с.165.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Киттель Ч., Найт У., Рудеман М. Механика. -М.:Наука, 197с.
2. Фейман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Феймановские лекции по физике, т.1,2. -М.:Мир, 1976.
- 3.Рейф Ф. Статистическая физика. Учебн. руков., Пер. с англ. /Под ред. А.И.Шальникова и А.О.Вайнсберга. -3-е изд., испр. -М.:Наука, 1986, - (Берклевский курс физики), -336с.
- 4.Беляев П.М. Термодинамика. -К.:Вища школа, 1987, -344с.
- 5.Я. де Бур. Введение в молекулярную физику. Пер. с англ. Н.М.Сагаловича /Под ред. И.А.Яковлева. М.:Изд. иностр. лит., 1962,-277с.
- 6.Бабаджан Е.И. и др. Сборник вопросов и качественных задач по общей физике. М.:Наука, 1990, -400с.
- 7.Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.:Наука, 1969, -464с.
- 8.Методика решения задач механики. Под ред. А.Н.Матвеева. -М.:Изд. МГУ, 1980.
- 9.Сборник задач по курсу общей физики. Г.А.Загусша и др./ Под ред. М.С.Цедрика /М.:Просвещение, 1989, -271с.
- 10.Бурсиан С.В. Задачи по физике для компьютера. М.:Просвещение, 1991, -256с.
- 11.Холидей Д., Резник Р. Вопросы и задачи по физике. Пер. с англ., М.:Просвещение, 1969, -239с.
- 12.Козел С.М. и др. Сборник задач по физике. М.:Наука, 1987, -304с.
13. Лабораторный практикум по физике. Алексеев В.Ф. и др. / Под ред. Бередкова К.А. и Уханова Ю.И./ М.:Высшая школа, 1988, -351.

З М І С Т

	стор.
ВСТУП	3
Лабораторна робота №1. Експериментальне визначення функцій розподілу випадкових величин	18
Лабораторна робота №2. Вимірювання лінійних розмірів і визначення об'ємів твердих тіл	25
Лабораторна робота №3. Вивчення систематичних і випадкових похибок на прикладі вимірювання питомого опору ніхромової дротини	30
Лабораторна робота №4. Визначення модуля Юнга за розтягом дротини та прогином стержня	36
Лабораторна робота №5. Визначення моментів інерції та перевірка теореми Гюйгенса-Штейнера методом крутильних коливань	42
Лабораторна робота №6. Вивчення коливань зв'язаних систем	47
Лабораторна робота №7. Вивчення законів збереження за допомогою зіткнення тіл	53
Лабораторна робота №8. Визначення постійної Больцмана	57
Лабораторна робота №9. Визначення термічного коефіцієнта тиску за допомогою газового термометра	62
Лабораторна робота №10. Вимірювання температури і перевірка термометрів	66
Лабораторна робота №11. Визначення коефіцієнта в'язкості рідини	81
Лабораторна робота №12. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини	87
Лабораторна робота №13. Визначення теплоти плавлення кристалічних тіл методом спостереження за швидкістю охолодження	96
Лабораторна робота №14. Визначення концентрації розчинених домішок шляхом вимірювання електропровідності	101
Лабораторна робота №15. Визначення коефіцієнта лінійного розширення твердих тіл	109
Лабораторна робота №16. Визначення температурної залежності теплоємності металів	112
Лабораторна робота №17. Визначення питомої теплоти пароутворення рідкого азоту	119
Лабораторна робота №18. Визначення відношення C_p/C_v акустичним методом	123
ОСНОВНА НАВЧАЛЬНА ЛІТЕРАТУРА	128
ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА	129

Автори щиро вдячні Закарпатському відділенню Західно-українського Фонду підтримки науки за допомогу при випуску навчального посібника.