

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан факультету математики та
цифрових технологій

_____ /Маляр М.М. /
“ _____ ” _____ 20__ р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Динамічні системи та їх застосування

Рівень вищої освіти	другий (магістр)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 - Математика
Предметна спеціальність	
Освітня програма	Математика
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Динамічні системи та їх застосування» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика спеціальності 111 – Математика**, освітньої програми **Математика**.

Розробник:

Варга Я. В., канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри
диференціальних рівнянь та математичної фізики

протокол № від « » 2021 р.

Завідувач кафедри _____ Маринець В.В.

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол № _____ від « _____ » _____ 20__ р.

Голова науково-методичної комісії _____ Мулеса О.Ю.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 4	Рік підготовки: 1	
	120	–
Загальна кількість годин – 120		
Кількість модулів – 2	Семестр: 1	
Тижневих годин для денної форми навчання: 3 аудиторних – 48 самостійної роботи студента – 72	Лекції:	
	30	–
	Практичні (семінарські):	
	18	–
Вид підсумкового контролю: Контрольні модулі	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: екзамен	Самостійна робота:	
	72	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета – дати студентам знання основ теорії динамічних систем звичайних диференціальних рівнянь, дослідження поведінки динамічних соціально-економічних систем, характер і стабільність цієї поведінки, економіко-математичні методи і моделі, що дозволяють досліджувати й описувати складні процеси і явища в динамічних соціально-економічних системах.

Відповідно до освітньої програми «**Математика**» для спеціальності **111 Математика**, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;

ЗК-4. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, уміннями, у тому числі в галузях, відмінних від математики;

ЗК-5. Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу;

ЗК-8. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;

ФК-1. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької діяльності у сфері математики та її практичних застосувань;

ФК-2. Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;

ФК-4. Спроможність формулювати складні задачі оптимізації та прийняття рішень, та інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач;

ФК-5. Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти;

ФК-7. Здатність до аналізу основ і властивостей існуючих математичних структур та розуміння переваг тих чи інших математичних підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності;

ФК-9. Здатність до розвитку нових та вдосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань;

ФК-10. Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики;

ФК-12. Спроможність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків та для постановки й розв'язання задач;

ФК-13. Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем.

3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Математика», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики	ПРН-1
спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти	ПРН-2
здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань	ПРН-3
володіти теоретичними положеннями і методами актуарної та фінансової математики, будувати та досліджувати математичні моделі випадкових та динамічних процесів з урахуванням природи реальних фізичних систем	ПРН-4
володіти основами математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих та соціальних процесів, основами математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні	ПРН-5
інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем	ПРН-7
розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею з існуючими моделями	ПРН-8
розв'язувати математичні задачі аналізу даних; застосовувати загальні математичні моделі для специфічних ситуацій; управляти інформацією та переводити її у зручний формат; володіти прикладними математичними пакетами	ПРН-9

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Динамічні системи та їх застосування»:

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
володіння основними математичними поняттями, теоретичними положеннями і методами сучасної теорії диференціальних рівнянь, уміння будувати і досліджувати математичні моделі динамічних процесів з урахуванням природи реальних фізичних систем	ПРН-1
володіти методами дослідження нелінійних динамічних систем	ПРН-7
володіти методами якісного аналізу поведінки та властивостей складних систем	ПРН-8
розробляти та досліджувати лінійні та нелінійні математичні моделі динамічних процесів, описані звичайними диференціальними рівняннями	ПРН-2, ПРН-4

розробляти та досліджувати лінійні та нелінійні математичні моделі динамічних процесів, описані різницевиими рівняннями	ПРН-3, ПРН-5
володіння основами чисельного моделювання динамічних систем за допомогою пакетів комп'ютерного моделювання	ПРН-9

4. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- модульні контрольні роботи;
- екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: екзамен.

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Розподіл балів, які отримують здобувачі за поточний та модульний контроль (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота Змістовий модуль 1					Модульна контрольна робота	Сума
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	60	100
4	9	9	9	9		

Т1, Т2 ... – теми

**Розподіл балів, які отримують здобувачі
за поточний та модульний контроль (модуль 2)**

Поточне оцінювання та самостійна робота Змістовий модуль 2						Модуль- на конт- рольна робота	Сума
T6	T7	T8	T9	T10	T11	60	100
7	7	7	7	7	5		

T6, T7, ... – теми

Оцінювання окремих видів навчальної роботи

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кіль- кість	Максима- льна кіль- кість балів (сумарна)	Кіль- кість	Максима- льна кіль- кість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	2	40	2	40
Модульна контрольна робота	1	60	1	60
Разом		100		100

Критерії оцінювання індивідуальних завдань

18-20 балів - виконано індивідуальне завдання, але допущено одну незначну неточність. Студент виявив знання по виконанню типових завдань.

15-17 балів - у цілому виконав індивідуальне завдання, але допущено неточності в одному завданні. Студент виявив знання по виконанню типових завдань.

12-14 балів - одне із завдань не виконано, а інші виконано бездоганно. Студент при виконанні типових завдань допускає неточності.

10-12 балів - виконано 50% індивідуального завдання, а при виконанні типових завдань допускає помилки.

Якщо виконано лише 50% індивідуального завдання, студенту повертається робота на доопрацювання.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Контрольна модульна робота проводиться письмово. Кожен студент отримує індивідуальний варіант, який складається із одного теоретичного питання і декількох практичних задач. Кількість практичних завдань у різних модулях може бути різною в залежності від складності задач. За результатами складання контрольного модуля студент може отримати:

55-60 балів, якщо він виконав усі завдання свого варіанту, але допустив в одному із завдань незначну помилку,

49-54 балів, якщо виконано усі завдання свого варіанту, але допущено у практичних завданнях не більше двох незначних неточностей,

43-48 балів - виконано усі завдання, але в одному практичному завданні допущено помилку, яка приводить до невірної відповіді,

37-42 балів - виконано 55%-60% завдань контрольного модуля,

31-36 балів - студент виконав 50%-54% завдань контрольного модуля,

21-30 балів, якщо виконано 38%-49% завдань,

10-20 балів - виконано лише одне завдання із незначними неточностями,

0-10 балів - не виконано жодного завдання, але було намагання дати відповідь хоча б на одне.

Критерії оцінювання підсумкового контролю (екзамен)

Підсумковий контроль знань студентів означає поступове накопичення балів від одного поточного модульного контролю до іншого і в кінцевому рахунку отримання загального підсумкового балу.

— «**A**» («відмінно», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («добре», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «**C**» («добре», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» («задовільно», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**D**» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**E**» («задовільно», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**E**» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**FX**» («незадовільно», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «**F**» («незадовільно», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Екзамен/залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно»/«зараховано» (**E**).

Іспит виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно» (**E**) при позитивному складанні 2 модулів на протязі року з даної дисципліни.

Таблиця відповідності оцінок за різними шкалами

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		диференційована	недиференційована
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного скла-	незараховано з можливістю повторного скла-

		дання	дання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1 Лінійні динамічні моделі економічних систем

Тема 1. Основні поняття економічної динаміки. Властивості динамічних систем. Методологічні принципи моделювання економічної динаміки.

Тема 2. Формальне визначення динамічної системи. Формальні простори. Режими поведінки динамічної системи.

Тема 3. Якісні методи аналізу поведінки динамічних систем. Приклади динамічних моделей.

Тема 4. Поняття рівноваги, стабільності та стаціонарності динамічних систем. Стійкість за Ляпуновим. Диференціальні рівняння як інструмент опису динамічних систем з перервним часом. Характер стійкості особливих точок динамічних систем з неперервним часом. Критерії стійкості.

Тема 5. Класифікація точок рівноваги за коренями характеристичного рівняння (для динамічних систем, що описані двома динамічними змінними).

Змістовий модуль 2. Нелінійні економічні моделі динамічних систем

Тема 6. Біфуркаційна діаграма. Сутність і способи лінеаризації нелінійних динамічних систем. Теорема Хартмана-Гробмана.

Тема 7. Консервативні системи. Оборотні системи. Граничний цикл.

Тема 8. Поняття різницевого рівняння. Лінійні різницеві рівняння першого порядку. Лінійні різницеві рівняння другого порядку.

Тема 9. Системи лінійних різницевих рівнянь другого порядку. Динамічна модель Кейнса.

Тема 10. Дискретна модель зростання Харрода-Домара. Дослідження стійкості нелінійних дискретних моделей.

Тема 11. Павутинна модель ціноутворення. Структурна стійкість системи.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання (денна, заочна)					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
2-й семестр						
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Лінійні динамічні моделі економічних систем						
Основні поняття економічної динаміки. Властивості динамічних систем. Методологічні принципи моделювання економічної динаміки.	8	2				6
Формальне визначення динамічної системи. Формальні простори. Режими поведінки динамічної системи.	8	2				6
Якісні методи аналізу поведінки динамічних систем. Приклади динамічних моделей.	12	2	2			8
Поняття рівноваги, стабільності та стаціонарності динамічних систем. Стійкість за Ляпуновим. Диференціальні рівняння як інструмент опису динамічних систем з перервним часом. Характер стійкості особливих точок динамічних систем з неперервним часом. Критерії стійкості.	14	4	4			6
Класифікація точок рівноваги за коренями характеристичного рівняння (для динамічних систем, що описані двома динамічними змінними). Побудова фазових портретів.	16	2	4			10
Модульна контрольна робота	2	2				
Разом за модуль	60	14	10			36

Модуль 2						
Змістовий модуль 2. Нелінійні економічні моделі динамічних систем						
Біфуркаційна діаграма. Сутність і способи лінеаризації нелінійних динамічних систем. Теорема Хартмана-Гробмана.	10	4				6
Консервативні системи. Оборотні системи. Граничний цикл.	8	2				6
Поняття різницевого рівняння. Лінійні різницеві рівняння першого порядку. Лінійні різницеві рівняння другого порядку.	10	2	4			6
Системи лінійних різницевих рівнянь другого порядку. Динамічна модель Кейнса.	10	2	2			6
Дискретна модель зростання Харрода - Домара. Дослідження стійкості нелінійних дискретних моделей.	12	2	2			8
Павутинна модель ціноутворення. Структурна стійкість системи.	8	2				4
Модульна контрольна робота	2	2				
Разом за модуль	60	16	8			36
Разом	120	30	18			72

6.3. Теми практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Приклади динамічних моделей	2	
2	Стійкість динамічних систем за Ляпуновим.	4	
3	Побудова фазових портретів лінійних динамічних систем за допомогою програмного пакету Maple.	2	
4	Класифікація точок рівноваги за коренями характеристичного рівняння (для динамічних систем, що описані двома динамічними змінними).	2	
5	Лінійні різницеві рівняння першого та другого порядку.	4	
6	Системи лінійних різницевих систем другого порядку.	4	
Разом		18	

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	20	
2	Виконання індивідуальних завдань	20	
3	Підготовка до іспиту	32	
Разом		72	

6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модулю 2):

- 1) Знайти розв'язок різницевого рівняння

$$x_t = -7x_{t-1} - 4 \cdot 7^t.$$

- 2) Знайти розв'язок різницевого рівняння

$$x_{t+2} - 7x_{t+1} + 12x_t = 0$$

з початковими умовами

$$x_0 = 3, \quad x_1 = -1.$$

- 3) Знайти розв'язок різницевого рівняння

$$x_{t+2} + 2x_{t+1} + 5x_t + 3 = 0.$$

- 4) Знайти стан рівноваги дискретної динамічної системи, що задається різнице-
вим рівнянням

$$a_{n+1} = a_n^2 + 5a_n + 6.$$

- 5) Розв'язати систему лінійних різнице-
вих рівнянь

$$\begin{cases} x_t = 4x_{t-1} - y_{t-1}, \\ y_t = x_{t-1} + 2y_{t-1}. \end{cases}$$

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Антонова А. О. Математичні методи економічної динаміки : теорія та методичні вказівки \ А. О. Антонова - К. : НАУ, 2006. - 38с.

2. Борисенко С. Д. Стійкість розв'язків систем диференціальних рівнянь : навчальний посібник \ С. Д. Борисенко, М. Є. Дудкін - К : НТУУ «КПІ» 2000. - 15 с.
3. Данилов Ю. А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение \ Ю. А. Данилов. – М.: Постмаркет, 2001 - 189 с.
4. Прасолов А. В. Математические модели динамики в экономике. – СПб., 2000.