

**Завдання 1.** Довести такі співвідношення:

1.  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ ;
2.  $A \Delta (B \Delta D) = (A \Delta B) \Delta D$ ;
3.  $(A \cup B) \Delta F \subset (A \Delta F) \cup (B \Delta F)$ ;
4.  $\overline{(X \setminus Y)} = \overline{X} \cup Y$ ;
5.  $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = (A \cup B)$ ;
6.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ;
7.  $\cup_k A_k \setminus \cup_k B_k \subset \cup_k (A_k \setminus B_k)$ ;
8.  $B \setminus \cup_\alpha A_\alpha = \cap_\alpha (B \setminus A_\alpha)$ ;
9.  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ;
10.  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ .

**Завдання 2.**

1. Встановити взаємно однозначну відповідність між множиною всіх додатних раціональних чисел і множиною натуральних чисел.
2. Знайти взаємно однозначне відображення числової прямої  $\mathbb{R}$  на інтервал  $(a, b)$ .
3. Встановити взаємно однозначну відповідність між відкритим одиничним кругом і множиною точок на площині, що є доповненням до замкненого одиничного круга.
4. Встановити взаємно однозначну відповідність між множиною всіх многочленів з раціональними коефіцієнтами і множиною всіх натуральних чисел.
5. Побудувати взаємно однозначне відображення променя  $[0, \infty)$  на всю числову вісь  $(-\infty; \infty)$ .
6. Побудувати взаємно однозначне відображення сегмента  $[a; b]$  на  $(0; \infty)$ .
7. Побудувати взаємно однозначну відповідність між відкритим та замкненим одиничними кругами.
8. Побудувати взаємно однозначне відображення додатної півосі  $(0; \infty)$  на інтервал  $(a; b)$ .
9. Побудувати взаємнооднозначну відповідність кола одиничного радіуса на сегмент  $[0, 1]$ .
10. Встановити взаємно однозначну відповідність між множиною всіх послідовностей натуральних чисел і множиною всіх зростаючих послідовностей натуральних чисел.

**Завдання 3.**

1. Довести, що множина точок розриву монотонної функції, визначеної на всій числовій прямій, є скінченною або зліченною.
2. На прямій задана множина попарно неперетинних сегментів. Що можна сказати про потужність даної множини(якою вона є)?
3. На площині побудована множина попарно неперетинних кіл. Що можна сказати про потужність даної множини(якою вона є)?
4. Визначити потужність множини всіх трикутників на площині, вершини яких мають раціональні координати.
5. Визначити потужність множини всіх скінченних десяткових дробів.
6. Яка потужність множини всіх кругів на площині?

7. На площині побудована деяка множина кіл, що не перетинаються. Чи може ця множина бути незліченною?
8. Яка потужність множини всіх строго зростаючих неперервних функцій заданих на відрізку  $[a; b]$ ?
9. Яка потужність множини всіх монотонних функцій на відрізку  $[a; b]$  (не лише неперервних)?
10. Визначити потужність множини многочленів (з довільними дійсними коефіцієнтами).

#### Завдання 4.

1. Чи справедливим є твердження: якщо  $A \subset B$  і  $A \sim A \cup C$ , тоді  $B \sim B \cup C$ ?
2. Чи справедливим є твердження: якщо  $A \sim B$ ,  $A \subset C$  і  $B \subset C$  тоді  $C \setminus A \sim C \setminus B$ ?
3. Чи справедливим є твердження: якщо  $A \sim B$ ,  $C \subset A$  і  $C \subset B$ , тоді  $A \setminus C \sim B \setminus C$ ?
4. Чи буде наступна система множин півкільцем, кільцем?  
 $\{[a; b] : \{a, b\} \subset \mathbb{Q}, -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ ?
5. Чи буде наступна система множин півкільцем, кільцем?  
 $\{[a; b] : \{a, b\} \subset \mathbb{Z}, -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ ?
6. Чи буде наступна система множин півкільцем, кільцем?  
 $\{[a; b] : \{a, b\} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ ?
7. Чи буде наступна система множин півкільцем, кільцем?  
 $\{[a; b] : a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{N}, -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ ?
8. Чи буде наступна система множин півкільцем, кільцем?  
 $\{[a; b] : a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{N}, -\infty < a < b < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ ;
9. Нехай  $X = \mathbb{N}$ ,  $E = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}, \dots\}$ . Знайти кільце і  $\sigma$ -кільце, породжене множиною  $E$ .
10. Нехай  $X = \{1, 2, 3\}$ . Навести приклад кільця  $K(X)$ , яке не є алгеброю.