

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра алгебри**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Декан факультету математики та  
цифрових технологій

\_\_\_\_\_ /Маляр М. М. /

«\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**АЛГЕБРАЇЧНА ГЕОМЕТРІЯ**

Рівень вищої освіти	<b>магістр</b>
Галузь знань	<b>11 Математика та статистика</b>
Спеціальність	<b>111 Математика</b>
Освітня програма	<b>Математика</b>
Статус дисципліни	<b>обов'язкова</b>
Мова навчання	<b>українська</b>

**Ужгород 2021**

Робоча програма навчальної дисципліни «**Алгебраїчна геометрія**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика і статистика** спеціальності спеціальності **111 Математика** освітньої програми **Математика**.

**Розробники:** Бортош М.Ю., канд. фіз.-мат. наук, старший викладач кафедри алгебри

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *кафедри алгебри*

протокол № \_\_\_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Тилищак О.А.

Схвалено науково-методичною комісією

факультету \_\_\_\_\_

протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Мулеса О.Ю.

© Бортош М.Ю., 20\_\_р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 20\_\_р.

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС –4	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин –120	1-й	1-й
Кількість модулів –1	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних –3 самостійної роботи студента –4	2-ий	2-ий
	Лекції:	
	22	-
	Практичні (семінарські):	
	22	-
Вид підсумкового контролю: залік	Лабораторні:	
	-	-
Форма підсумкового контролю: письмова	Самостійна робота:	
	74	-

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Алгебраїчна геометрія» є ознайомлення студентів з сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями абстрактної алгебри та алгебраїчної геометрії, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Відповідно до освітньої програми «Математика» спеціальності «Математика», вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики;
- 2) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу;
- 3) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань;
- 4) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань;
- 5) Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем;
- 6) Здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності;
- 7) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань;
- 8) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики.

## 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Алгебраїчна геометрія» є опанування таких навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП):

ННД 1.02.03	Алгебра
ННД 1.02.04	Лінійна алгебра
ННД 1.02.07	Аналітична геометрія
ННД 1.02.05	Алгебра і теорія чисел
ННД 1.03.08	Топологія
ННД 1.03.09	Диференціальна геометрія

## 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Математика», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
• Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики;	ПРН 1

• Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії;	ПРН 2
• Володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів;	ПРН 3
• Володіти знаннями грамотної побудови комунікації в освітньому і науковому процесі, відбору вихідних даних дослідження, складання списку використаних джерел, опису наукових результатів	ПРН 5
• Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності;	ПРН 6
• Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді;	ПРН 7
• Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу;	ПРН 8
• Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики та/або розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного моделювання;	ПРН 9
• Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем;	ПРН 10
• Застосовувати нові підходи для вироблення стратегії прийняття рішень у складних непередбачуваних умовах;	ПРН 11
• Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми;	ПРН 13
• Уміти самостійно планувати виконання дослідницького та/або інноваційного завдання та формулювати висновки за його результатами;	ПРН 14
• Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел;	ПРН 15
• Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей;	ПРН 16
• Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати.	ПРН 17

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Алгебраїчна геометрія»:

<b>Очікувані результати навчання з дисципліни</b>	<b>Шифр ПРН</b>
Знання з предметної області включають: знання і розуміння основних понять алгебраїчної геометрії та їх властивостей, зокрема такі як, многочлени і афінний простір, теорему Гільберта про базу, теорему Гільберта про нулі, відповідність ідеал – многовид, незвідні многовиди і прості ідеали афінного та проективного многовиду, означення та приклади еліптичних кривих, застосування еліптичних кривих до задач теорії чисел.	ПРН 1, ПРН 2, ПРН 3, ПРН 5, ПРН 6, ПРН 7, ПРН 8, ПРН 10, ПРН 11, ПРН 14, ПРН 15
Когнітивні компетентності включають: вміння моделювати та розв'язувати поставлені задачі методами алгебраїчної геометрії в різних областях математики та практики, будувати моделі, що можуть бути реалізовані програмними засобами, розвиток логічного та аналітичного мислення, вміння обґрунтовувати та чітко формулювати висновки.	ПРН 6, ПРН 7, ПРН 8, ПРН 9, ПРН 13, ПРН 14, ПРН 16, ПРН 17
До практичних вмінь та навичок входять: зобразити множину точок для плоских кривих та просторових поверхонь, шукати ідеал (головний ідеал) многовиду, описувати геометричні властивості афінних многовидів, знаходити «афінні частини» плоских	ПРН 6, ПРН 13, ПРН 14, ПРН 16

кривих; визначати ізоморфність плоских кривих; встановлювати радикальність, простоту, максимальність ідеала; класифікувати плоских кривих довільного натурального порядку; класифікувати поверхонь 2-го порядку; спростити загальне рівняння поверхонь 2-го порядку	
---	--

## **5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ**

### **Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються такі методи оцінювання знань: проведення контрольних робіт після вивчення певних змістових модулів; перевірка домашніх робіт; опитування під час практичних занять; підсумкова модульна контрольна робота. Для діагностики знань використовується кредитно-рейтингова система за 100-бальною шкалою оцінювання.

### **Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю. Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «10». У разі пропуску заняття здобувачем у графах контролю викладачі роблять позначку н/. Здобувач вищої освіти, який з поважних причин, підтверджених документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю та виконати індивідуальне завдання і самостійну роботу, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання, але до початку залікової сесії. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів. Після завершення вивчення дисципліни викладач виводить середньозважений бал, який переводиться у 100-бальну шкалу з відповідним ваговим коефіцієнтом. Підрахунки середньозваженого балу здійснюють з точністю до другого знака після коми. Кількість балів за поточний контроль округлюють до цілих.

Форми модульного контролю. До модульного контролю допускаються всі студенти. Модульний контроль проводиться за розкладом, затвердженим деканом факультету. Оцінювання модульного контролю здійснюється за шкалою від «0» до «60». Результати модульного контролю мають бути внесені до відомості обліку успішності здобувачів вищої освіти протягом 3-х днів після його проведення, але обов'язково до початку екзаменаційної сесії. У випадку відсутності студента на модульному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

Форми підсумкового контролю. Форма підсумкового контролю полягає в оцінюванні рівня опанування студентами навчального матеріалу виключно на підставі результатів виконання ними певних видів робіт, зазначених у робочій програмі навчальної дисципліни. Оцінка за семестр з дисципліни, з якої передбачений залік, виставляється після закінчення її вивчення (до початку залікової сесії) за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,4) та модульного (ваговий коефіцієнт – 0,6) контролю.

### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	60	100
20	10	10		

T1, T2 ... – теми

### Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні (семінарські) заняття	9	10
Виконання самостійних домашніх робіт	3	30
Модульна контрольна робота	1	60
<b>Разом</b>		<b>100</b>

### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Оцінювання модульної контрольної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «60».

### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Оцінювання знань студента здійснюється за 100-бальною шкалою (для екзаменів і заліків).

Максимальна кількість балів при оцінюванні знань студентів з дисципліни, яка завершується екзаменом, становить за поточну успішність 100 балів, на екзамені – 100 балів.

У випадку, якщо за поточну успішність студент набрав більше 59 балів, то за його бажанням може бути виставлена відповідна набраним балам підсумкова оцінка з дисципліни без складання іспиту.

При оформленні документів за екзаменаційну сесію використовується таблиця відповідності оцінювання знань студентів за різними системами.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою
90–100	<b>A</b>	<i>Відмінно</i>
82–89	<b>B</b>	<i>Добре</i>
74–81	<b>C</b>	
64–73	<b>D</b>	<i>Задовільно</i>
60–63	<b>E</b>	
35–59	<b>FX</b>	<i>Незадовільно з можливістю повторного складання</i>
0–34	<b>F</b>	<i>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>

### Критерій оцінювання з дисципліни

— **"А"** (90 та вище балів) заслугоує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **"В"** (82–89 балів) заслугоує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **"С"** (74–81 балів) заслугоує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **"D"** (64–73 балів) заслугоує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "D" виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"E"** (60–63 балів) заслугоує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "E" виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"FX"** (35–59 балів) виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— **"F"** (0–34 балів) виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

## 6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 6.1. Зміст навчальної дисципліни

#### Модуль 1

Тема 1. Афінні многовиди.

Ідеали і многовиди. Теорема Гільберта про базу. Топологія Зариського. Нетерові топологічні простори. Регулярні функції та регулярні відображення. Теорема Гільберта про нулі. Ціла залежність. Геометрія і алгебра. Прості та максимальні ідеали. Максимальний спектр кільця. Структорний пучок. Кільця часток.

Тема 2. Проективні та абстрактні многовиди.

Проективні многовиди та однорідні ідеали. Занурення Серре та Веронезе. Грассманнові многовиди й векторні розшарування.

Тема 3. Класифікація алгебраїчних кривих та поверхонь.

Класифікація плоских кривих. Еліптичні криві. Класифікація поверхонь натурального порядку  $n > 2$ . Класифікація поверхонь 2-го порядку. Спрощення загального рівняння поверхонь 2-го порядку.



### 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин: 120						Кількість годин: 120					
	Форма навчання: денна						Форма навчання: заочна					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>1-й семестр</b>												
<b>Модуль 1</b>												
Тема 1. Афінні многовиди.	66	10	8	-	-	48	-	-	-	-	-	-
Тема 2. Проективні та абстрактні многовиди.	25	4	6	-	-	15	-	-	-	-	-	-
Тема 3. Класифікація алгебраїчних кривих та поверхонь.	27	6	8	-	-	13	-	-	-	-	-	-
Модульна контрольна робота	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Разом за модуль	120	22	22	-	-	76	-	-	-	-	-	-
<b>Разом за семестр</b>	<b>120</b>	<b>22</b>	<b>22</b>	-	-	<b>76</b>	-	-	-	-	-	-

### 6.3. Тематики практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
1.	Ідеали і многовиди. Теорема Гільберта про базу.	1	-
2	Коніки. Графіки конік. Кубіки.	1	-
3	Топологія Зариського. Нетерові топологічні простори.	1	-
4	Регулярні функції та регулярні відображення.	1	-
5	Ціла залежність.	1	-
6	Геометрія і алгебра. Прості та максимальні ідеали. Максимальний спектр кільця.	1	-
7	Структорний пучок. Кільця часток.	2	-
8	Проективні многовиди та однорідні ідеали.	2	-
9.	Занурення Сегре та Веронезе.	2	-
10.	Грассманнові многовиди й векторні розшарування.	2	-
11.	Класифікація плоских кривих. Еліптичні криві.	2	-
12.	Класифікація поверхонь натурального порядку $n > 2$ .	2	-
13.	Класифікація поверхонь 2-го порядку. Спрощення загального рівняння поверхонь 2-го порядку.	4	-
<b>Разом</b>		<b>22</b>	<b>-</b>

#### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
1.	Вступ до алгебраїчної геометрії.	6	-
2.	Ідеали і многовиди. Теорема Гільберта про базу.	6	-
3.	Топологія Зариського. Нетерові топологічні простори.	6	-
4.	Регулярні функції та регулярні відображення.	6	-
5.	Теорема Гільберта про нулі.	6	-
6.	Ціла залежність.	6	-
7.	Геометрія і алгебра. Прості та максимальні ідеали. Максимальний спектр кільця.	6	-
8.	Структорний пучок. Кільця часток.	6	-
9.	Проективні многовиди та однорідні ідеали.	6	-
10.	Занурення Сегре та Веронезе.	4	-
11.	Грассманнові многовиди й векторні розшарування.	5	-
12.	Класифікація плоских кривих. Еліптичні криві.	6	-
13.	Класифікація поверхонь натурального порядку $n > 2$ .	7	-
<b>Разом</b>		<b>76</b>	<b>-</b>

### 7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

#### Основна література

1. Дрозд Ю.А. Вступ до алгебричної геометрії. Львів: ВНТЛ – Класика, 2004, 115 с.
2. Дрозд Ю.А. Алгебрична геометрія і її застосування. Київський університет імені Тараса Шевченка, курс лекцій, 2001, 40 с.
3. Шафаревич И.Р. Основы алгебраической геометрии. Москва: МЦНМО, 2007 (або попередні видання).

#### Допоміжна література

1. Атья М., Макдональдс И. Введение в коммутативную алгебру. Москва, Мир, 1972.
2. Andreas Gathmann Algebraic Geometry. Technische Universitat Kaiserslautern, 2014.
3. William Fulton Algebraic Curves. An Introduction to Algebraic Geometry. 2008, 129 с.

#### Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <http://e-learn.uzhnu.edu.ua> — сайт електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет».
2. <https://www.twirpx.com/files/mathematics/algebraicgeometry> — підрозділ сервісу, який за допомогою веб-інтерфейсу, розміщеного за адресою <http://www.twirpx.com>, забезпечує зберігання, накопичення та обміну матеріалів, представлених користувачами у електронному вигляді.
3. <http://www.nbuv.gov.ua> — Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.

**Результати перегляду  
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол №\_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол №\_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол №\_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н.р. без змін; зі змінами (Додаток\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол №\_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище ініціали)