

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан ФМЦТ

_____ /Маляр М. М./
« _____ » _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Системи штучного інтелекту
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «**Диференціальні рівняння та їх застосування**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика** спеціальності **113 Прикладна математика** освітньої програми «**Системи штучного інтелекту**».

Розробник:

Рего В. Л., старший викладач кафедри алгебри та диференціальних рівнянь

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри
алгебри та диференціальних рівнянь

протокол № 10 від 1 липня 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Рейтій О. К.

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № 11 від 1 липня 2022 р.

Голова науково-методичної комісії _____ Юрченко Н. В.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 5	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 150	2-й	–
Кількість модулів – 2	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента – 5	4-й	–
	Лекції:	
	36 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	36 год.	–
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	78 год.	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння та їх застосування» є дати здобувачам знання основ теорії звичайних диференціальних рівнянь, навчити їх складати математичні моделі при дослідженні різних явищ природи, фізичних, соціальних та інших процесів, знаходити розв'язки таких задач, давати їх фізичну інтерпретацію, вміти проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-01);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-02);
- здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК-03);
- здатність до проведення досліджень на відповідному рівні (ЗК-05);
- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-06);
- здатність до планування та розподілу часу (ЗК-16);
- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем (ФК-01);
- здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі (ФК-02).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння та їх застосування» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми:

- ОК-5 Математичний аналіз
- ОК-6 Алгебра і геометрія
- ОК-11 Функціональний аналіз

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Системи штучного інтелекту», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чи-	ПРН-02

сельними методами.	
Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.	ПРН-05
Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.	ПРН-15

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Звичайні диференціальні рівняння та їх застосування»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знання. Запам'ятовування та відтворення базових термінів, принципів і методів теорії звичайних диференціальних рівнянь: основні типи інтегровних скалярних рівнянь та методи їх інтегрування, методи побудови загального розв'язку звичайних лінійних диференціальних рівнянь та систем, рівнянь із частинними похідними першого порядку.	ПРН-02
Розуміння. Здатність визначати типи диференціальних рівнянь на підставі відповідних означень, встановлювати зв'язок між типами диференціальних рівнянь і відповідними методами їх інтегрування, подавати словесні формулювання в математичній формі й навпаки, прогнозувати майбутні розв'язки задач на підставі наявних даних.	ПРН-02
Застосування. Уміння: а) використовувати вивчений матеріал для знаходження загальних, частинних та особливих розв'язків скалярних рівнянь першого порядку, пониження порядку рівнянь, побудови розв'язків лінійних рівнянь і систем та рівнянь із частинними похідними першого порядку, дослідження стійкості систем диференціальних рівнянь; б) самостійно розв'язувати задачі теорії звичайних диференціальних рівнянь у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.	ПРН-05 ПРН-15
Аналіз. Здатність: а) до виділення окремих змістових розділів теорії звичайних диференціальних рівнянь, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії звичайних диференціальних рівнянь; б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці резуль-	ПРН-05 ПРН-15

татами у рамках обмеженого часу.	
Оцінка. Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії звичайних диференціальних рівнянь, засновувати свої судження й умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.	ПРН-05
Синтез. Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії звичайних диференціальних рівнянь, щоб обрати найдоцільніший шлях інтегрування рівнянь чи розв'язування задач Коші.	ПРН-15

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань, аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форма підсумкового семестрового контролю: екзамен.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-4	T5-8	60	100
20	20		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-7	T8-10	60	100
20	20		

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	2	20	2	20
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	2	20	2	20
Модульна контрольна робота	1	60	1	60
Разом		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 4 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 тестового характеру, інші – розрахункові. Завдання підбираються рівними за ступенем важкості й оцінюються однаковою кількістю балів (у випадку 4 завдань – по 15 балів кожне).

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— «**A**» («відмінно», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («добре», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «С» («добре», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «D» («задовільно», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «D» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «E» («задовільно», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «E» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «FX» («незадовільно», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «F» («незадовільно», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Екзамен виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно» (E).

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Тема 1. Загальні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 2. Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них. Побудова найпростіших диференціальних моделей геометричних та фізичних задач.

Тема 3. Лінійні рівняння першого порядку та звідні до них.

Тема 4. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.

Тема 5. Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметра. Особливі розв'язки.

Тема 6. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку в задачах механіки, хімії, економіки та інших наук.

Тема 7. Загальні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків.

Тема 8. Інтегровні типи нелінійних рівнянь n -го порядку. Задачі практики, що призводять до нелінійних рівнянь n -го порядку.

Модуль 2

Тема 1. Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь n -го порядку.

Тема 2. Лінійні однорідні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.

Тема 3. Лінійні неоднорідні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами та звідні до них.

Тема 4. Застосування лінійних диференціальних рівнянь n -го порядку зі сталими коефіцієнтами в задачах механіки, електротехніки та інших наук.

Тема 5. Загальна теорія лінійних систем диференціальних рівнянь n -го порядку.

Тема 6. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та методи їх інтегрування.

Тема 7. Застосування систем диференціальних рівнянь у задачах екології, медицини, військової справи та інших наук.

Тема 8. Поняття про теорію стійкості динамічних систем.

Тема 9. Особливі точки лінійних та нелінійних систем.

Тема 10. Лінійні та квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними (ДРЧП) першого порядку.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
Модуль 1						
Тема 1. Загальні поняття теорії		1				2

звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Диференціальне рівняння першого порядку та його розв'язки. Інтегральні криві. Геометрична та механічна інтерпретації диференціального рівняння першого порядку.					
Тема 2. Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них. Побудова найпростіших диференціальних моделей геометричних та фізичних задач. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними та їх застосування. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.		3	2		6
Тема 3. Лінійні рівняння першого порядку та звідні до них. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку: метод варіації сталих, метод підстановки. Рівняння Бернуллі та методи його інтегрування. Рівняння, звідні до рівняння Бернуллі.		3	2		6
Тема 4. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник. Диференціальні рівняння у повних диференціалах. Умова Ейлера. Інтегрувальний множник та способи його відшукування.		3	2		6
Тема 5. Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметра. Особливі розв'язки. Інтегровні типи рівнянь першого порядку, не розв'язаних відносно похідної. Існування розв'язків, особливі розв'язки. Рівняння Лагранжа та Клеро.		3	2		6
Тема 6. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку в задачах механіки, хімії, економіки та інших наук. Найпростіші динамічні моделі механіки. Хімічні реакції. Ефективність реклами та інші задачі практики, що описуються рівняння-		1	2		4

ми першого порядку.						
Тема 7. Загальні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь n -го порядку.		1				2
Тема 8. Інтегровні типи нелінійних рівнянь n-го порядку. Задачі практики, що призводять до нелінійних рівнянь n-го порядку. Методи пониження порядку рівнянь вищих порядків. Однорідні та квазіоднорідні рівняння n -го порядку. Приклади диференціальних моделей, що описуються нелінійними рівняннями n -го порядку (рівняння маятника тощо).		3	4			4
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		18	16			36
Модуль 2						
Тема 1. Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку. Властивості лінійних рівнянь. Лінійна залежність функцій. Детермінант Вронського. Формула Ліувілля – Остроградського. Фундаментальна система частинних розв'язків. Структура загального розв'язку лінійного однорідного та лінійного неоднорідного рівняння n -го порядку. Метод варіації сталих.		2				2
Тема 2. Лінійні однорідні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера.		2	1			2
Тема 3. Лінійні неоднорідні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами та звідні до них. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації сталих. Диференціальні рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.		2	3			6
Тема 4. Застосування лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку зі сталими коефіцієнтами в		1	1			2

задачах механіки, електротехніки та інших наук. Рівняння механічних коливань. Диференціальне моделювання електричних кіл.					
Тема 5. Загальна теорія лінійних систем диференціальних рівнянь n-го порядку. Основні поняття та означення, існування та єдиність розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь. Детермінант Вронського. Фундаментальна система частинних розв'язків. Загальний розв'язок лінійної однорідної системи. Загальний розв'язок лінійної неоднорідної системи диференціальних рівнянь. Метод зведення системи до рівняння n -го порядку. Метод варіації сталих.		2			2
Тема 6. Застосування систем диференціальних рівнянь у задачах екології, медицини, військової справи та інших наук. Задачі динаміки, що приводять до систем диференціальних рівнянь. Моделі Лотки-Вольтерра та Ланчестера. Задача про епідемію.		1	1		2
Тема 7. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та методи їх інтегрування. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, метод Ейлера. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, метод невизначених коефіцієнтів.		2	4		6
Тема 8. Поняття про теорію стійкості динамічних систем. Стійкість за Ляпуновим положень рівноваги, асимптотична стійкість. Основні теореми про стійкість. Стійкість лінійних систем зі сталими коефіцієнтами.		2			2
Тема 9. Особливі точки лінійних та нелінійних систем. Класифікація положень рівноваги лінійної автоно-		2	4		6

мної системи на площині. Нелінійні автономні системи другого порядку, їх лінеаризація. Стійкість за першим наближенням.					
Тема 10. Лінійні та квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними (ДРЧП) першого порядку. Лінійні однорідні рівняння з частинними похідними першого порядку, їх зв'язок із системами в симетричній формі. Відшукування загальних розв'язків лінійних та квазілінійних рівнянь із частинними похідними першого порядку. Задачі Коші для ДРЧП першого порядку.		2	4		6
Модульна контрольна робота			2		
Разом за модуль		18	20		36
Разом за семестр		36	36		78

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них. Диференціальні моделі геометричних задач.	2
2	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	2
3	Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник та способи його відшукування.	2
4	Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметра, особливі розв'язки. Рівняння Лагранжа та Клеро.	2
5	Задачі практики, що призводять до диференціальних рівнянь першого порядку.	2
6	Способи пониження порядку диференціальних рівнянь. Неповні рівняння. Автономні рівняння. Однорідні та квазіоднорідні рівняння вищих порядків.	4
7	Лінійні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації сталих. Рівняння Ейлера та Лежандра.	4
8	Застосування лінійних рівнянь n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Рівняння механічних коливань. Задачі електротехніки. Задачі, що приводять до систем диференціальних рівнянь.	2

9	Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Метод зведення системи до рівняння n -го порядку, метод Ейлера.	2
10	Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації сталих.	2
11	Класифікація положень рівноваги лінійної автономної системи на площині. Особливі точки нелінійних систем.	4
12	Застосування звичайних диференціальних рівнянь до розв'язування лінійних та квазілінійних рівнянь із частинними похідними першого порядку.	4
13	Модульні контрольні роботи	4
Разом		36

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	26
2	Виконання індивідуальних завдань	26
3	Підготовка до іспиту	26
Разом		78

6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модуля 1):

1. Зінтегрувати рівняння:

а) $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$; б) $yx^{-1}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$.

2. Розв'язати задачі Коші:

а) $xy' - y = x \operatorname{tg}(yx^{-1})$, $y(1) = 1$; б) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$, $y(0) = -2$.

3. Знайти криві, у яких піддотична дорівнює сумі абсциси та ординати точки дотику.

Зразок варіанту індивідуального завдання №2 (до модуля 1):

1. Зінтегрувати рівняння та дослідити на особливі розв'язки:

а) $y = y'^2 + 2y'^3$; б) $y = xy' - 2y'^3$.

2. Зінтегрувати рівняння шляхом пониження порядку: $yy'' = y'^2 - y'^3$.

3. Розв'язати задачу Коші:

$y''' = 3yy'$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 4,5$.

4. Вибраний зі 100-градусної печі калач остигає згідно з законом випромінювання тепла з коефіцієнтом $k = -0,1$. Температура повітря в пекарні в

початковий момент часу складала 35°C , і рівномірно зменшувалася на 1°C кожні 20 хв. Знайти температуру калача через півгодини після того, як він був вибраний із печі.

Зразок варіанту індивідуального завдання №3 (до модуля 2):

1. Записати вигляд загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння з невизначеними коефіцієнтами (числових значень коефіцієнтів не знаходити): $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = e^{2x} \sin 2x + x^2 e^{2x} + x \cos 2x$.
2. Знайти розв'язок задачі Коші: $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$, $y(0) = y'(0) = 0$.
3. Розв'язати лінійні системи диференціальних рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \dot{x} = -2x - y, \\ \dot{y} = x - 2y, \\ \dot{z} = x + 3y + z; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

4. В електричному колі послідовно включені: джерело струму, напруга якого змінюється за законом $E = 8 \sin t$, опір $R = 4$ Ом, самоіндукція $L = 1$ Гн, і конденсатор ємності $C = 0,125$ Ф, заряд якого в початковий момент часу $t = 0$ рівний $q_0 = 0,25$ Кл. Знайти закони зміни сили струму в колі і заряду конденсатора при $t > 0$.

Зразок варіанту індивідуального завдання №4 (до модуля 2):

1. Визначити тип особливої точки та побудувати її фазовий портрет: .

$$y' = \frac{-2x + 5y}{x + 2y}.$$

2. Знайти та дослідити положення рівноваги системи:
$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 - y + y^2), \\ \dot{y} = 3 - \sqrt{x^2 - 8y}. \end{cases}$$
3. Записати множину розв'язків рівняння з частинними похідними:

$$x^2 z \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 z \frac{\partial z}{\partial y} = x + y.$$

4. Знайти поверхню, яка задовольняє рівняння $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x - 3y)$ і проходить через криву $x = 1$, $yz + 1 = 0$.

5. Дати бойову інтерпретацію та розв'язати задачу Коші, вказавши переможця в описаній моделі бойових дій (вважати, що початкові умови вимірюються в тисячах осіб):

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - 5y + 13e^{-t}, \\ \dot{y} = -x - 6y + e^{-t}, \end{cases} \quad x(0) = 11, \quad y(0) = 2.$$

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. *Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. 3-є видання, перероб. і доповн. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 528 с.
2. *Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О.* Диференціальні рівняння в задачах: Підручник. – К.: Либідь, 2003. – 502 с.
3. *Кривошея С. А., Перестюк Н. А., Бурим В. М.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
4. *Перестюк М. О., Свіщук М. Я.* Збірник задач з диференціальних рівнянь. – К.: Либідь, 2004. – 208 с.
5. *Маринець К. В.* Диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування. Частина I: Навч. посіб. – Ужгород: Вид-во УжНУ «Говерла», 2015. – 83 с.
6. *Маринець К. В.* Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь першого порядку. Частина II: Навч. посіб. – Ужгород: УжНУ, 2017. – 99 с.
7. *Маринець К. В.* Стійкість систем звичайних диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку. Частина III: Навч. посіб. – Ужгород: УжНУ, 2017. – 53 с.
8. *Филиппов А. Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 176 с.

Допоміжна література

1. *Головатий Ю. Д., Кирилич В. М., Лавренюк С. П.* Диференціальні рівняння: навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 407 с.
2. *Замалетдінова Ф. І.* Методи розв'язування диференціальних рівнянь. – Львів. Вид-во Львівського ун-ту, 1961. – 200 с.
3. *Ляшко І. І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., Калайда О. Ф.* Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1981 – 504 с.
4. *Шкіль М. І., Сотніченко М. А.* Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1992. – 304 с.
5. *Триш Б. М.* Практикум з вищої математики. Модуль 8. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 112 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій ДВНЗ «УжНУ»)
2. <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/29974> (електронні цикли лекцій, практичних занять та варіанти індивідуальних завдань в Інфо-центрі ДВНЗ «УжНУ»)

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)