

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан ФМЦТ

_____ /Маляр М. М./
« _____ » _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**РІВНЯННЯ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

Рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Прикладна інформатика
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «**Рівняння в частинних похідних та їх застосування**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика** спеціальності **113 Прикладна математика** освітньої програми «**Прикладна інформатика**».

Розробник:

Рего В. Л., старший викладач кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри ***диференціальних рівнянь та математичної фізики***

протокол № _____ від «_____» _____ 2021 р.

Завідувач кафедри _____ Маринець В. В.

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № _____ від «_____» _____ 2021 р.

Голова науково-методичної комісії _____ Мулеса О. Ю.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 6	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 180	3-й	–
Кількість модулів – 4	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 3	5, 6-й	–
	Лекції:	
	52 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	38 год.	–
Вид підсумкового контролю: залік, екзамен	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	90 год.	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Рівняння в частинних похідних та їх застосування» є дати здобувачам вищої освіти знання основ теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними (ДРЧП), навчити їх складати математичні моделі різних явищ природи, які приводять до задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП, знаходити розв'язки отриманих задач та давати їх фізичну інтерпретацію, вміти проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-01);

здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-02);

здатність бути критичним і самокритичним (ЗК-04);

здатність проведення досліджень на відповідному рівні (ЗК-05);

здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі (ФК-02);

здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень (ФК-03);

здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію (ФК-04);

здатність проектувати бази даних, інформаційні системи та ресурси (ФК-05);

здатність розв'язувати професійні задачі за допомогою комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж та Інтернету, в середовищі сучасних операційних систем, з використанням стандартних офісних додатків (ФК-06);

здатність експлуатувати та обслуговувати програмне забезпечення автоматизованих та інформаційних систем різного призначення (ФК-07);

здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних (ФК-13).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Рівняння в частинних похідних та їх застосування» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми:

ОК-2 Математичний аналіз

ОК-3 Алгебра і геометрія

ОК-11 Звичайні диференціальні рівняння та їх застосування

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Прикладна інформатика», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.	ПРН-01
Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь із частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.	ПРН-02
Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.	ПРН-03
Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.	ПРН-05
Поєднувати методи математичного та комп'ютерного моделювання з неформальними процедурами експертного аналізу для пошуку оптимальних рішень.	ПРН-08

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Рівняння в частинних похідних та їх застосування»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знання. Запам'ятовування та відтворення базових термінів, принципів і методів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними: основні типи ДРЧП другого порядку, їх канонічні форми та способи інтегрування; фізичні процеси, які приводять до ДРЧП; методи побудови розв'язків задач Коші,	ПРН-02

мішаних та крайових задач для ДРЧП та їх обґрунтування.	
Розуміння. Здатність визначати типи ДРЧП на підставі відповідних означень, встановлювати зв'язок між типами ДРЧП, їх канонічними формами та інтегровністю, подавати словесні формулювання в математичній формі й навпаки, прогнозувати майбутні розв'язки задач на підставі наявних даних.	ПРН-01
Застосування. Уміння: а) використовувати вивчений матеріал для зведення ДРЧП другого порядку до канонічного вигляду; побудови розв'язків інтегровних типів ДРЧП; побудови математичних моделей фізичних процесів, які приводять до ДРЧП; знаходження розв'язків задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП другого порядку; б) самостійно розв'язувати задачі теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.	ПРН-05 ПРН-05
Аналіз. Здатність: а) до виділення окремих змістових розділів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними; б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці результатами у рамках обмеженого часу.	ПРН-08 ПРН-03
Оцінка. Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, засновувати свої судження й умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.	ПРН-03
Синтез. Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, щоб обрати найдоцільніший шлях інтегрування рівнянь чи розв'язування задач Коші.	ПРН-08

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;

- модульні контрольні роботи;
- залік;
- екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань, аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: залік, екзамен.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота	Модульна контрольна робота	Сума
T1-4	60	100
40		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота	Модульна контрольна робота	Сума
T1-8	60	100
40		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 3)

Поточне оцінювання та самостійна робота	Модульна контрольна робота	Сума
T1-5	60	100
40		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 4)

Поточне оцінювання та самостійна робота	Модульна контрольна робота	Сума
T1-5	60	100
40		

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	1	20	1	20	1	20	1	20
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	1	20	1	20	1	20	1	20
Модульна контрольна робота	1	60	1	60	1	60	1	60
Разом		100		100		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 3 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 тестового характеру, інші – розрахункові. Завдання тестового характеру оцінюється в 10 балів. Розрахункові завдання, рівні за ступенем складності, оцінюються однаковою кількістю балів (по 25). Завдання різної складності оцінюються в межах 15-20 та 30-35 балів.

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— «**A**» («відмінно»/«зараховано», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («добре»/«зараховано», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «С» («добре»/«зараховано», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «D» («задовільно»/«зараховано», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «D» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «E» («задовільно»/«зараховано», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «E» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «FX» («незадовільно»/«незараховано», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «F» («незадовільно»/«незараховано», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Екзамен/залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно»/«зараховано» (E).

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Тема 1. Вступ. Основні поняття та визначення теорії ДРЧП.

Тема 2. Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду.

Тема 3. Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.

Тема 4. Інтегровні типи ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.

Модуль 2

Тема 1. Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливань струни.

Тема 2. Вільні та вимушені коливання нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик), метод Дюгамеля.

Тема 3. Задачі Коші для хвильового рівняння в просторі і на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона.

Тема 4. Постановка мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.

Тема 5. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є.

Тема 6. Вимушені коливання скінченної струни. Метод відокремлення змінних.

Тема 7. Загальна мішана задача для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.

Тема 8. Коливання прямокутної мембрани. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.

Модуль 3

Тема 1. Фізичні процеси, які приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.

Тема 2. Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.

Тема 3. Інтегрування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.

Тема 4. Задача Коші для рівняння теплопровідності. Формула Пуассона та її обґрунтування.

Тема 5. Поширення тепла в напівобмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.

Модуль 4

Тема 1. Фізичні процеси, які приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач.

Тема 2. Гармонічні функції та їх властивості. Теореми про розв'язки задач Діріхле і Неймана та їх застосування.

Тема 3. Крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних.

Тема 4. Існування розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та його обґрунтування. Інтеграл Пуассона.

Тема 5. Функція Гріна оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна. Інтегрування задачі Діріхле для кулі.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
5-й семестр						
Модуль 1						
1. Вступ. Основні поняття та означення теорії ДРЧП.		1				2
2. Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду.		4	1			4
3. Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.		1	1			4
4. Інтегровні типи ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.		2	2			6
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		8	6			16
Модуль 2						
1. Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливань струни. Математичні моделі в необмежених областях.		1				2
2. Вільні та вимушені коливання нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик), метод Дюгамеля.		4	2			4
3. Задачі Коші для хвильового рівняння в просторі й на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона.		2				4
4. Постановка мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод харак-		3	2			4

теристик, метод відбиттів.						
5. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є.		3	2			4
6. Вимушені коливання скінченої струни. Метод відокремлення змінних.		2	1			4
7. Загальна мішана задача для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.		2	1			4
8. Коливання прямокутної мембрани. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.		3				4
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		20	10			30
Разом за семестр		28	16			46
6-й семестр						
Модуль 3						
1. Фізичні процеси , які приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.		1				2
2. Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.		1				2
3. Інтегрування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.		4	5			12
4. Задача Коші для рівняння теплопровідності. Формула Пуассона та її обґрунтування.		2	1			6
5. Поширення тепла в напів-обмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.		2	2			6
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		10	10			22
Модуль 4						
1. Фізичні процеси , які приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач.		1				2

2. Гармонічні функції та їх властивості. Теореми про розв'язки задач Діріхле і Неймана та їх застосування.		2				2
3. Крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних.		3	4			6
4. Існування розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та його обґрунтування. Інтеграл Пуассона.		4	6			8
5. Функція Гріна оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна. Інтегрування задачі Діріхле для кулі.		4				4
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		14	12			22
Разом за семестр		24	22			44

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду. Канонічні форми лінійних ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними зі сталими коефіцієнтами.	2
2	Інтегровні типи ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними. Метод характеристик.	2
4	Вільні коливання нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик).	2
5	Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.	2
6	Мішані задачі для рівняння коливань струни. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є).	4
7	Мішані задачі для рівнянь параболічного типу. Метод Фур'є.	5
8	Задачі Коші для рівняння теплопровідності. Поширення тепла в напівобмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.	3
9	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних	4
10	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в кругових областях. Метод Фур'є	6
11	Модульні контрольні роботи	8
Разом		38

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	25
2	Виконання індивідуальних завдань	25
3	Підготовка до заліку	20
4	Підготовка до іспиту	20
Разом		90

6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модуля 1):

- Визначити тип та звести до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку:
 - $\sin^2 y u_{xx} + e^{2x} u_{yy} + 3u_x - 5u(x, y) = 0;$
 - $u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} - 5u_y + u_x(x, y) = 0.$
- Зінтегрувати ДРЧП: $x^3 u_{xx} + 2x^2 u_x - 2xu(x, y) = 0.$
- Знайти розв'язок задачі Коші: $u_{xy} + u_{xx} = 12;$ $u(1, y) = 0,$ $u_x(1, y) = 0.$

Зразок варіанту індивідуального завдання №2 (до модуля 2):

- Знайти закон вільних коливань однорідної нескінченної струни (записати формули, які описують профіль струни при $t > 0$ і закон руху точок струни з різними абсцисами), якщо початкова швидкість точок струни рівна нулеві, а початкове відхилення описується функцією

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 4, \\ 8 - 2x, & 0 < x \leq 4, \\ 8 + 2x, & -4 \leq x \leq 0. \end{cases}$$

- Накреслити профіль однорідної ($a = 1$) напівобмеженої струни з вільним кінцем при $t = 1, 2, 3, 4$, якщо коливання відбуваються тільки за рахунок початкової швидкості її точок, яка відмінна від нуля тільки на проміжку $[3; 5]$, де набуває значення $Q = const.$
- Дати фізичну інтерпретацію поставленої мішаної задачі та знайти її розв'язок:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 16u_{xx} + e^{-t} \sin \frac{7\pi}{10} x, \quad t > 0, \quad x \in (0; 5), \\ u(0, x) &= 0, \quad u_t(0, x) = 0, \quad x \in [0; 5], \\ u(t, 0) &= 0, \quad u_x(t, 5) = 0, \quad t \geq 0. \end{aligned}$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №3 (до модуля 3):

- В однорідному ізотропному стержні довжини l обидва кінці та бічна поверхня теплоізовані, а початкова температура стержня стала й рівна

U_0 . Теплообмін вільний. Знайти розподіл температури в стержні при $t > 0$.

2. Зінтегрувати мішані задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:

а) $u_t = 0,25u_{xx} + 2\sin t \cos 6\pi x$, $t > 0$, $x \in (0;2)$,

$$u(0, x) = 0, \quad x \in [0;2],$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad u_x(t, 2) = 0, \quad t \geq 0.$$

б) $u_t = 0,25u_{xx}$, $t > 0$, $x > 0$,

$$u(0, x) = e^{-x^2} - 1, \quad x \geq 0,$$

$$u(t, 0) = 0, \quad t \geq 0.$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №4 (до модуля 4):

1. Визначити прогин мембрани, яка має форму півкруга радіуса a , якщо прямолінійний край мембрани нерухомо закріплений, а на дузі задане відхилення $A \sin 4\varphi$, де $A = const$.

2. Зінтегрувати крайові задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:

а) $\Delta u(x, y) = 0$, $x > 0$, $0 < y < b$,

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u(x, b) = 0, \quad x \geq 0;$$

$$u(0, y) = A(y^2 - b^2), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq b.$$

б) $\Delta u(\rho, \varphi) = 12\rho^2 \cos 2\varphi$, $a < \rho < b$, $0 \leq \varphi < 2\pi$;

$$u(a, \varphi) = 0, \quad u_\rho(b, \varphi) = 0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
2. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. I. – Ужгород: Говерла, 2006. – 96 с.
3. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. II. – Ужгород: Говерла, 2009. – 92 с.
4. Маринець В.В., Пагіря М.М., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять для студентів IV та V курсів заочного відділення математичного факультету). – Ужгород: УжНУ, 2001. – 82 с.
5. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 334 с.
6. Перестюк М.О., Маринець В.В., Рего В.Л. Збірник задач з математичної фізики. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2012. – 245 с.

7. *Петровский И.Г.* Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Физматгиз, 1961. – 400 с.
8. *Смирнов М.М.* Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1975. – 128 с.
9. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 724 с.

Допоміжна література

1. *Бицадзе А.В., Калининко Б.Ф.* Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985. – 310 с.
2. *Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Сборник задач по математической физике. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
3. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
4. *Комеч А.И.* Практическое решение уравнений математической физики. – М.: МГУ, 1986. – 160 с.
5. *Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – М.: Наука, 1964. – 208 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій Ужгородського Національного університету)
2. <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/30100> (електронні цикли лекцій, практичних занять та варіанти індивідуальних завдань в Інфо-центрі ДВНЗ «УжНУ»)

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)