

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Декан ФМЦТ

\_\_\_\_\_ /Повідайчик М.М./

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Рівень вищої освіти	<b>перший (бакалавр)</b>
Галузь знань	<b>12 Інформаційні технології</b>
Спеціальність	<b>124 Системний аналіз</b>
Освітня програма	<b>Системний аналіз</b>
Статус дисципліни	<b>обов'язкова</b>
Мова навчання	<b>українська</b>

Робоча програма навчальної дисципліни «**Рівняння математичної фізики**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **12 Інформаційні технології** спеціальності **124 Системний аналіз** освітньої програми «**Системний аналіз**».

**Розробник:**

Маринець В.В., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри ***диференціальних рівнянь та математичної фізики***

протокол № від 25 червня 2020 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Маринець В.В.

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № 8 від 3 липня 2020 р.

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Мулеса О.Ю.

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

<b>Найменування показників</b>	<b>Розподіл годин за навчальним планом</b>	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 5	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 150	4-й	–
Кількість модулів – 2	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання:  аудиторних – 4  самостійної роботи студента – 5	7-й	–
	Лекції:	
	36 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	32 год.	–
Вид підсумкового контролю: залік	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	82 год.	–

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Рівняння математичної фізики**» є формування системи знань, умінь і навиків для успішного їх використання в майбутній практично-науковій професійній діяльності, зокрема: вміння складати математичні моделі процесів різної природи у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних 2-го порядку; вміння розв'язувати та досліджувати одержані математичні моделі (задачі Коші, Гурса, мішані та крайові задачі), давати аналіз одержаних результатів та їх фізичну інтерпретацію; формування навиків самостійної роботи з науковою літературою, вивчення методів дослідження і розв'язання прикладних задач.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (**ЗК01**);

знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності (**ЗК04**);

здатність генерувати нові ідеї (креативність) (**ЗК11**);

здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів (**ФК03**);

здатність до комп'ютерної реалізації математичних моделей реальних систем і процесів; проектувати, застосовувати і супроводжувати програмні засоби моделювання, прийняття рішень, оптимізації, обробки інформації, інтелектуального аналізу даних (**ФК06**);

здатність працювати з математикою у міждисциплінарному контексті (**ФК12**).

## 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «**Рівняння математичної фізики**» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми:

ОК 5 Математичний аналіз

ОК 6 Алгебра і геометрія

ОК 7 Диференціальні рівняння

## 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Системний аналіз**», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

<b>Програмні результати навчання</b>	<b>Шифр ПРН</b>
Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.	<b>ПР04</b>
Оволодіння належними робочими навичками працювати самостійно (кваліфікаційна робота), або в групі (лабораторні роботи), уміння отримати результат у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.	<b>ПР18</b>

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Рівняння математичної фізики**»:

<b>Очікувані результати навчання з дисципліни</b>	<b>Шифр ПРН</b>
<b>Знання.</b> Володіння основною термінологією теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП), принципами та методами їх розв'язання: класифікація ДРЧП другого порядку, їх канонічні форми та способи інтегрування; фізичні процеси, які приводять до ДРЧП; методи побудови розв'язків задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП та їх обґрунтування.	<b>ПР04</b>
<b>Розуміння.</b> Здатність математично описувати процеси різної природи та розв'язувати відповідні математичні моделі і давати аналіз одержаних результатів.	<b>ПР04</b>
<b>Застосування.</b> Уміння: а) використовувати вивчений матеріал для побудови розв'язків деяких класів лінійних ДРЧП другого порядку методом характеристик; знаходження розв'язків задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП та їх обґрунтування; б) самостійно розв'язувати задачі теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.	<b>ПР04</b>  <b>ПР18</b>
<b>Аналіз.</b> Здатність: а) до виділення окремих змістових розділів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними; б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці результатами у рамках обмеженого часу.	<b>ПР04</b>  <b>ПР18</b>
<b>Оцінка.</b> Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, засновувати свої судження й	<b>ПР18</b>

умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.	
<b>Синтез.</b> Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, щоб обрати найоптимальніший шлях розв'язання задач Гурса, Коші, мішаних та крайових задач.	<b>ПР04</b>

## **5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ**

### **Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- залік;

### **Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань, аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: залік.

### **Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)**

<b>Поточне оцінювання та самостійна робота</b>			<b>Модульна контрольна робота</b>	<b>Сума</b>
T1-5	T6-10	T11-15	60	100
10	10	20		

### **Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)**

<b>Поточне оцінювання та самостійна робота</b>		<b>Модульна контрольна робота</b>	<b>Сума</b>
T1-7	T8-18	60	100
20	20		

## Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	3	30	2	30
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	1	10	1	10
Модульна контрольна робота	1	60	1	60
<b>Разом</b>		<b>100</b>		<b>100</b>

### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 3 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 теоретичного характеру, інші – розрахункові. Завдання теоретичного характеру оцінюється в межах 18-20 балів в залежності від його складності. Розрахункові завдання, рівні за ступенем складності, оцінюються однаковою кількістю балів в межах від 20 до 22 в залежності від кількості балів за теоретичне питання. Завдання різної складності оцінюються в межах 18-22 балів.

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— «**A**» («зараховано», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («зараховано», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систе-

матичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «**C**» («зараховано», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» («зараховано», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**D**» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**E**» («зараховано», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**E**» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**FX**» («незараховано», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «**F**» («незараховано», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «зараховано» (**E**).



## 6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 6.1. Зміст навчальної дисципліни

#### Модуль 1

- Тема 1.** Вступ. Основні поняття та визначення теорії ДРЧП.
- Тема 2.** Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду.
- Тема 3.** Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.
- Тема 4.** Класифікація ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінними.
- Тема 5.** Інтегровні типи ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.
- Тема 6.** Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливань струни. Математичні моделі в необмежених областях.
- Тема 7.** Вільні коливання нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик). Фізична інтерпретація розв'язку задачі Коші для рівняння вільних коливань струни.
- Тема 8.** Вимушені коливання нескінченної струни. Принцип Дюгамеля.
- Тема 9.** Задачі Коші для хвильового рівняння в просторі і на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона.
- Тема 10.** Єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. Коректність постановки задачі Коші.
- Тема 11.** Постановка мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.
- Тема 12.** Метод відокремлення змінних для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є. Фізична інтерпретація розв'язку мішаної задачі.
- Тема 13.** Вимушені коливання скінченної струни. Метод відокремлення змінних.
- Тема 14.** Загальна мішана задача для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.
- Тема 15.** Коливання прямокутної мембрани. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.

#### Модуль 2

- Тема 1.** Фізичні процеси, які приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.
- Тема 2.** Принцип максимуму для розв'язків неоднорідного рівняння теплопровідності та наслідки з нього.
- Тема 3.** Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.
- Тема 4.** Інтегрування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.
- Тема 5.** Процеси дифузії та поширення тепла в необмежених областях. Постановка задачі Коші та єдиність її розв'язку.

- Тема 6.** Існування розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкової температури та інтенсивності джерел тепла.
- Тема 7.** Поширення тепла в напівобмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.
- Тема 8.** Фізичні процеси, які приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач.
- Тема 9.** Оператор Лапласа в полярній, циліндричній та сферичній системах координат. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.
- Тема 10.** Принцип мінімакса для гармонічних функцій та наслідки з нього. Теореми про єдиність і неперервну залежність від крайової умови розв'язку задачі Діріхле.
- Тема 11.** Крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних.
- Тема 12.** Існування розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та його обґрунтування. Інтеграл Пуассона.
- Тема 13.** Формули Гріна та наслідки з них.
- Тема 14.** Основна формула теорії гармонічних функцій та наслідки з неї. Теорема про середнє значення для гармонічних функцій.
- Тема 15.** Теореми Гарнака про послідовності гармонічних функцій. Теорема Ліувілля.
- Тема 16.** Функція Гріна оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна.
- Тема 17.** Інтегрування задачі Діріхле для кулі. Формула Пуассона та наслідки з неї.
- Тема 18.** Розв'язки внутрішньої та зовнішньої задач Неймана для сфери. Теорема про єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана.

## 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>7-й семестр</b>						
<b>Модуль 1</b>						
<b>1. Вступ.</b> Основні поняття та означення теорії ДРЧП. короткі відомості з історії ДРЧП.		1				1

<b>2. Квазілінійні ДРЧП</b> другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду. Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.		2	3			2
<b>3. Класифікація</b> ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінними.		1	1			4
<b>4. Інтегровні типи</b> ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.			1			3
<b>5. Фізичні процеси</b> , що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливань струни, мембрани, поширення звукових хвиль. Математичні моделі в необмежених областях.		1				4
<b>6. Вільні коливання</b> нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик). Фізична інтерпретація розв'язку задачі Коші для рівняння вільних коливань струни.		2	1,5			2
<b>7. Вимушені коливання</b> нескінченної струни. Принцип Дюгамеля.		1	1			4
<b>8. Задачі Коші</b> для хвильового рівняння в просторі й на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона. Принцип Гюйгенса.		2	1			5,5
<b>9. Єдиність розв'язку</b> задачі Коші для хвильового рівняння. Коректність постановки задачі Коші.		1				2
<b>10. Постановка</b> мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.		1,5	1			2
<b>11. Метод відокремлення</b> змінних для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є. Фізична інтерпретація розв'язку мішаної задачі.		2	1,5			2
<b>12. Загальна мішана задача</b> для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.		2	1			5
<b>15. Коливання</b> прямокутної мембра-		2	2			4

ни. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.						
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		18,5	14			40,5
<b>Модуль 2</b>						
<b>1. Фізичні процеси, які</b> приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.		1				1,5
<b>2. Принцип максимуму</b> для розв'язків неоднорідного рівняння теплопровідності та наслідки з нього. Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.		1				4
<b>3. Інтегрування</b> першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.		1	6			6
<b>4. Процеси</b> дифузії та поширення тепла в необмежених областях. Постановка задачі Коші та єдиність її розв'язку.		1,5				2
<b>5. Існування</b> розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкової температури та інтенсивності джерел тепла. Поширення тепла в напівобмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.		2	3			4
<b>6. Фізичні процеси, які</b> приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.		2				2
<b>7. Принцип мінімакса</b> для гармонічних функцій та наслідки з нього. Теореми про єдиність і неперервну залежність від крайової умови розв'язку задачі Діріхле.		1				2
<b>8. Існування</b> розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та		3	6			9

його обґрунтування. Інтеграл Пуассона. Формули Гріна та наслідки з них.					
<b>9. Основна формула</b> теорії гармонічних функцій та наслідки з неї. Теорема про середнє значення для гармонічних функцій.		1			2
<b>10. Теорема Гарнака</b> про послідовності гармонічних функцій. Теорема Ліувілля.		1			2
<b>11. Функція Гріна</b> оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна. Інтегрування задачі Діріхле для кулі. Формула Пуассона та наслідки з неї.		2	2		3
<b>12. Розв'язки</b> внутрішньої та зовнішньої задач Неймана для сфери. Теорема про єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана.		1	1		2
Модульна контрольна робота			2		
Разом за модуль		17,5	18		41,5
<b>Разом за семестр</b>		<b>36</b>	<b>32</b>		<b>82</b>

### 6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду. Канонічні форми лінійних ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними зі сталими коефіцієнтами.	3
2	Класифікація ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінними.	1
3	Інтегровні типи ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними. Метод характеристик.	1
4	Вільні коливання нескінченної струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик). Фізична інтерпретація розв'язку задачі Коші для рівняння вільних коливань струни. Формули Кірхгофа та Пуассона.	3,5
5	Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.	1
6	Мішані задачі для рівняння коливань струни. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є).	2,5

7	Мішані задачі для рівняння коливань прямокутної мембрани. Метод відокремлення змінних.	2
8	Мішані задачі для рівнянь параболічного типу. Метод Фур'є.	6
9	Задачі Коші для рівняння теплопровідності.	2
10	Поширення тепла в напівобмеженому стержні з теплоізолюваною бічною поверхнею.	1
11	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних	3
12	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в кругових областях. Метод Фур'є	3
13	Функція Гріна оператора Лапласа та її застосування. Задачі Діріхле та Неймана у випадку кулі.	3
<b>Разом</b>		<b>32</b>

#### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Робота над теоретичною частиною дисципліни	35
2	Виконання індивідуальних завдань	35
3	Підготовка до заліку	12
<b>Разом</b>		<b>82</b>

#### 6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модулю 1):

Визначити тип та звести до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку:

- $u_{yy} + 4e^{2y}u_{xy} + u_y - u_x(x, y) - e^x = 0.$
- $u_{xx} + 2xu_{xy} + x^2u_{yy} + xu_x + yu_y(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$
- $\sin^2 y \cdot u_{xx} + e^{2x}u_{yy} + 3u_x - 5u(x, y) = 0.$
- $u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} - 5u_y + u_x(x, y) = 0.$
- $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} - 5u_y + u_x(x, y) = 0.$

Зразок варіанту індивідуального завдання №2 (до модулю 1):

- Зінтегрувати ДРЧП:  $x^3u_{xx} + 2x^2u_x - 2xu(x, y) = 0.$
- Знайти розв'язок задачі Коші:  $u_{xy} + u_{xx} = 12;$   $u(1, y) = 0,$   $u_x(1, y) = 0.$
- Знайти закон вільних коливань однорідної нескінченної струни (записати формули, які описують профіль струни при  $t > 0$  і закон руху точок струни з різними абсцисами, якщо початкова швидкість точок струни рівна нулеві, а початкове відхилення описується функцією

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 4, \\ 8 - 2x, & 0 < x \leq 4, \\ 8 + 2x, & -4 \leq x \leq 0. \end{cases}$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №3 (до модулю 1):

1. Накреслити профіль однорідної ( $a = 1$ ) напівобмеженої струни з вільним кінцем при  $t = 1, 2, 3, 4$ , якщо коливання відбуваються тільки за рахунок початкової швидкості її точок, яка відмінна від нуля тільки на проміжку  $[3; 5]$ , де набуває значення  $Q = \text{const}$ .
2. Дати фізичну інтерпретацію поставленої мішаної задачі та знайти її розв'язок:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 16u_{xx} + e^{-t} \sin \frac{7\pi}{10} x, & t > 0, & x \in (0; 5), \\ u(0, x) &= 0, & u_t(0, x) &= 0, & x \in [0; 5], \\ u(t, 0) &= 0, & u_x(t, 5) &= 0, & t \geq 0. \end{aligned}$$

3. Нехтуючи реакцією навколишнього середовища, визначити поперечні коливання прямокутної мембрани  $x \in [0; b]$ ,  $y \in [0; c]$  з нерухомо закріпленим краєм, якщо коливання викликані неперервно розподіленою по мембрані поперечною силою з густиною  $f(t, x, y) = e^{-t} x(x - b) \sin \frac{2\pi}{c} y$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №4 (до модулю 2):

1. В однорідному ізотропному стержні довжини  $l$  обидва кінці та бічна поверхня теплоізолювані, а початкова температура стержня стала й рівна  $U_0$ . Теплообмін вільний. Знайти розподіл температури в стержні при  $t > 0$ .
2. Зінтегрувати мішані задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:
  - а)  $u_t = 0,25u_{xx} + 2 \sin t \cos 6\pi x$ ,  $t > 0$ ,  $x \in (0; 2)$ ,

$$\begin{aligned} u(0, x) &= 0, & x \in [0; 2], \\ u_x(t, 0) &= 0, & u_x(t, 2) = 0, & t \geq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } u_t &= a^2 \Delta u + trR^{-2}, & 0 < t < T, & 0 < r < R & (r^2 = x^2 + y^2 + z^2); \\ u(0, r) &= 0, & 0 \leq r \leq R; \\ u(t, R) &= 0,5t^2, & 0 \leq t < T. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } u_t &= 0,25u_{xx}, & t > 0, & x > 0, \\ u(0, x) &= e^{-x^2} - 1, & x \geq 0, \\ u(t, 0) &= 0, & t \geq 0. \end{aligned}$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №5 (до модулю 2):

1. Визначити прогин мембрани, яка має форму півкруга радіуса  $a$ , якщо прямолінійний край мембрани нерухомо закріплений, а на дузі задане відхилення  $A \sin 4\varphi$ , де  $A = \text{const}$ .
2. Зінтегрувати крайові задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:

а)  $\Delta u(x, y) = 0, \quad x > 0, \quad 0 < y < b,$

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u(x, b) = 0, \quad x \geq 0;$$

$$u(0, y) = A(y^2 - b^2), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq b.$$

б)  $\Delta u(\rho, \varphi) = 12\rho^2 \cos 2\varphi, \quad a < \rho < b, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi;$

$$u(a, \varphi) = 0, \quad u_\rho(b, \varphi) = 0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Варіанти індивідуальних завдань подані в навчальних посібниках, вказаних у списку основної літератури: [2] (№1-3), [3] (№4-5) і [6] (№1-5).

## 7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

### Основна література

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
2. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. I. – Ужгород: Говерла, 2006. – 96 с.
3. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. II. – Ужгород: Говерла, 2009. – 92 с.
4. Маринець В.В., Пагіря М.М., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять для студентів IV та V курсів заочного відділення математичного факультету). – Ужгород: УжНУ, 2001. – 82 с.
5. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2017. – 520 с.
6. Перестюк М.О., Маринець В.В., Рего В.Л. Збірник задач з математичної фізики. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2012. – 245 с.
7. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Физматгиз, 1961. – 400 с.
8. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1975. – 128 с.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 724 с.

### Допоміжна література

1. Бицадзе А.В., Калиниченко Б.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985. – 310 с.



2. *Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Сборник задач по математической физике. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
3. *Перестюк М.О., Маринець В.В.* Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2006. – 424 с.
4. *Комеч А.И.* Практическое решение уравнений математической физики. – М.: МГУ, 1986. – 160 с.
5. *Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – М.: Наука, 1964. – 208 с.

### **Інформаційні ресурси в мережі Інтернет**

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій Ужгородського Національного університету)

**Результати перегляду  
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Маринець В.В.  
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_/ 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)