

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан ФМЦТ

_____ /Маляр М. М./
« _____ » _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «**Рівняння математичної фізики**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика** спеціальності **111 Математика** освітньої програми «**Математика**».

Розробник:

Рого В. Л., старший викладач кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *диференціальних рівнянь та математичної фізики*

протокол № _____ від «_____» _____ 2021 р.

Завідувач кафедри _____ Маринець В. В.

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № _____ від «_____» _____ 2021 р.

Голова науково-методичної комісії _____ Мулеса О. Ю.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 8	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 240	3-й	–
Кількість модулів – 4	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3,5 самостійної роботи студента – 3,5	5, 6-й	–
	Лекції:	
	60 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	60 год.	–
Вид підсумкового контролю: залік, екзамен	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	120 год.	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики» є дати здобувачам вищої освіти знання основ теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними (ДРЧП), навчити їх складати математичні моделі різних явищ природи, які приводять до задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП, знаходити розв'язки отриманих задач та давати їх фізичну інтерпретацію, вміти проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів (ЗК-01);

знання та розуміння предметної області та розуміння професії, основних концепцій, базових математичних понять (ЗК-02);

здатність спілкуватися (першою) рідною мовою, вміння правильно, логічно, ясно будувати своє усне й писемне мовлення (ЗК-03);

здатність вчитися і бути сучасно навченим, до самоосвіти, постійного підвищення кваліфікації (ЗК-04);

здатність визначати, формулювати та розв'язувати проблеми, приймати обґрунтовані рішення (ЗК-06);

володіти глибокими знаннями елементарної математики та здатність їх чіткого застосування до вирішення проблем (ФК-01);

здатність побудувати та розвивати логічні математичні аргументи з чітким поданням припущень та висновків щодо них (ФК-02);

здатність до логічного математичного мислення (ФК-03);

здатність осмислювати проблеми, абстрактні основи проблем та формулювати проблеми у математичній та символній формі для полегшення їх аналізу та вирішення, та зрозуміти, як математичні процеси можуть бути застосовані до них (ФК-05);

здатність до вибору та застосування відповідних математичних процесів (ФК-06);

здатність до оформлення експериментальних та емпіричних досліджень, а також аналізу даних, отриманих від них (ФК-07).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми (у дужках вказані шифри дисциплін згідно з освітньою програмою «Математика», затвердженою в 2016 році):

ОК-5 Математичний аналіз функції однієї змінної (ННД 1.02.01)

- ОК-6 Математичний аналіз функцій багатьох змінних (ННД 1.02.02)
 ОК-7 Алгебра (ННД 1.02.03)
 ОК-8 Лінійна алгебра (ННД 1.02.04)
 ОК-10 Диференціальні рівняння (ННД 1.02.06)
 ОК-19 Функціональний аналіз (ННД 1.03.10)

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Математика», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Здатність продемонструвати знання та розуміння основного комплексу знань за навчальною програмою. Рівень знань цих основ повинен бути базовим, тобто рівнем, необхідним для роботи в традиційних сферах застосування, але не настільки високим, щоб виконувати дослідження на сучасному етапі науки.	ПРН-01
Здатність продемонструвати знання та розуміння розділів математики, таких як: математичний аналіз, алгебра, диференціальні рівняння, аналітична геометрія, теорія ймовірностей, функціональний аналіз, топологія та інші.	ПРН-02
Здатність до образного мислення, вміння моделювати та розв'язувати поставлені задачі аналітичним методом в різних областях математики та практики, бути підготовленим до використання в подальших навчальних курсах, розвиток логічного та аналітичного мислення, вміння обґрунтовувати та чітко формулювати висновки.	ПРН-06
Здатність застосувати набуті знання та навички розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь в частинних похідних в інших галузях математики.	ПРН-07
Вміти будувати математичні моделі фізичних процесів, які приводять до диференціальних рівнянь із частинними похідними та проводити дослідження реальних процесів на підставі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.	ПРН-08

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
<p>Знання. Запам'ятовування та відтворення базових термінів, принципів і методів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними: основні типи ДРЧП другого порядку, їх канонічні форми та способи інтегрування; фізичні процеси, які приводять до ДРЧП; методи побудови розв'язків задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП та їх обґрунтування.</p>	ПРН-01
<p>Розуміння. Здатність визначати типи ДРЧП на підставі відповідних означень, встановлювати зв'язок між типами ДРЧП, їх канонічними формами та інтегровністю, подавати словесні формулювання в математичній формі й навпаки, прогнозувати майбутні розв'язки задач на підставі наявних даних.</p>	ПРН-06
<p>Застосування. Уміння:</p> <p>а) використовувати вивчений матеріал для зведення ДРЧП другого порядку до канонічного вигляду; побудови розв'язків інтегровних типів ДРЧП; побудови математичних моделей фізичних процесів, які приводять до ДРЧП; знаходження розв'язків задач Коші, мішаних та крайових задач для ДРЧП другого порядку;</p> <p>б) самостійно розв'язувати задачі теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.</p>	ПРН-08
<p>Аналіз. Здатність:</p> <p>а) до виділення окремих змістових розділів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними;</p> <p>б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці результатами у рамках обмеженого часу.</p>	ПРН-07
<p>Оцінка. Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, засновувати свої судження й умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.</p>	ПРН-06
<p>Синтез. Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, щоб обрати найдоцільніший шлях інтегрування рівнянь чи розв'язування задач Коші.</p>	ПРН-02

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- залік;
- екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань, аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: залік, екзамен.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-4	T5-10	60	100
20	20		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-7		60	100
40			

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 3)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1-7		60	100
40			

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 4)

Поточне оцінювання та самостійна робота	Модульна контрольна робота	Сума
T1-13	60	100
40		

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	2	20	1	20	1	20	1	20
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	2	20	1	20	1	20	1	20
Модульна контрольна робота	1	60	1	60	1	60	1	60
Разом		100		100		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 3 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 тестового характеру, інші – розрахункові. Завдання тестового характеру оцінюється в 10 балів. Розрахункові завдання, рівні за ступенем складності, оцінюються однаковою кількістю балів (по 25). Завдання різної складності оцінюються в межах 15-20 та 30-35 балів.

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— «А» («відмінно»/«зараховано», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з

додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («добре»/«зараховано», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «**C**» («добре»/«зараховано», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» («задовільно»/«зараховано», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**D**» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**E**» («задовільно»/«зараховано», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**E**» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**FX**» («незадовільно»/«незараховано», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «**F**» («незадовільно»/«незараховано», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Екзамен/залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно»/«зараховано» (**E**).

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

- Тема 1.** Вступ. Основні поняття та означення теорії ДРЧП.
- Тема 2.** Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду.
- Тема 3.** Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.
- Тема 4.** Класифікація ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінними.
- Тема 5.** Інтегровні типи ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.
- Тема 6.** Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливань струни. Математичні моделі в необмежених областях.
- Тема 7.** Вільні коливання необмеженої струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик). Фізична інтерпретація розв'язку задачі Коші для рівняння вільних коливань струни.
- Тема 8.** Вимушені коливання необмеженої струни. Принцип Дюгамеля.
- Тема 9.** Задачі Коші для хвильового рівняння в просторі і на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона.
- Тема 10.** Єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. Коректність постановки задачі Коші.

Модуль 2

- Тема 1.** Постановка мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.
- Тема 2.** Метод відокремлення змінних для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є. Фізична інтерпретація розв'язку мішаної задачі.
- Тема 3.** Вимушені коливання скінченої струни. Метод відокремлення змінних.
- Тема 4.** Загальна мішана задача для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.
- Тема 5.** Коливання прямокутної мембрани. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.
- Тема 6.** Формальна схема методу відокремлення змінних для рівнянь гіперболічного типу. Задача Штурма-Ліувілля. Основні властивості власних значень і власних функцій. Функція Гріна задачі Штурма-Ліувілля та її застосування.
- Тема 7.** Обґрунтування методу відокремлення змінних для рівнянь гіперболічного типу.

Модуль 3

- Тема 1.** Фізичні процеси, які приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.

- Тема 2.** Принцип максимуму для розв'язків неоднорідного рівняння теплопровідності та наслідки з нього.
- Тема 3.** Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.
- Тема 4.** Інтегрування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.
- Тема 5.** Процеси дифузії та поширення тепла в необмежених областях. Постановка задачі Коші та єдиність її розв'язку.
- Тема 6.** Існування розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкової температури та інтенсивності джерел тепла.
- Тема 7.** Поширення тепла в напівобмеженому стрижні з теплоізолюваною бічною поверхнею.

Модуль 4

- Тема 1.** Фізичні процеси, які приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач.
- Тема 2.** Оператор Лапласа в полярній, циліндричній та сферичній системах координат. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.
- Тема 3.** Принцип мінімакса для гармонічних функцій та наслідки з нього. Теореми про єдиність і неперервну залежність від крайової умови розв'язку задачі Діріхле.
- Тема 4.** Крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних.
- Тема 5.** Існування розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та його обґрунтування. Інтеграл Пуассона.
- Тема 6.** Формули Гріна та наслідки з них.
- Тема 7.** Основна формула теорії гармонічних функцій та наслідки з неї. Теорема про середнє значення для гармонічних функцій.
- Тема 8.** Теореми Гарнака про послідовності гармонічних функцій. Теорема Ліувілля.
- Тема 9.** Функція Гріна оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна.
- Тема 10.** Інтегрування задачі Діріхле для кулі. Формула Пуассона та наслідки з неї.
- Тема 11.** Розв'язки внутрішньої та зовнішньої задач Неймана для сфери. Теорема про єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана.
- Тема 12.** Потенціали об'єму, простого та подвійного шару та їх властивості. Логарифмічний потенціал.
- Тема 13.** Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до інтегральних рівнянь.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
5-й семестр						
Модуль 1						
1. Вступ. Основні поняття та означення теорії ДРЧП.		1				2
2. Квазілінійні ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними, їх класифікація та зведення до канонічного вигляду.		2	2			4
3. Канонічні форми лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.		1	2			3
4. Класифікація ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінними.		2	2			4
5. Інтегровні типи ДРЧП другого порядку. Метод характеристик.		2	4			6
6. Фізичні процеси , що приводять до ДРЧП гіперболічного типу. Рівняння коливачь струни. Математичні моделі в необмежених областях.		2				2
7. Вільні коливання необмеженої струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик). Фізична інтерпретація розв'язку задачі Коші для рівняння вільних коливачь струни.		2	2			4
8. Вимушені коливання необмеженої струни. Принцип Дюгамеля.		1	1			2
9. Задачі Коші для хвильового рівняння в просторі і на площині. Формули Кірхгофа та Пуассона.		2	1			3
10. Єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. Коректність постановки задачі Коші.		1				2
Модульна контрольна робота			2			

Разом за модуль		16	16			32
Модуль 2						
1. Постановка мішаних задач для хвильових рівнянь. Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.		2	4			6
2. Метод відокремлення змінних для рівняння вільних коливань струни. Обґрунтування методу Фур'є. Фізична інтерпретація розв'язку мішаної задачі.		2	2			4
3. Вимушені коливання скінченої струни. Метод відокремлення змінних.		2	2			4
4. Загальна мішана задача для рівняння коливань струни. Мішана задача зі стаціонарними неоднорідностями.		2	2			4
5. Коливання прямокутної мембрани. Єдиність розв'язку мішаної задачі для хвильового рівняння. Коректність постановки мішаних задач.		2	2			4
6. Формальна схема методу відокремлення змінних для рівнянь гіперболічного типу. Задача Штурма-Ліувілля. Основні властивості власних значень і власних функцій. Функція Гріна задачі Штурма-Ліувілля та її застосування.		3				4
7. Обґрунтування методу відокремлення змінних для рівнянь гіперболічного типу.		1				2
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		14	14			28
Разом за семестр		30	30			60
6-й семестр						
Модуль 3						
1. Фізичні процеси , які приводять до рівнянь параболічного типу. Рівняння теплопровідності. Рівняння дифузії.		1				2
2. Принцип максимуму для розв'язків неоднорідного рівняння		1				2

теплопровідності та наслідки з нього.					
3. Постановка мішаних задач для рівняння теплопровідності. Єдиність розв'язку мішаних задач.		2			2
4. Інтегрування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Метод Фур'є.		2	4		6
5. Процеси дифузії та поширення тепла в необмежених областях. Постановка задачі Коші та єдиність її розв'язку.		1			1
6. Існування розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. Неперервна залежність розв'язку задачі Коші від початкової температури та інтенсивності джерел тепла.		2	2		4
7. Поширення тепла в напівобмеженому стрижні з теплоізолюваною бічною поверхнею.		1	2		3
Модульна контрольна робота			2		
Разом за модуль		10	10		20
Модуль 4					
1. Фізичні процеси , які приводять до рівнянь еліптичного типу. Постановка крайових задач.		1			1
2. Оператор Лапласа в полярній, циліндричній та сферичній системах координат. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.		1			1
3. Принцип мінімакса для гармонічних функцій та наслідки з нього. Теореми про єдиність і неперервну залежність від крайової умови розв'язку задачі Діріхле.		2			2
4. Крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних.			6		6
5. Існування розв'язку задачі Діріхле для круга. Метод Фур'є та його обґрунтування. Інтеграл Пуассона.		4	8		12
6. Формули Гріна та наслідки з них.		1			1
7. Основна формула теорії гармонічних функцій та наслідки з неї.		1			2

Теорема про середнє значення для гармонічних функцій.					
8. Теореми Гарнака про послідовності гармонічних функцій. Теорема Ліувілля.		2			2
9. Функція Гріна оператора Лапласа та її властивості. Подання розв'язку задачі Діріхле за допомогою функції Гріна.		2	2		4
10. Інтегрування задачі Діріхле для кулі. Формула Пуассона та наслідки з неї.		2			2
11. Розв'язки внутрішньої та зовнішньої задач Неймана для сфери. Теорема про єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана.		2			2
12. Потенціали об'єму , простого та подвійного шару та їх властивості. Логарифмічний потенціал.		1	2		3
13. Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до інтегральних рівнянь.		1			2
Модульна контрольна робота			2		
Разом за модуль		20	20		40
Разом за семестр		30	30		60

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Класифікація та зведення до канонічного вигляду квазілінійних ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними.	2
2	Канонічні форми лінійних ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними зі сталими коефіцієнтами.	2
3	Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку з багатьма незалежними змінним.	2
4	Інтегровні типи ДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними. Метод характеристик.	4
5	Вільні коливання необмеженої струни. Метод поширення хвиль (метод характеристик).	2
6	Вимушені коливання необмеженої струни. Задачі Коші для хвильового рівняння на площині та у просторі.	2
7	Мішані задачі для напівобмеженої струни: метод характеристик, метод відбиттів.	4

8	Мішані задачі для рівняння коливань струни. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є).	6
9	Колівання прямокутної мембрани. Метод відокремлення змінних.	2
10	Мішані задачі для рівнянь параболічного типу. Метод Фур'є.	4
11	Задачі Коші для рівняння теплопровідності. Поширення тепла в напівобмеженому стрижні з теплоізолюваною бічною поверхнею.	4
12	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в прямокутних областях. Метод відокремлення змінних	6
13	Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона в кругових областях (круг, кільце, круговий сектор, криволінійний прямокутник). Метод Фур'є	8
14	Функція Гріна оператора Лапласа та її застосування. Розв'язування крайових задач для рівнянь еліптичного типу за допомогою потенціалів.	4
15	Модульні контрольні роботи	8
Разом		60

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	30
2	Виконання індивідуальних завдань	30
3	Підготовка до заліку	30
4	Підготовка до іспиту	30
Разом		120

6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модуля 1):

- З'ясувати, чи є наведені нижче рівності ДРЧП, та дати їх повне визначення:

а) $\operatorname{tg}^2 u_{x^3} - (\cos u_{x^3})^{-2} + 5u(x, y) - \operatorname{tg}(xy) + 1 = 0;$

б) $u_{x^2 y^3} + 4(u_{x^3})^{10} \cdot u(x, y) - x^3 y = 0.$

- Визначити тип та звести до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку:

а) $\sin^2 y u_{xx} + e^{2x} u_{yy} + 3u_x - 5u(x, y) = 0;$

б) $\operatorname{tg} x u_{xx} + \operatorname{ctg} x u_{yy} + 3u_y - u(x, y) + 5x = 0;$

в) $\sin^2 y u_{xx} - 2 \sin y u_{xy} + u_{yy} - 5u_y = u(x, y);$

$$\Gamma) u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} - 5u_y + u_x(x, y) = 0;$$

$$\Delta) u_{xx} + 4u_{yy} + u_{zz} - 4u_{xy} + 2u_{xz} - 2xuy_x + 3xu(x, y, z) = xz.$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №2 (до модуля 1):

1. Зінтегрувати ДРЧП: $x^3 u_{xx} + 2x^2 u_x - 2xu(x, y) = 0$.
2. Знайти розв'язок задачі Коші: $u_{xy} + u_{xx} = 12$; $u(1, y) = 0$, $u_x(1, y) = 0$.
3. Знайти закон вільних коливань однорідної необмеженої струни (записати формули, які описують профіль струни при $t > 0$ і закон руху точок струни з різними абсцисами), та побудувати графічно її профіль у різні моменти часу, якщо початкова швидкість точок струни рівна нулеві, а початкове відхилення описується функцією

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 4, \\ 8 - 2x, & 0 < x \leq 4, \\ 8 + 2x, & -4 \leq x \leq 0. \end{cases}$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №3 (до модуля 2):

1. Накреслити профіль однорідної ($a = 1$) напівобмеженої струни з вільним кінцем при $t = 1, 2, 3, 4$, якщо коливання відбуваються тільки за рахунок початкової швидкості її точок, яка відмінна від нуля тільки на проміжку $[3; 5]$, де набуває значення $Q = const$.
2. Дати фізичну інтерпретацію поставленої мішаної задачі та знайти її розв'язок:

$$u_{tt} = 16u_{xx} + e^{-t} \sin \frac{7\pi}{10} x, \quad t > 0, \quad x \in (0; 5),$$

$$u(0, x) = 0, \quad u_t(0, x) = 0, \quad x \in [0; 5],$$

$$u(t, 0) = 0, \quad u_x(t, 5) = 0, \quad t \geq 0.$$

3. Нехтуючи реакцією навколишнього середовища, визначити закон поперечних коливання прямокутної мембрани $x \in [0; b]$, $y \in [0; c]$ з нерухомо закріпленим краєм, якщо мембрана коливається тільки за рахунок початкового відхилення її точок, яке рівне $\sin \frac{\pi}{b} x \cdot \sin \frac{\pi}{c} y$;

Зразок варіанту індивідуального завдання №4 (до модуля 3):

1. В однорідному ізотропному стрижні довжини l обидва кінці та бічна поверхня теплоізовані, а початкова температура стрижня стала й рівна U_0 . Теплообмін вільний. Знайти розподіл температури в стрижні при $t > 0$.
2. Зінтегрувати мішані задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:
 - а) $u_t = 0,25u_{xx} + 2 \sin t \cos 6\pi x$, $t > 0$, $x \in (0; 2)$,

$$u(0, x) = 0, \quad x \in [0; 2],$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad u_x(t, 2) = 0, \quad t \geq 0.$$

$$\text{б) } u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + 3 \cos y + 2 \cos 6x \cos 3y, \quad 0 < t < T, \quad 0 < x, y < \pi;$$

$$u(0, x, y) = 10, \quad 0 \leq x, y \leq \pi;$$

$$u_x(t, 0, y) = 0, \quad u_x(t, \pi, y) = 0, \quad 0 \leq t < T, \quad 0 \leq y \leq \pi;$$

$$u_y(t, x, 0) = 0, \quad u_y(t, x, \pi) = 0, \quad 0 \leq t < T, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

$$\text{в) } u_t = 0,25u_{xx}, \quad t > 0, \quad x > 0,$$

$$u(0, x) = e^{-x^2} - 1, \quad x \geq 0,$$

$$u(t, 0) = 0, \quad t \geq 0.$$

Зразок варіанту індивідуального завдання №5 (до модуля 4):

1. Визначити прогин мембрани, яка має форму півкруга радіуса a , якщо прямолінійний край мембрани нерухомо закріплений, а на дузі задане відхилення $A \sin 4\varphi$, де $A = \text{const}$.
2. Зінтегрувати крайові задачі та дати їх фізичну інтерпретацію:
 - а) $\Delta u(x, y) = 0, \quad x > 0, \quad 0 < y < b,$

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u(x, b) = 0, \quad x \geq 0;$$

$$u(0, y) = A(y^2 - b^2), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq b.$$
 - б) $\Delta u(\rho, \varphi) = 12\rho^2 \cos 2\varphi, \quad a < \rho < b, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi;$

$$u(a, \varphi) = 0, \quad u_\rho(b, \varphi) = 0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$
3. Знайти потенціал простого шару, розподілений зі сталою густиною $\psi(M) \equiv \psi_0$ на сфері одиничного радіуса з центром у початку координат.

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
2. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. I. – Ужгород: Говерла, 2006. – 96 с.
3. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять), ч. II. – Ужгород: Говерла, 2009. – 92 с.
4. Маринець В.В., Пагіря М.М., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (методична розробка з практичних занять для студентів IV та V курсів заочного відділення математичного факультету). – Ужгород: УжНУ, 2001. – 82 с.

5. *Перестюк М.О., Маринець В.В.* Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 334 с.
6. *Перестюк М.О., Маринець В.В., Рего В.Л.* Збірник задач з математичної фізики. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2012. – 245 с.
7. *Петровский И.Г.* Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Физматгиз, 1961. – 400 с.
8. *Смирнов М.М.* Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1975. – 128 с.
9. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 724 с.

Допоміжна література

1. *Бицадзе А.В., Калининко Б.Ф.* Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985. – 310 с.
2. *Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Сборник задач по математической физике. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
3. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
4. *Комеч А.И.* Практическое решение уравнений математической физики. – М.: МГУ, 1986. – 160 с.
5. *Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – М.: Наука, 1964. – 208 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій Ужгородського Національного університету)
2. <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/30100> (електронні цикли лекцій та практичних занять в Інфо-центрі ДВНЗ «УжНУ»)

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)