ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Декан факультету математики та
цифрових технологій
_____ /Маляр М.М./
«____» _____ 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРІЯ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛ ЛЕБЕГА

Рівень вищої освіти	**перший (бакалаврський)**
Галузь знань	**01 Освіта / Педагогіка**
Спеціальність	**014 Середня освіта(математика)**
Освітня програма	**математика**
Статус дисципліни	**вибіркова**
Мова навчання	**українська**

Ужгород 2021

Робоча програма навчальної дисципліни «**Теорія міри та інтеграл Лебега**» для студентів галузі знань **01 Освіта / Педагогіка** спеціальності **014 Середня освіта(математика)** освітньої програми «**Математика».**

Розробник: Погоріляк О.О., к.ф.м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри
теорії ймовірностей і математичного аналізу

Протокол № 11 від «30» червня 2021 року

Завідувач кафедри _____ Г. І. Сливка-Тилищак

Схвалено науково-методичною комісією **факультету математики та цифрових технологій**

протокол № 8 від «30» червня 2021 р.

Голова науково-методичної комісії _____ О.Ю. Мулеса

© Погоріляк О.О., 2021
© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2021

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td>Розподіл годин за навчальним планом</td></tr>
<tr><td>Денна форма навчання</td></tr>
<tr><td>Кількість кредитів ЄКТС – 3</td><td>Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>Загальна кількість годин – 90</td><td>3-й</td></tr>
<tr><td>Кількість модулів – 2</td><td>Семестр:</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Тижневих годин
для денної форми навчання:
аудиторних – 3
самостійної роботи студента – 3</td><td>6-й</td></tr>
<tr><td>Лекції:</td></tr>
<tr><td>24</td></tr>
<tr><td>Практичні (семінарські):</td></tr>
<tr><td>18</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Вид підсумкового контролю:
іспит.</td><td>Лабораторні:</td></tr>
<tr><td>Не передбачено</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Форма підсумкового контролю: усна</td><td>Самостійна робота:</td></tr>
<tr><td>48</td></tr>
</table>

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою викладання курсу є вивчення теорії міри та інтегралу за мірою Лебега. Узагальнення понять математичного аналізу, алгебри, геометрії як складових (базових) понять нової більш узагальненої математичної дисципліни.

Завданням викладання курсу є навчити застосовувати методи теорії міри та способи обчислення інтегралів за мірою в задачах, що виникають в різних розділах прикладної математики, зокрема в теорії випадкових процесів, теорії ймовірностей і математичній статистиці, прикладній фізиці, економіці тощо.

Вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

знання:

- знання та розуміння з предметної області: теорії міри та інтегралу Лебега.
- знання методики навчання математичних дисциплін.

уміння:

- здатність застосовувати знання на практиці;
- здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій;
- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- уміння використовувати методи функціонального аналізу при розв'язуванні різного роду прикладних задач;
- здатність працювати з інформацією і знаннями з освітніх проблем;
- здатність до предметно-орієнтованого використання Інтернету;
- використовувати сучасні інформаційні технології та системи для розв'язування різних прикладних задач.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни **«Теорія міри та інтегралу Лебега»** є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми:

1. математичний аналіз;
2. алгебра.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Математика**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання:

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці	ПРН1
Здатність розуміти основні поняття, принципи, теорії та результати математики; володіння спеціальною математичною термінологією та вміння її передавати з використанням математичних позначень.	ПРН2
Знання основних понять та теоретичних положень математичного аналізу, алгебри і теорії чисел, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, теорії диференціальних рівнянь, функцій комплексної змінної, теорії міри, теорії ймовірностей та математичної статистики, дискретної математики та елементарної математики.	ПРН3
Здатність формувати в учнів розуміння основ математичного моделювання, готовність до застосування моделювання при розв'язуванні задач і доцільно використовувати пакети математичних програм.	ПРН9
Уміння професійно спілкуватись державною та іноземними мовами; читати, розуміти науково-методичну літературу українською та іноземними мовами, застосовувати новітні досягнення у професійній діяльності	ПРН22

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті після опанування навчальної дисципліни «Теорія міри та інтегралу Лебега»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм,	ПРН1

розуміти сучасні тенденції в математиці	
Здатність розуміти основні поняття, принципи, теорії та результати математики; володіння спеціальною математичною термінологією та вміння її передавати з використанням математичних позначень.	ПРН2
Знання основних понять та теоретичних положень математичного аналізу, алгебри і теорії чисел, аналітичної геометрії, лінійної алгебри, теорії диференціальних рівнянь, функцій комплексної змінної, теорії міри, теорії ймовірностей та математичної статистики, дискретної математики та елементарної математики.	ПРН3
Здатність формувати в учнів розуміння основ математичного моделювання, готовність до застосування моделювання при розв'язуванні задач і доцільно використовувати пакети математичних програм.	ПРН9
Уміння професійно спілкуватись державною та іноземними мовами; читати, розуміти науково-методичну літературу українською та іноземними мовами, застосовувати новітні досягнення у професійній діяльності	ПРН22

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни «Функціональний аналіз» є: виконання індивідуальних завдань, виконання практичних робіт як у письмовій формі, так і в усній формах, презентація результатів виконаних завдань, модульні контрольні роботи, залік.

Форми (методи) контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: усні відповіді на практичних заняттях, виконання практичних завдань, виконання тестових завдань.

Форма модульного контролю: письмова контрольна робота.

Форми підсумкового семестрового контролю: іспит.

Семестр ІІІ

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (змістовий модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота						**Модульна контрольна робота**	**Сума**
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	50	**100**
8	8	8	9	9	8		

Т1, Т2 ... – теми

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (змістовий модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота						**Модульна контрольна робота**	**Сума**
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	50	**100**
8	8	8	8	9	9		

Т1, Т2 ... – теми

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Методика оцінювання. Матеріал кожного модуля, який здобувачі вищої освіти повинні засвоїти протягом семестру, виноситься на одну з двох модульних контрольних робіт, що проводяться в кожному семестрі.

Модульна контрольна робота може виконуватись в два етапи: перший – теоретичний матеріал (письмово); другий – практичні завдання. Сумарна максимальна кількість балів, що виставляється здобувачу вищої освіти за виконання всіх завдань однієї контрольної роботи залежить від складності матеріалу, який виноситься на модульний контроль.

За виконання завдань самостійної роботи, що стосуються даних модулів здобувачу вищої освіти нараховується різна кількість балів, в залежності від складності матеріалу.

Критерієм успішного проходження здобувачем освіти поточного оцінювання є досягнення здобувачем освіти не менше 50% балів від загальної кількості запланованої за конкретною темою. Конкретна максимальна кількість балів подається у таблицях розподілу балів, які отримують здобувачі за модуль та за окремі види навчальної роботи.

Невиконані практичні завдання, а також неявка на модульну контрольну роботу оцінюються в 0 балів незалежно від причини невиконання (неявки).

Сумарна оцінка (від 0 до 100 балів) виставляється у відомість модульного контролю. Модуль зараховується, якщо сумарний бал складає не менше 60 балів, і зараховано всі види роботи, які є складовими даного модуля.

Здобувач вищої освіти, який не з’явився на модульну контрольну роботу, або ж його модульна оцінка складає від 0 до 34 балів, зобов’язаний скласти (перескласти) модуль до початку підсумкового контролю у строки, визначені викладачем дисципліни та погоджені деканатом факультету.

Критерії оцінювання підсумкового контролю

Екзаменаційна методика оцінювання. До складання екзамену допускаються здобувачі вищої освіти, які мають підсумковий доекзаменаційний рейтинговий бал не менше 35.

Здобувач вищої освіти, доекзаменаційний рейтинговий бал якого складає від 0 до 34 балів, зобов’язаний покращити його до початку екзамену під час чергування викладачів на кафедрі у строки, визначені викладачем дисципліни та погоджені деканатом факультету. В протилежному випадку, здобувач не допускається до екзамену, і у нього виникає академічна заборгованість.

Екзамен з навчальної дисципліни здобувач вищої освіти може не складати, якщо він успішно пройшов усі модульні контролі та його влаштовує підсумкова доекзаменаційна рейтингова оцінка за навчальний рік. Здобувачі вищої освіти, рейтинговий бал яких становить від 35 до 59, екзамен складають обов’язково. Здобувач освіти може підвищити на екзамені рейтинговий бал, при цьому, за результатами складання екзамену оцінка не може бути менша за доекзаменаційний рейтинговий бал.

Екзамен проводиться в усній формі. На екзамен виноситься навчальний матеріал V-го семестру. Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та двох практичних завдань. Оцінювання результатів навчання на екзамені здійснюється за 100-бальною шкалою. Оцінка за екзамен вноситься у відомість обліку успішності.

Таблиця відповідності оцінок за різними шкалами оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену	для заліку
90-100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	незараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Критерій оцінювання підсумкового контролю з дисципліни

— «відмінно» (90-100 балів, A) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **«добре» (82-89 балів, B)** заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **«добре» (74-81 бал, C)** заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **«задовільно» (64-73 бали, D**) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, дана оцінка виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на заліку чи екзамені та при виконанні залікових або екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **«задовільно» (60-63 балів, E)** заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, дана оцінка виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на заліку чи екзамені та при виконанні залікових або екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **«незадовільно» (35-59 балів, FX)** виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **«незадовільно» (0-34 балів, F)** виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Семестр ІІІ.

Модуль №1.

Змістовий модуль №1. Теорія міри та вимірних функцій.

Тема1. Системи множин. Міра та її властивості.

Тема 2. Вимірні множини. Продовження міри. Властивості мір і вимірних множин.

Тема 3. Монотонні класи множин. Єдиність продовження міри.

Тема 4. Міра Лебега лінійних множин. Міра Лебега на дійсній прямій. Дискретні міри. Міра Лебега-Стілтьєса.

Тема 5. Вимірні функції та дії над ними, властивості, критерій вимірності функції.

Тема 6. Інтеграли Лебега та Лебега-Стілтьєса, їх обчислення.

Модуль №2.

Змістовий модуль №2. Теорія просторів та операторів.

Тема 1. Міри на добутках просторів. Теорема Фубіні.

Тема 2. Метричні простори. Приклади.

Тема 3. Збіжність у метричному просторі. Відкриті й замкнені множини.

Тема 4. Сепарабельність та повнота метричних просторів.

Тема 5. Компактні множини в метричних просторах.

Тема 6. Метод послідовних наближень та його застосування до розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерра.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
Семестр 1						
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Елементи теорії міри та інтегралу Лебега.						
Тема 1. Системи множин. Міра та її властивості.	6	2	1			3
Тема 2. Вимірні множини. Продовження міри. Властивості мір і вимірних множин.	6	2	1			3
Тема 3. Монотонні класи множин. Єдиність продовження міри.	4	2				2
Тема 4. Міра Лебега лінійних множин. Міра Лебега на дійсній прямій. Дискретні міри. Міра Лебега-Стілтьєса.	8	2	2			4
Тема 5. Вимірні функції та дії над ними, властивості, критерій вимірності функції.	8	2	2			4
Тема 6. Інтеграли Лебега та Лебега-Стілтьєса, їх обчислення.	8	2	2			4

Разом за змістовий модуль 1	**40**	**12**	**8**			**20**
Усього за модуль 1	**40**	**12**	**8**			**20**
Модуль 2						
Змістовний модуль2. Диференціальне числення функції однієї змінної.						
Тема 1. Міри на добутках просторів. Теорема Фубіні.	7	2	1			4
Тема 2. Метричні простори. Приклади.	7	2	1			4
Тема 3. Збіжність у метричному просторі. Відкриті й замкнені множини.	9	2	2			5
Тема 4. Сепарабельність та повнота метричних просторів.	9	2	2			5
Тема 5. Компактні множини в метричних просторах.	9	2	2			5
Тема 6. Метод послідовних наближень та його застосування до розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерра.	9	2	2			5
Разом за змістовий модуль 2	**50**	**12**	**10**			**28**
Усього за модуль 2	**50**	**12**	**10**			**28**
Іспит						
Усього годин	**90**	**24**	**18**			**48**

6.3. Теми практичних занять
Семестр V

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Системи множин. Міра та її властивості. Вимірні множини. Продовження міри. Властивості мір і вимірних множин.	2
2	Міра Лебега лінійних множин. Міра Лебега на дійсній прямій. Дискретні міри. Міра Лебега-Стілтьєса.	2
3	Вимірні функції та дії над ними, властивості, критерій вимірності функції.	2
4	Інтеграли Лебега та Лебега-Стілтьєса, їх обчислення.	2
5	Міри на добутках просторів. Теорема Фубіні. Метричні простори. Приклади.	2
6	Збіжність у метричному просторі. Відкриті й замкнені множини.	2
7	Сепарабельність та повнота метричних просторів.	2
8	Компактні множини в метричних просторах.	2
9	Метод послідовних наближень та його застосування до розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерра.	2

6.4. Самостійна робота

Тема 1. Системи множин. Міра та її властивості.	3
Тема 2. Вимірні множини. Продовження міри. Властивості мір і вимірних множин.	3
Тема 3. Монотонні класи множин. Єдиність продовження міри.	2
Тема 4. Міра Лебега лінійних множин. Міра Лебега на дійсній прямій. Дискретні міри. Міра Лебега-Стілтьєса.	4
Тема 5. Вимірні функції та дії над ними, властивості, критерій вимірності функції.	4
Тема 6. Інтеграли Лебега та Лебега-Стілтьєса, їх обчислення.	4
Тема 7. Міри на добутках просторів. Теорема Фубіні.	4
Тема 8. Метричні простори. Приклади.	4

Тема 9. Збіжність у метричному просторі. Відкриті й замкнені множини.	5
Тема 10. Сепарабельність та повнота метричних просторів.	5
Тема 11. Компактні множини в метричних просторах.	5
Тема 12. Метод послідовних наближень та його застосування до розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма та Вольтерра.	5

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Технічні засоби – персональні комп'ютери, мультимедійний проектор.
Програмне забезпечення – операційна система, пакет Microsoft Office.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Бережанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ: Курс лекций. – Київ: Вища школа, 1990. – 600 с.

2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа: Учебник для вузов. – 6-е изд. – Москва: Наука, 1989. – 624 с.

3. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа. – Москва: Высш. шк., 1982. – 272 с.

4. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – Москва: Наука, 1977. – 742 с.

5. Кирилов А. А., Гвишиани А. Д. Теоремы и задачи функционального анализа: Учеб. Пособие для вузов. – 2-е изд. – Москва: Наука, 1988. – 400 с.

6. Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – Москва: Наука, 1984. – 345 с.