

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу**

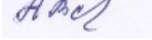


РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	F Інформаційні технології
Спеціальність	F1 Прикладна математика
Освітня програма	Системи штучного інтелекту
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Математичний аналіз» для здобувачів вищої освіти галузі знань **F Інформаційні технології** спеціальності **F1 Прикладна математика** освітньої програми **Системи штучного інтелекту**.

Розробник:  канд.фіз.-мат. наук, доц. Тегза А.М. доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *теорії ймовірностей і математичного аналізу*

протокол № 10 від 3 червня 2025 р.

Завідувач кафедри  _____ Ганна СЛИВКА-ТИЛИЩАК

Погоджено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій
протокол № 10 від 26 червня 2025 р.

Голова науково-методичної комісії  _____ Наталія ЮРЧЕНКО

© Тегза А.М., 2025 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2025 р.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом		
	Денна форма навчання		
Кількість кредитів ЄКТС – 14	Рік підготовки:		
Загальна кількість годин – 420	1-й	2-й	
Кількість модулів – 6	Семестр:		
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента – 4	1-й	2-й	3-й
	Лекції:		
	38	38	28
	Практичні (семінарські):		
	36	36	32
Вид підсумкового контролю: екзамен, залік, екзамен.	Лабораторні:		
	–	–	
Форма підсумкового контролю: усна.	Самостійна робота:		
	76	76	60

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**» є надання студентам системних теоретичних та практичних знань з основ класичного аналізу функцій однієї та багатьох змінних.

Головними завданнями курсу – домогтися, щоб студенти оволоділи класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики й механіки, їх використання в подальших курсах з математики та механіки, сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, дослідницьких умінь, інструментальних компетентностей. Крім того при вивченні того чи іншого розділу слід домогтися, щоб студент усвідомив чому цей розділ потрібен майбутньому спеціалісту з прикладної математики, що саме він може використати у своїй майбутній професійній діяльності.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

загальні компетентності:

- ЗК01.** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК02.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК04.** Здатність бути критичним і самокритичним.
- ЗК05.** Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
- ЗК06.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК08.** Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
- ЗК10.** Навички у використанні інформаційних і комунікаційних технологій.
- ЗК18.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.

фахові компетентності:

- ФК01.** Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- ФК02.** Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- ФК03.** Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.
- ФК12.** Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем.
- ФК14.** Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**» є володіння шкільними курсами алгебри, геометрії та початків аналізу.

4. ОЧІКУВАНІ ТА ПРОГРАМНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми, вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**» повинно забезпечити досягнення здобувачами ступеня вищої освіти.

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел,	ПРН 02.

аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.	
Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.	ПРН 05.
Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.	ПРН 14.

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**».

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Володіти знаннями про числові послідовності, про границю числової послідовності, функцію однієї змінної, границю й неперервність, диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних, про невизначений та визначений інтеграли, невластні інтеграли, числові та функціональні, зокрема, степеневі, ряди; криволінійні, кратні та поверхневі інтеграли, ряди та інтеграли Фур'є; володіти основними поняттями теорії комплексної змінної	ПРН 02, ПРН 05
Вміння застосовувати апарат диференціального та інтегрального числення для формалізації та математичного опису задач, що виникають у сфері освоєної професії	ПРН 14

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Методи навчання

Пояснювально-ілюстративний метод, пошуковий та дослідницький методи.

Основні форми та методи організації навчального процесу, під час викладання дисципліни «Математичний аналіз»:

- Словесні: лекція, бесіда, обговорення.
- Наочні: ілюстрація, демонстрація (з використанням електронних презентацій).
- Практичні: виконання індивідуальних завдань; контрольні роботи.
- Інтерактивні методи навчання.

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв'язування задач під час практичних занять;

- індивідуальні домашні завдання;
- 2 модульні контрольні роботи;
- підсумковий семестровий іспит.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: написання та захист студентами індивідуальних домашніх завдань (типових розрахункових робіт), робота в аудиторії під час практичних занять. Студент може отримати бали за усні відповіді та доповнення на лекційних та практичних заняттях.

Форма модульного контролю: контрольна робота.

Контроль самостійної роботи: перевірка виконаних індивідуальних домашніх завдань.

Форма підсумкового семестрового контролю: іспит.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти I Семестр (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3		
20	20	30	30	100

(модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2		
40	30	30	100

II Семестр (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2		
20	50	30	100

(модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3		
40	10	20	30	100

III Семестр (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3		
30	20	20	30	100

(модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2		
		30	100

40	30		
----	----	--	--

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

I семестр

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні домашні завдання (виконання та захист)	3	70	3	70
Модульна контрольна робота	1	30	1	30
Разом		100		100

II семестр

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні домашні завдання (виконання та захист)	3	70	3	70
Модульна контрольна робота	1	30	1	30
Разом		100		100

III семестр

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні домашні завдання (виконання та захист)	2	70	2	70
Модульна контрольна робота	1	30	1	30
Разом		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Матеріал кожного модуля, який здобувачі вищої освіти повинні засвоїти протягом семестру, виноситься на одну з двох модульних контрольних робіт.

Модульна контрольна робота складається із шести завдань (2-х теоретичних питань та 4-ох практичних завдань), кожне з яких оцінюється в 5 балів.

За виконання лабораторних робіт здобувачу вищої освіти також нараховується різна кількість балів, в залежності від складності матеріалу.

Критерієм успішного проходження здобувачем освіти поточного оцінювання (включно із захистом лабораторних робіт) є досягнення здобувачем освіти не менше 50% балів від загальної кількості запланованої за конкретною темою. Конкретна максимальна кількість балів подається у таблицях розподілу балів, які отримують здобувачі за модуль та за окремі види навчальної роботи.

Невиконані та незахищені лабораторні роботи, а також неявка на модульну контрольну роботу оцінюються в 0 балів незалежно від причини невиконання (неявки).

Сумарна оцінка (від 0 до 100 балів) виставляється у відомість модульного контролю. Модуль зараховується, якщо сумарний бал складає не менше 60 балів, і студент виконав і захистив всі лабораторні роботи, які є складовими даного модуля.

Здобувач вищої освіти, який не з'явився на модульну контрольну роботу, або ж його модульна оцінка складає від 0 до 34 балів, зобов'язаний скласти (перескласти) модуль до початку підсумкового контролю у строки, визначені викладачем дисципліни та погоджені деканатом факультету.

Модульні контрольні роботи розраховані на 80 хвилин. Загальна оцінка модульних контрольних робіт – 30 балів.

В модульній контрольній роботі використовуються різні форми завдань, що дозволяє перевірити знання і вміння студентів: визначення понять, теоретичні та практичні завдання.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (10 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 5 балів:

5 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

2,5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (20 балів)

Блок практичних завдань складається з 4 завдань. Одне завдання оцінюється в 5 балів :

5 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

4 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів – якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Залікова методика оцінювання. За результатами модульних контролів визначається підсумкова модульна оцінка. Залікова оцінка визначається в залежності від сумарного рейтингового балу.

До складання заліку допускаються здобувачі вищої освіти, у яких підсумкова модульна оцінка за семестр становить не менше 35.

Здобувач вищої освіти, підсумкова модульна оцінка якого складає від 0 до 34 балів, зобов'язаний покращити її до початку підсумкового семестрового контролю під час чергування викладача на кафедрі у строки, визначені викладачем дисципліни та погоджені деканатом факультету. В протилежному випадку, здобувач не допускається до заліку і у нього виникає академічна заборгованість.

Залік з навчальної дисципліни здобувач вищої освіти може не складати, якщо він успішно пройшов усі модульні контролі та його влаштовує підсумкова модульна оцінка. Здобувачі вищої освіти, підсумкова модульна оцінка яких становить від 35 до 59, залік складають обов'язково. Здобувач освіти може підвищити на заліку рейтинговий бал, при цьому, за результатами складання заліку оцінка не може бути менша за підсумкову модульну оцінку, яку він отримав за результатами модульних контролів.

Залік проводиться в письмовій формі. Заліковий білет складається з одного теоретичного питання та двох практичних завдань. Оцінювання результатів навчання на заліку здійснюється за 100-бальною шкалою. Оцінка за залік вноситься у відомість обліку успішності.

Екзаменаційна методика оцінювання. За результатами модульних контролів визначається підсумкова модульна оцінка. Екзаменаційна оцінка визначається в залежності від сумарного рейтингового балу.

До складання екзамену допускаються здобувачі вищої освіти, у яких підсумкова модульна оцінка за семестр становить не менше 35.

Здобувач вищої освіти, підсумкова модульна оцінка якого складає від 0 до 34 балів, зобов'язаний покращити її до початку підсумкового семестрового контролю під час чергування викладача на кафедрі у строки, визначені викладачем дисципліни та погоджені деканатом факультету. В протилежному випадку, здобувач не допускається до екзамену і у нього виникає академічна заборгованість.

Екзамен з навчальної дисципліни здобувач вищої освіти може не скласти, якщо він успішно пройшов усі модульні контролі та його влаштовує підсумкова модульна оцінка. Здобувачі вищої освіти, підсумкова модульна оцінка яких становить від 35 до 59, екзамен складають обов'язково. Здобувач освіти може підвищити на екзамені рейтинговий бал, при цьому, за результатами складання екзамену оцінка не може бути менша за підсумкову модульну оцінку, яку він отримав за результатами модульних контролів.

Екзамен проводиться в письмовій формі. Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та двох практичних завдань. Оцінювання результатів навчання на екзамені здійснюється за 100-бальною шкалою. Оцінка за екзамен вноситься у відомість обліку успішності.

Письмовий іспит розрахований на 60 хвилин. Загальна оцінка виконаних завдань – 100 балів.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (50 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 25 балів:

25 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

15 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (50 балів)

Блок практичних завдань складається з 2 завдань. Одне завдання оцінюється в 20 балів :

25 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

18 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

13 балів – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів – якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)	для заліку
A	90 – 100	5	Відмінно
B	82-89	4	Добре
C	74-81		
D	64-73	3	Задовільно
E	60-63		

FX	35-59	2	<i>Незадовільно з можливістю повторного складання</i>	<i>Не зараховано з можливістю повторного складання</i>
F	1-34	1	<i>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>	<i>Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>

Критерій оцінювання з дисципліни

— **«відмінно» А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **«добре» В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **«добре» С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **«задовільно» D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «задовільно» виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **«задовільно» E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «достатньо» виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **«незадовільно» FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **«незадовільно» F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Семестр 1

Модуль 1.

Тема 1. Числові послідовності.

Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Властивості нескінченно малих послідовностей. Різні означення збіжної послідовності. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності. Теореми про арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Число e . Властивості підпослідовностей збіжних послідовностей. Граничні точки. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.

Тема 2. Границя і неперервність функції однієї змінної.

Різні означення границі функції. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Властивості границі функції у точці. Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація. Неперервність складної функції. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.

Тема 3. Диференціальне числення функції однієї змінної.

Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Похідні елементарних функцій (виведення формул). Похідні обернених функцій (теорема про похідну оберненої функції, виведення формул похідних для обернених функцій). Основні правила диференціювання функцій. Похідна складної функції. Похідна степенєво-показникової функції. Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення.

Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули. Правило Лопітала. Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.

Модуль 2.

Тема 1. Невизначені інтеграли.

Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів. Метод заміни змінної. Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами. Прості дроби та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості. Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера. Інтегрування тригонометричних виразів.

Тема 2. Визначені інтеграли.

Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності функції. Класи інтегровних функцій. Властивості визначених інтегралів. Теорема про середнє значення, узагальнена теорема про середнє значення. Визначений інтеграл як функція верхньої межі. Друга теорема про середнє значення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.

Поняття квадровності плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Поняття довжини дуги кривої. Поняття кубовності тіла. Означення циліндра та ступінчастого тіла. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.

Семестр 2

Модуль 1.

Тема 1. Невласні інтеграли.

Невласні інтеграли 1-го роду, елементарні властивості. Збіжність інтегралів від невід'ємних функцій. Збіжність невластних інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле). Невласні інтеграли 2-го роду. Теореми про збіжність невластних інтегралів 2-го роду. Інтегрування частинами та заміна змінних у невластних інтегралах. Головне значення невластного інтеграла.

Тема 2. Функції багатьох змінних.

Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних. Похідні від складних функцій. Теорема про похідну складної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямом, градієнт. Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума

функції багатьох змінних. Квадратична форма, основні означення. Критерій Сільвестра. Теореми про достатню умову існування екстремума функції багатьох змінних та для випадку функції двох змінних. Поняття неявно заданої функції. Теорема про існування і диференційовність неявної функції. Обчислення часткових похідних першого та другого порядку неявно заданої функції. Поняття умовного екстремума функції багатьох змінних.

Модуль 2.

Тема 1. Числові та функціональні ряди.

Поняття числового ряду, приклади. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Основні теореми. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння рядів. Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості. Арифметичні операції над збіжними рядами. Функціональні послідовності і ряди. Почленне інтегрування та диференціювання функціональних рядів. Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус, інтервал та область збіжності степеневих рядів. Властивості суми степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Тема 2. Інтеграл Ейлера

Поняття невластивих інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Пуассона. Властивості β -функції. Властивості γ -функції.

Тема 3. Ряди та інтеграл Фур'є.

Поняття про ряд Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.

Семестр 3

Модуль 1.

Тема 1. Кратні інтеграли.

Задача про циліндричний брус. Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Властивості інтегрованих функцій і подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати. Невласні подвійні інтеграли.

Поняття потрійного інтеграла. Умови існування потрійного інтегралу. Властивості інтегрованих функцій і потрійних інтегралів. Обчислення потрійного інтегралу. Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати. Невласні потрійні інтеграли.

Тема 2. Криволінійні інтеграли.

Поняття криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійного інтеграла першого роду, його обчислення. Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Існування і обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Зв'язок між криволінійними інтегралами обох типів. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Інтеграл по замкнутому контуру. Формула Гріна. Використання формули Гріна при дослідженні криволінійних інтегралів.

Тема 3. Поверхневі інтеграли. Елементи векторного аналізу.

Поверхневі інтеграли. Двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні і простору. Площа кривої поверхні. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів. Загальний випадок зведення поверхневого інтеграла до подвійного. Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла. Формула Стокса. Формула Остроградського.

Елементи векторного аналізу. Градієнт. Потік вектора через поверхню. Формула Остроградського. Дівергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Ротор.

Модуль 2.

Тема 1. Функції комплексної змінної. Диференційовність функції комплексної змінної.

Комплексні числа, дії із ними. Тригонометрична форма комплексного числа, дії із комплексними числами у тригонометричній формі, формула Муавра, корінь. Поняття функції комплексної змінної. Границя функції комплексної змінної. Диференційовність функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Поняття та умови моногенності, аналітичності. Правила і формули диференціювання. Похідні елементарних функцій. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної. Конформні відображення. Симетричні точки. Конформні відображення, що здійснюються деякими елементарними функціями. Лінійна функція. Дробово-лінійна функція.

Тема 2. Інтегрування функції комплексної змінної. Ряди Лорана. Лишки.

Означення інтеграла, зв'язок із криволінійними інтегралами. Інтегральна теорема Коші. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші. Первісна функції комплексної змінної. Умови існування первісної. Функціональні послідовності і ряди. Рівномірна збіжність. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана, Z-перетворення. Лишки. Основна теорема про лишки. Формули для обчислення лишків. Застосування лишків до обчислення визначеного інтегралу.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
1-й семестр						
Модуль 1						
Тема 1. Числові послідовності.	14	4	3	–	–	7
Тема 2. Границя і неперервність функції однієї змінної.	17	5	3	–	–	9
Тема 3. Диференціальне числення функції однієї змінної.	46	11	12	–	–	23
Разом за модуль	77	20	18	–	–	39
Модуль 2						
Тема 1. Невизначені інтеграли.	44	10	12	–	–	22
Тема 2. Визначені інтеграли.	29	8	6	–	–	15
Разом за модуль	73	18	18	–	–	37
Разом за 1-й семестр	150	38	36	–	–	76
2-й семестр						
Модуль 1						
Тема 1. Невласні інтеграли.	17	4	4	–	–	9
Тема 2. Функції багатьох змінних.	48	12	12	–	–	24
Разом за модуль	65	16	16	–	–	33
Модуль 2						
Тема 1. Числові та функціональні ряди.	46	12	11	–	–	23
Тема 2. Інтеграли Ейлера	14	4	3	–	–	7
Тема 3. Ряди та інтеграли Фур'є.	25	6	6	–	–	13
Разом за модуль	85	22	20	–	–	43
Разом за 2-й семестр	150	38	36	–	–	76

3-й семестр						
Модуль 1						
Тема 1. Кратні інтеграли.	32	8	8	–	–	16
Тема 2. Криволінійні інтеграли.	15	4	3	–	–	8
Тема 3. Поверхневі інтеграли. Елементи векторного аналізу.	16	4	4	–	–	8
Разом за модуль	63	16	15	–	–	32
Модуль 2						
Тема 1. Функції комплексної змінної. Диференційовність функції комплексної змінної.	31	7	8	–	–	16
Тема 2. Інтегрування функції комплексної змінної. Ряди Лорана. Лишки.	26	7	7	–	–	12
Разом за модуль	57	14	15	–	–	28
Разом за 3-й семестр	120	30	30	–	–	60
Разом за 1-3 семестри	420	104	104	–	–	212

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1-й семестр		
1	Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Число e . Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	3
2	Границі функції. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація.	3
3	Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Основні правила диференціювання функцій.	2
4	Похідна складної функції. Похідна степенєво-показникової функції. Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій.	3
5	Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.	3
6	Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули.	2
7	Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.	2
8	Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів. Метод заміни змінної.	4
9	Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами. Інтегрування раціональних виразів. Прості дроби та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дроби на прості.	4

10	Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	2
11	Інтегрування тригонометричних виразів.	2
12	Визначений інтеграл. Основна формула інтегрального числення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.	2
13	Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Довжина дуги кривої. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.	4
Разом		36
2-й семестр		
1	Невласні інтеграли 1-го роду. Збіжність невластних інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле).	2
2	Невласні інтеграли 2-го роду. Головне значення невластного інтеграла.	2
3	Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних.	2
4	Похідні від складних функцій. Похідна за напрямом, градієнт.	3
5	Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	2
6	Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Квадратична форма, критерій Сільвестра.	3
7	Диференційовність неявної заданої функції. Обчислення часткових похідних першого та другого порядку неявно заданої функції. Поняття умовного екстремума функції багатьох змінних. Метод невизначених множників Лагранжа.	2
8	Числові ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Теореми порівняння збіжності рядів.	2
9	Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості.	3
10	Функціональні послідовності і ряди. Ознаки рівномірної збіжності рядів. Почленне інтегрування та диференціювання функціональних рядів.	2
11	Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус, інтервал та область збіжності степеневих рядів.	2
12	Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	2
13	Інтеграл Ейлера	3
14	Ряди Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах.	3
15	Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.	3
Разом		36
3-й семестр		
1	Подвійні інтегралі. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.	4

2	Обчислення потрійного інтегралу. Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.	4
3	Обчислення криволінійних інтегралів 1-го та 2-го роду.	3
4	Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів. Загальний випадок зведення поверхневого інтеграла до подвійного. Формула Стокса. Формула Остроградського.	2
5	Елементи векторного аналізу. Градієнт. Потік вектора через поверхню. Формула Остроградського. Дівергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Ротор.	2
6	Комплексні числа, дії із ними. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної.	4
7	Диференційовність функції комплексної змінної. Правила і формули диференціювання. Похідні елементарних функцій. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної. Конформні відображення.	2
8	Симетричні точки. Конформні відображення, що здійснюються деякими елементарними функціями. Лінійна функція. Дробово-лінійна функція.	2
9	Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші. Первісна функції комплексної змінної. Умови існування первісної.	2
10	Функціональні послідовності і ряди. Рівномірна збіжність. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана, Z-перетворення.	2
11	Лишки. Формули для обчислення лишків. Застосування лишків до обчислення визначеного інтегралу.	3
Разом		30
Разом за 1-3-й семестри		104

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1-й семестр		
1	Числові послідовності. Арифметичні операції над послідовностями. Обмежені, необмежені числові послідовності. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності. Граничний перехід у нерівностях. Монотонні послідовності. Число e . Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	7
2	Границі функції. Арифметичні операції над функціями, які мають границі. Односторонні границі функцій. Перша та друга важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація.	9
3	Похідна. Геометричний та механічний зміст похідної. Односторонні похідні функції. Основні правила диференціювання функцій.	4

4	Похідна складної функції. Похідна степенєво-показникової функції. Диференціал функції. Диференціал складної функції. Диференціювання параметрично заданих функцій.	5
5	Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.	5
6	Формула Тейлора. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора. Наближені формули.	4
7	Умови сталості та монотонності функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Випуклі та ввігнуті функції. Точки перегину. Асимптоти.	5
8	Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів та виведення додаткових табличних інтегралів. Метод заміни змінної.	6
9	Інтегрування частинами. Поділ на групи інтегралів, які інтегруються частинами. Інтегрування раціональних виразів. Прості дроби та їх інтегрування. Теорема про розклад правильних дробів на прості.	6
10	Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	5
11	Інтегрування тригонометричних виразів.	5
12	Визначений інтеграл. Основна формула інтегрального числення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.	5
13	Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. Обчислення площ фігур для параметрично заданих кривих. Площа криволінійного сектора. Довжина дуги кривої. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.	10
Разом		76
2-й семестр		
1	Невласні інтеграли 1-го роду. Збіжність невластних інтегралів 1-го роду (критерій Коші, наслідки, ознаки Абеля та Діріхле).	4
2	Невласні інтеграли 2-го роду. Головне значення невластного інтеграла.	5
3	Поняття функції кількох змінних. Границя і неперервність функції n змінних. Часткові похідні і диференціали функцій багатьох змінних.	4
4	Похідні від складних функцій. Похідна за напрямом, градієнт.	5
5	Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	5
6	Максимум, мінімум функції багатьох змінних. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Квадратична форма, критерій Сільвестра.	5
7	Диференційовність неявної заданої функції. Обчислення часткових похідних першого та другого порядку неявно заданої функції. Поняття умовного екстремума функції багатьох змінних. Метод невизначених множників Лагранжа.	5
8	Числові ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду, наслідки. Теореми порівняння збіжності рядів.	4
9	Ознака Д'Аламбера. Ознаки Коші та Раабе. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди, їх властивості.	5
10	Функціональні послідовності і ряди. Ознаки рівномірної збіжності рядів. Почленне інтегрування та диференціювання функціональних рядів.	5
11	Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус, інтервал та область збіжності	5

	степеневого ряду.	
12	Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	4
13	Інтеграли Ейлера	7
14	Ряди Фур'є, коефіцієнти Фур'є. Ортогональні системи функцій. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах.	6
15	Почленне інтегрування та диференціювання ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є, як граничний випадок ряду Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є. Перетворення Фур'є. Косинус та синус перетворення Фур'є.	7
Разом		76
3-й семестр		
1	Подвійні інтеграли. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку прямокутної області. Зведення подвійного інтегралу до повторного у випадку криволінійної області. Перетворення плоских областей. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Криволінійні та полярні координати.	8
2	Обчислення потрійного інтегралу. Деякі застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндричні та сферичні координати.	8
3	Обчислення криволінійних інтегралів 1-го та 2-го роду.	8
4	Поверхневий інтеграл 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до звичайного подвійного. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Зведення поверхневого інтеграла 2-го роду до подвійного та зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го і 2-го родів. Загальний випадок зведення поверхневого інтеграла до подвійного. Формула Стокса. Формула Остроградського.	4
5	Елементи векторного аналізу. Градієнт. Потік вектора через поверхню. Формула Остроградського. Дівергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Ротор.	4
6	Комплексні числа, дії із ними. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної.	6
7	Диференційовність функції комплексної змінної. Правила і формули диференціювання. Похідні елементарних функцій. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної. Конформні відображення.	4
8	Симетричні точки. Конформні відображення, що здійснюються деякими елементарними функціями. Лінійна функція. Дробово-лінійна функція. Функція Жуковського. Відображення, що здійснюються показниковою функцією. Відображення, що здійснюються тригонометричними функціями.	6
9	Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші. Первісна функції комплексної змінної. Умови існування первісної.	4
10	Функціональні послідовності і ряди. Рівномірна збіжність. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана.	4
11	Лишки. Формули для обчислення лишків. Логарифмічні лишки. Застосування лишків до обчислення визначеного інтегралу. Застосування лишків до обчислення невластних інтегралів.	4
Разом		60
Разом за 1-3-й семестри		212

6.5. Індивідуальні завдання

Зразки індивідуальних домашніх завдань на 1-й семестр.

Завдання для лабораторної роботи №1 за темою "Точкові множини, числові послідовності, границі функцій. "

Варіант 1

1. Дослідити на обмеженість множину X , знайти для неї \min , \max , \inf , \sup , якщо $X = \{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, (-1)^n \frac{1}{2^n}, \dots\}$
2. Обчислити границі числових послідовностей: $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{7n} + \frac{8n-1}{9n+3})$; $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{\cos n^3}{3n-1} - \frac{2n^3-n+5}{9n^3+3n^2-4})$;
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 3})$; $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n^2+1}{n^2})^{2n^2}$
3. Обчислити границі функцій: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x^2+1}{7x^2-7}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^3(3x+2)^5}{(x^2-5)^5}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2-4} - 3x)$;
4. Знайти односторонні границі функції $f(x)$ в точці x_0 : $f(x) = \frac{4-x^2}{|2-x|}$, $x_0 = 2$.
5. Обчислити границі функцій, використовуючи важливі границі і наслідки з них:
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{3x+5}{3x-1})^{x+1}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^4} - \cos x^2}{x^4}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{arctg} x}{\sqrt[4]{1-\cos x^2}}$;

Завдання для лабораторної роботи №2 за темою "Похідні функцій"

Варіант 1

1. Складіть рівняння дотичної до кривої $y = \frac{x+9}{x+5}$, яка би проходила через початок координат.
2. Знайти похідну функцій: $y = \sin^7(\frac{3x^2-5x+9}{x})$, $y = (\sqrt{2x^2+x+5} - x^3)^x$;
3. Знайти диференціал функції (dy) : $y = (\sqrt{2x^7} - x^5)^{2x}$;
4. Знайти похідну 2-го порядку для функції $f(x)$: $f(x) = \frac{x^2-5\sin^2 x+9}{x}$
5. Знайти диференціал 2-го порядку для функції $f(x)$, тобто $d^2f(x)$: $f(x) = \ln^2(x^3+5)$;
6. Методом індукції знайти похідну n -го порядку для функції $f(x)$: $f(x) = \sin^2 3x$

Завдання для лабораторної роботи №3 за темою "Застосування диференціального числення"

Варіант 1

1. Застосовуючи правило Лопітала, обчислити наступні границі:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{\ln \cos(2x^2 - x)}; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}.$$

2. Довести справедливість нерівності: $x - \frac{x^3}{3} < \operatorname{arctg} x, x \in (0, 1]$

3. Знайти проміжки монотонності функції: $f(x) = 4x - 3\sqrt[3]{x}$

4. Дослідити на екстремум функцію: $f(x) = \frac{x}{9-x^2}$

5. Провести повне дослідження функції і побудувати її графік: $f(x) = x - \ln(1+x)$

Завдання для лабораторної роботи №4 за темою "Невизначений інтеграл, інтегрування частинами, заміна змінної"

Варіант 1

Обчислити інтеграли:

1) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx;$

4) $\int (\operatorname{arcsin} 2x)^2 dx;$

2) $\int \sqrt[5]{3-7x} dx;$

5) $\int x^2 e^{-3x} dx;$

3) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x};$

6) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x^2 - 7}} dx.$

Завдання для лабораторної роботи №5

за темою "Невизначений інтеграл, інтегрування раціональних та ірраціональних, тригонометричних виразів."

Варіант 1

Обчислити інтеграли:

$$1) \int \frac{x^4 + 3x^3 - 9x^2 + 4}{x^4 - 5x^2 + 4} dx;$$

$$2) \int \frac{3x + 1}{x^2 + 7x + 25} dx;$$

$$3) \int x^5 \sqrt[3]{(1 + x^3)^2} dx;$$

$$4) \int \frac{dx}{(x + 3)^2 \sqrt{x^2 + 2x + 4}}$$

$$5) \int \frac{dx}{5 + \sin x + 3 \cos x};$$

Завдання для лабораторної роботи №6

за темою "Визначені інтеграли та їх застосування"

Варіант 1

1. Оцінити знизу і зверху інтеграл: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2-x^3}}$

2. Застосовуючи метод інтегрування частинами чи заміни змінної обчислити інтеграл:
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{6-5 \sin x + \sin^2 x};$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями :
 $x^2 + y^2 \leq 8, 2y \leq x^2;$

4. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями, які задані параметрично:
$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \\ y = 0; \end{cases}$$

5. Обчислити довжину дуги кривої: $y^2 = 2x^3$, яка міститься всередині круга $x^2 + y^2 = 20$;

Зразки індивідуальних домашніх завдань на 2-й семестр.

Завдання для лабораторної роботи №1 за темою "Функції багатьох змінних (I частина). "

Варіант 1

1. Зобразити область існування функції $u = \ln(-2x - y)$;
2. Знайти подвійну границю функції $f(x, y) = \frac{\sin xy}{\ln(1+y)}$ в точці $(0, 0)$;
3. Обчислити всі часткові похідні для функції трьох змінних $f(x, y, z) = \frac{\sin xy}{1+zy}$;
4. Знайти часткові похідні першого і другого порядків для функції двох змінних: $f(x, y) = \sin^2(xy)$;
5. Обчислити d^2u , якщо $u = x^3 + 3xy - 2y^2$;

Завдання для лабораторної роботи №2 за темою "Функції багатьох змінних (II частина). "

Варіант 1

1. Знайти диференціали 1-го і 2-го порядків від складної функції: $u = f(\xi, \eta)$, де $\xi = x^2 - y^2$, $\eta = \cos(xy)$;
2. Знайти похідну функції $z = \ln(x + y)$ у точці $(1, 2)$, яка належить параболі $y^2 = 4x$, за напрямом цієї параболи.
3. Для неявно заданої функції $y = y(x)$, обчислити y'' : $x^5 - 2y^3x - y = 0$;
4. Для неявно заданої функції $z = z(x, y)$, обчислити $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$:
 $z \sin y + x^3 z = 0$;

Завдання для лабораторної роботи №3

за темою "Невласні інтеграли та інтеграли Ейлера. "

Варіант 1

1. Дослідити на збіжність інтеграли :

1) $\int_{-1}^0 \frac{x \, dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$ (за означ.);

2) $\int_0^2 \frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{e^{kx}-1} dx$;

2. За допомогою ейлерових інтегралів, обчислити наступні інтеграли:

1) $\int_0^4 x^2 \sqrt{16-x^2} dx$;

2) $\int_0^{\infty} \sqrt[3]{x^5} e^{-x^2} dx$;

Завдання для лабораторної роботи №4

за темою "Числові ряди. "

Варіант 1

1. Користуючись означенням збіжності числового ряду, довести збіжність числового ряду

і знайти суму: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$;

2. Дослідити на збіжність ряди: $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n} \cos \frac{n\pi}{2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{5^{n^2}}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+10}\right)^{n^2}$;

3. Обчислити суму ряду з точністю ε : $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3(n+1)}$; $\varepsilon = 10^{-3}$

**Завдання для лабораторної роботи №5
за темою "Функціональні та степеневі ряди. "**

Варіант 1

1. Обчислити суму ряду:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1};$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} n2^n x^{n-1};$$

2. Обчислити вираз з точністю ε : $\sin 18^\circ$; $\varepsilon = 10^{-7}$;

**Завдання для лабораторної роботи №6
за темою "Ряди та інтеграли Фур'є"**

Варіант 1

1. Дослідіть на ортогональність та ортонормованість систему функцій:
 $\cos \frac{3}{2}x, \cos \frac{5}{2}x, \cos \frac{7}{2}x, \dots$; $x \in [0, \pi]$;

2. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами кратних дуг функцію:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi x}{4}, & x \in (0, \frac{\pi}{2}), \\ \frac{\pi}{4}(\pi - x), & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases}$$

3. Розкласти функцію $f(x) = 2 + \text{sign}(x)$, $x \in (-2, 2)$ в ряд Фур'є та комп'ютерно змоделювати збіжність ряду до граничної суми.

Зразки індивідуальних домашніх завдань на 3-й семестр.

Завдання для лабораторної роботи №1 за темою "Подвійні інтеграли. "

Варіант 1

1. У подвійному інтегралі $\iint_D f(x, y) dx dy$ розставити межі інтегрування в одному і другому порядку, якщо: $D : \{x + y \leq 2, x - y \leq 2, x \geq 0\}$;
2. Обчислити подвійні інтеграли: $\iint_D e^{x^2+y} dx dy$, $D : \{x \in [0, 1], y \in [0, 2]\}$;
3. Перейти до полярних координат у подвійному інтегралі $\iint_D f(x, y) dx dy$, якщо $D : \{x^2 + y^2 \leq 6y, x \leq 0\}$;
4. Обчислити інтеграл, перейшовши до полярних (або узагальнених полярних) координат: $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$, $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x, y \geq 0\}$;
5. Знайти масу пластинки D , якщо відома густина $\rho(x, y)$ розподілу мас: $D : \{y^2 = \frac{x}{2}, x = 2, y \geq 0\}$; $\rho(x, y) = 3.5x^2 + 6y$;
6. Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями: $x^2 + z^2 = 4, y = x, y \geq 0, z \geq 0$;

Завдання для лабораторної роботи №2 за темою "Потрійні інтеграли"

Варіант 1

1. Обчислити: $\iiint_V (y - 2x) dx dy dz$, де $V : \{y = x, y = -2, x = 0, z = 5x^2 + y^2, z = 0\}$;
2. Обчислити потрійні інтеграли, перейшовши або до циліндричних або до сферичних (чи відповідних узагальнених) координат: $\iiint_V z dx dy dz$, де $V : \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0, z^2 = x^2 + y^2\}$;
3. За допомогою потрійних інтегралів, обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями: $\{x^2 + z^2 = 4, x + y = \pm 2, x - y = \pm 2\}$;
4. За допомогою потрійних інтегралів, знайти момент інерції еліпсоїда $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{81} \leq 1$ відносно осі OZ ;

Завдання для лабораторної роботи №3
за темою "Криволінійні та поверхневі інтеграли. "

Варіант 1

1. Обчислити криволінійні інтеграли:

1) $\int_L (x + \sqrt{y}) dl$, де L – пряма, що з'єднує точки $A(1, 2)$ і $B(3, 4)$;

2) $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, де $L : \{x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, t \in [0, 2\pi]\}$;

3) $\int_L (1 - \frac{1}{y} + \frac{y}{z}) dx + (\frac{x}{z} + \frac{x}{y^2}) dy + \frac{xy}{z} dz$, де $L : \{y = x^2, y + z = 2\}$ від точки $A(0.5, 0.25, 1.75)$ до точки $B(1, 1, 1)$;

2. Знайти роботу сили \vec{F} при переміщенні вздовж кривої L від точки M до точки N , якщо:
 $\vec{F} = (x^2 - 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}$, L : відрізок MN , $M(-4, 0)$, $N(0, 2)$;

3. За допомогою формули Гріна обчислити такий інтеграл: $\oint_L (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$,
 $L : x^2 + y^2 = 8x$, обхід додатний;

4. Обчислити поверхневий інтеграл 1-го роду:

$\iint_S z^3 ds$, де S – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $z \geq 0$;

5. Знайти потік векторного поля \vec{a} через замкнену поверхню S : $\vec{a} = (x + z)\vec{i} + (z + y)\vec{k}$, $S : \{x^2 + y^2 = 9, z = x, z \geq 0\}$;

Завдання для лабораторної роботи №4
за темою "Комплексний аналіз. "

Варіант 1

1. Функцію $f(z) = z^3 + 1$ подати у вигляді $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$;

2. Розв'язати рівняння: $\sin z = \frac{4i}{3}$;

3. Знайти похідну функції: $f(z) = (e^z + e^{-z})^2$;

4. Знайти сталі a, b, c , при яких функція $f(z) = x^2 + ax + by^2 + i(2xy + cy)$ буде аналітичною;

5. Обчислити інтеграл: $\int_L (z^2 + z \cdot \bar{z}) dz$, де L – дуга параболи $y = x^2$, $x \in [0, 1]$.

Орієнтований перелік питань до іспиту

1 семестр

1. Числові послідовності.
2. Нескінченно малі, нескінченно великі послідовності.
3. Збіжні числові послідовності та їх властивості
4. Граничний перехід у нерівностях.
5. Монотонні послідовності. Число e .
6. Граничні точки послідовностей і підпослідовностей.
7. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.
8. Границя функції за Гейне. Арифметичні операції над функціями, що мають границю.
9. Границя функції за Коші. Властивості границі функції в точці.
10. Перша та друга важливі границі
11. Нескінченно малі та неск. великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.
12. Неперервність функції.
13. Точки розриву та їх класифікація.
14. Поняття похідної. Механічний та геометричний зміст похідної.
15. Похідні елементарних функцій Теорема про похідну оберненої функції.
16. Односторонні похідні. Диференційовність функції.
17. Похідна складної функції. Диференціал функції.
18. Похідні вищих порядків. Елементарні власт. похідної n -го порядку.
19. Формула Лейбніца.
20. Основні правила диференціювання.
21. Формула Тейлора для многочлена та для довільної функції із різними залишковими членами.
22. Розклад елементарних функцій за формулою Тейлора.
23. Наближені формули. Правило Лопітала.
24. Означення екстремума. Необхідна і достатні умови існування екстремума функцій.
25. Випуклі функції. Умови випуклості.
26. Точки перегину.
27. Асимптоти графіка функції. Схема дослідження графіка функції.
28. Первісна функції і невизначений інтеграл. Основні властивості
29. Метод заміни змінної. Інтегрування частинами.
30. Інтегрування раціональних виразів Інтегрування простих дробів.
31. Інтегрування ірраціональних виразів .
32. Підстановки Ейлера та Чебишова
33. Інтегрування виразів виду $R(\sin x; \cos x)$.
34. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
35. Поняття і означення визначеного інтеграла.
36. Властивості визначених інтегралів
37. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Метод інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

2 семестр

1. Невласні інтеграли 1-го роду. Елементарні властивості.
2. Збіжність невластних інтегралів 1-го роду від невід'ємних функцій.
3. Збіжність інтегралів 1-го роду у загальному випадку.
4. Невласні інтеграли 2-го роду.
5. Умови і ознаки існування невластного інтеграла 2-го роду. Головне значення невластного інтеграла.

6. Означення функції двох та багатьох змінних. Границя і неперервність функції багатьох змінних.
7. Часткові похідні та диференціали функції багатьох змінних.
8. Похідна за напрямом. Градієнт.
9. Похідні від складних функцій (I і II частини).
10. Інваріантність форми першого диференціала. Властивості диференціювання.
11. Диференціали вищих порядків.
12. Диференціали вищих порядків від складних функцій. Формула Тейлора.
13. Необхідна умова існування екстремума функції багатьох змінних. Різні види квадратичних форм, матриця квадратичної форми.
14. Достатня умова існування екстремума ф-ції багатьох змінних (Означення, критерій Сільвестра, теорема). Теорема про достатню умову існування екстремума ф-ції двох змінних.
15. Обчислення часткових похідних неявно заданої функції.
16. Поняття числового ряду. Критерій Коші збіжності ряду. Наслідки.
17. Ряди з додатніми членами (означення, теорема). Теореми порівняння рядів.
28. Ознаки збіжності рядів Коші і Д'Аламбера. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.
19. Знакозмінні ряди.
20. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Властивості.
21. Функціональні послідовності і ряди (поняття і означення).
22. Означення рівномірно збіжного функціонального ряду. Критерій Коші для функ. послідовності і функ. ряду.
23. Ознаки рівномірної збіжності функ. рядів (Вейерштрасса, Абеля, Діріхле).
24. Неперервність суми функ. ряду. Теорема про почленний перехід до границі. Почленне інтегрування та диференціювання функціональних рядів.
25. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус, інтервал та область збіжності степеневого ряду.
26. Властивості суми степеневого ряду, їх наслідки.
27. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора
28. Поняття інтеграла залежного від параметра. Інтеграл залежний від параметра, з межами теж залежними від цього параметра.
29. Рівномірна збіжність невластних інтегралів залежних від параметра (означення, критерій, ознака Вейерштрасса).
30. Інтеграл Ейлера 1-го роду. Властивості.
31. Інтеграл Ейлера 2-го роду. Властивості.
32. Ряди Фур'є, коефіцієнти Фур'є.
33. Ортогональні системи функцій.
34. Випадок неперіодичної функції. Розклад по косинусах або синусах.

3 семестр

1. Задача про циліндричний брус. Означення подвійного інтеграла.
2. Умови існування подвійного інтеграла. Властивості сум Дарбу. Класи інтегровних функцій.
3. Властивості інтегровних функцій та подвійних інтегралів.
4. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадку прямокутної області.
5. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадку криволінійної області..
6. Невласні подвійні інтеграли.
7. Задача про обчислення маси тіла. Потрійний інтеграл і умови його існування.
8. Властивості потрійних інтегралів.
9. Обчислення потрійного інтеграла, поширеного на паралелепіпед.

10. Обчислення потрійного інтеграла по довільній області.
 11. Заміна змінних у потрійних інтегралах.
 12. Об'єм n-вимірного тіла, n-кратний інтеграл. Заміна змінних в n-кратному інтегралі.
 13. Криволінійний інтеграл 1-го роду.
 14. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.
 15. Криволінійний інтеграл 2-го роду.
 16. Існування і обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду. Випадок замкнутого контура.
- Орієнтація площини.
17. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування.
 18. Формула Гріна, його використання при дослідженні криволінійних інтегралів.
 19. Поверхневий інтеграл 1-го роду.
 20. Поверхневий інтеграл 2-го роду.
 21. Поняття векторного аналізу. Градієнт.
 22. Потік вектора через поверхню.
 23. Означення поверхні рівня, векторної лінії, векторної поверхні. Формула Остроградського, дивергенція.
 24. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Ротор.
 25. Границя функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної.
 26. Диференційовність функції комплексної змінної. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної.
 27. Симетричні точки. Конформні відображення, що здійснюються деякими елементарними функціями.
 28. Лінійна функція. Дробово-лінійна функція. Функція Жуковського.
 29. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші. Первісна функції комплексної змінної. Умови існування первісної.
 30. Лишки. Формули для обчислення лишків. Логарифмічні лишки.
 31. Застосування лишків до обчислення визначеного інтегралу. Застосування лишків до обчислення невластних інтегралів.

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Технічні засоби – мультимедійний проєктор.

Програмне забезпечення – операційна система, сервіс Google Meet, система електронного навчання Moodle.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Бохонов Ю.Є. Математичний аналіз. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Навч. посібн. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки». Київ. КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 162 с
2. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз. Київ. Знання, 2008. 421 с.
3. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. (І курс І семестр) / В. О. Гайдей, Л. Б. Федорова, І. В. Алексєєва, О. О. Диховичний. К: НТУУ «КПІ», 2013. 104 с.
4. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Практикум. (І курс І семестр) / Уклад.: І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 252 с.
5. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій. (І курс ІІ семестр) / Уклад.: В. О. Гайдей, Л. Б. Федорова, І. В. Алексєєва, О. О. Диховичний, К.: НТУУ «КПІ», 2013. 144 с.
6. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Практикум. (І курс ІІ семестр) / Уклад.: І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К.: НТУУ «КПІ», 2014. 190 с.
7. Ряди. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення. Практикум. (ІІ курс ІІІ семестр) / Уклад.: І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 160 с.
8. Ряди. Функції комплексної змінної. Операційне числення. Конспект лекцій. (ІІ курс ІV семестр) / Уклад.: І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 107 с.
9. Синявська О. О., Слюсарчук П. В. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для студентів спеціальностей математика, прикладна математика, статистика. Ужгород, 2015. 70 с.
10. Комплексний аналіз: навчальний посібник / П.В. Слюсарчук, Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак, А.М. Тегза. Ужгород: 2022. – 244 с.
11. Боярищева Т.В., Герич М.С., Синявська О.О., Слюсарчук П.В. Диференціальне числення функцій однієї змінної: методичні вказівки до виконання типових індивідуальних завдань з математичного аналізу для студентів факультету математики та цифрових технологій. – Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2023. 92 с.
12. Боярищева Т.В., Герич М.С., Погоріляк О.О., Синявська О.О. Інтегральне числення функцій однієї змінної: методичні вказівки до виконання типових індивідуальних завдань з математичного аналізу для студентів факультету математики та цифрових технологій. – Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2023. 86с.
13. Боярищева Т.В., Герич М.С., Слюсарчук П.В., Тегза А.М. Функції багатьох змінних: методичні вказівки до виконання типових індивідуальних завдань з математичного аналізу для студентів факультету математики та цифрових технологій. Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2023. 55с.
14. Погоріляк О.О., Сливка-Тилищак Г.І., Тегза А.М. Кратні та криволінійні інтеграли: методичні вказівки до виконання типових індивідуальних завдань з математичного аналізу для студентів факультету математики та цифрових технологій. Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2023. 49с.

Допоміжна література

1. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2.ч. Ч. 1. 3-е вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 446 с.
2. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2 ч. Ч. 2. 3-е вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 510 с.
3. Вища математика Збірник задач За ред. В.П. Дубовика, І.І. Юрика -2006.Г. М.
4. Богдан О. М. Рибицька, О. З. Слюсарчук. Математичний аналіз. Навч. посібник для студ. Л. Нац. Ун-т. «Львів. Політехніка», 2002. 307 с.