

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

**ЗБІРНИК ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ  
ПІДСУМКОВОЇ НАУКОВОЇ  
СТУДЕНТСЬКОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**

**м. Ужгород | 28 квітня 2021 року**

УДК 51+001

**Підсумкова студентська наукова конференція факультету математики та цифрових технологій ДВНЗ «УжНУ»** : наукова конференція, збірник тез доповідей. Ужгород, 28 квітня 2021 року. – Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2021. – 42 с.

У збірнику представлено стислий виклад доповідей і повідомлень поданих на підсумкову студентську наукову конференцію факультету математики та цифрових технологій ДВНЗ «УжНУ». Тези доповідей та повідомлень подані в авторському варіанті. Відповідальність за представлений матеріал несуть автори та їх наукові керівники.

**Підготовка матеріалів до друку: Синявська О. О.**

© ДВНЗ «УжНУ», 2021

© Автори публікацій, 2021

## ЗМІСТ

<b>Секція №1 «МАТЕМАТИКА, СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)».....</b>	<b>5</b>
<i>Ангела М.М.</i> Асимптотичні розв'язки рівняння Шредінгера для потенціалу кулонівського поля та паралельних електричного і магнітного полів. ....	6
<i>Біланч Є.В.</i> Особливості вивчення статистичних характеристик у шкільному курсі математики. ....	7
<i>Білецька Д.Ю.</i> Про центральні рядки черніковських $p$ -груп. ....	8
<i>Волощук А.А.</i> Функціональна залежність між числовими величинами і особливості її вивчення в курсі загальноосвітньої школи. ....	10
<i>Герич Б.М.</i> Особливості вивчення методу інтервалів у шкільному курсі математики. ....	11
<i>Євмененко А.О.</i> Використання систем комп'ютерної алгебри для розв'язування економічних задач. ....	13
<i>Ковальчин Д.І.</i> Математично-статистичні методи обробки інформації у прикладних дослідженнях ....	14
<i>Корнатівська А.О.</i> Застосування однофакторних дисперсійних моделей. ....	15
<i>Купар В.В.</i> Доведення нерівностей в шкільному курсі математики. ....	16
<i>Малетичн Т.В.</i> Звідність мономіальних матриць великої ваги над комутативними локальними кільцями. ....	17
<i>Мацола О.О.</i> Моделювання випадкових процесів, що допускають зображення у вигляді стохастичних інтегралів. ....	18
<i>Менджул С.С.</i> Асимптотичні розв'язки рівняння Шредінгера для потенціалу кулонівського поля та перпендикулярних електричного і магнітного полів. ....	20
<i>Міговк М.М.</i> Застосування елементів теорії чисел у криптографії. ....	21
<i>Мудранинець І.М.</i> Дослідження нелінійної задачі Гурса з передісторією. ....	22
<i>Остич А.В.</i> Задачі з параметрами і методи їх розв'язання. ....	23
<i>Пумпинець П.І.</i> Математичне моделювання в медицині за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple. ....	24
<i>Світлик М.Ю.</i> Елементи теорії ймовірностей у шкільному курсі математики. ....	25
<i>Фулайтер І.С.</i> Рангова кореляція випадкових величин. ....	27

<i>Химинець М.В.</i> Обчислення ймовірності помилок при використанні кодів, що виправляють помилки. ....	29
<i>Шовак А.П.</i> Пропорційні співвідношення між величинами у текстових задачах	30
<b>Секція №2 «Прикладна математика, Системний аналіз »</b> .....	31
<i>Бобик Т.Л</i> Особливості використання комп'ютерного зору при розробці інтерактивних додатків .....	32
<i>Булгаков В.В.</i> Безсерверні обчислювальні платформи керовані подіями .....	33
<i>Гриценко І.Т.</i> Discord-боти. Розробка та функціональне призначення .....	34
<i>Карабін К.В.</i> Інформаційні системи для малого бізнесу (система «Фермерське господарство») .....	35
<i>Каршаї Д.Г.</i> Використання сучасних ігрових технологій у навчальному процесі .....	36
<i>Кобаль Т.А.</i> Пошукова оптимізація сайту. Контент .....	37
<i>Пастор М.О.</i> Сучасні інструменти тестування мобільних та WEB-додатків .....	38
<i>Присяжний О.С.</i> Розробка сайтів для актуальних комерційних задач на основі JavaScript .....	39
<i>Сотак Е.Ю.</i> Інформаційні системи для малого бізнесу(система «Магазин») .....	40
<i>Чубирка В.В.</i> Розробка WEB - ресурсу для організації навчального процесу .....	41

**Секція №1 «МАТЕМАТИКА, СЕРЕДНЯ ОСВІТА  
(МАТЕМАТИКА)»**

*Керівник секції:* канд. фіз.-мат. наук, доц. Синявська Ольга  
Олександрівна

# АСИМПТОТИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА ДЛЯ ПОТЕНЦІАЛУ КУЛОНІВСЬКОГО ПОЛЯ ТА ПАРАЛЕЛЬНИХ ЕЛЕКТРИЧНОГО І МАГНІТНОГО ПОЛІВ

Ангела Микола Миколайович, [anhela.mykola@student.uzhnu.edu.ua](mailto:anhela.mykola@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 1 року навчання, спеціальність III «Математика»*

Задача про атом водню в електричному і магнітному полях має фундаментальне значення для квантової механіки та атомної фізики і часто зустрічається в застосуваннях (див., наприклад, [1] і вказані там посилання).

Асимптотичний підхід (так званий метод квазікласичних локалізованих станів) був розроблений для розв'язання стаціонарних рівнянь Шредінгера та Дірака з довільним аксіально-симетричним електричним потенціалом бар'єрного типу і застосовувався до задачі про атом у однорідному електричному полі як в нерелятивістському, так і релятивістському випадках [2].

В даній роботі зроблено узагальнення цього методу, коли в потенціалі, крім електричного поля присутнє однорідне магнітне поле, напрямлене вздовж осі симетрії потенціалу. Використовуючи вищезгаданий підхід побудовано квазікласичні хвильові функції в класично забороненій та дозволений областях для довільного атома в паралельних електричному та магнітному полях, а також отримано загальний аналітичний вираз для головного члена асимптотичного (за напруженостями електростатичного та магнітного полів) розкладу ймовірності іонізації атома в такому полі. В граничних випадках отримані вирази узгоджуються з результатами інших авторів.

## **Література**

1. Вакарчук І. О. Квантова механіка: підручник. 3-тє вид., доп. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 848 с.
2. Reity O.K., Reity V.K., Lazur V.Yu. Quasiclassical Approximation in the Non-Relativistic and Relativistic Problems of Tunneling Ionization of a Hydrogen-Like Atom in a Uniform Electric Field. *EPJ Web of Conferences*. 2016. V. 108. 02039 (6 pp.).

# ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СТАТИСТИКИ У ШКОЛІ

Біланич Євгенія Василівна, [bilanych.yevheniya@student.uzhnu.edu.ua](mailto:bilanych.yevheniya@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

У сучасному світі всі закономірності масових процесів, природних, наукових, технологічних, соціально–економічних або психологічних, підпорядковуються закономірностям, що мають статистичну, вірогідну форму вираження. Високий ступінь пізнання й уміння враховувати та застосовувати у своїй діяльності статистичний характер масових процесів потрібний для успішної діяльності фахівців різних галузей науки, наприклад медичної, біологічної, суспільних, керівників усіх рангів, менеджерів на виробництві, державних і муніципальних діячів, представників законодавчої та судової гілок влади [1].

В даний час ніхто не піддає сумніву необхідність включення стохастичної лінії в шкільний курс математики. Про необхідність вивчення в школі елементів теорії ймовірностей і статистики мова йде дуже давно. Адже саме вивчення і осмислення теорії ймовірностей і статистичних проблем особливо потрібно в нашому перенасиченому інформацією світі. Але впровадження стохастичної лінії в шкільний курс зіткнулося з деякими труднощами, в першу чергу, це методична невідповідність вчителів і відсутність єдиної методики та шкільних підручників. Сучасна концепція шкільної математичної освіти орієнтована, насамперед, на врахування індивідуальності дитини, її інтересів і схильностей. Цим визначаються критерії відбору змісту, розробка і впровадження нових, інтерактивних методик викладання, зміни у вимогах до математичної підготовки учня. І з цієї точки зору, коли мова йде не тільки про навчання математиці, а й формуванні особистості за допомогою математики, необхідність розвитку у всіх школярів ймовірнісної інтуїції і статистичного мислення стає нагальним завданням.

Зміст навчання статистичного матеріалу у шкільному курсі математики має певною мірою розкривати освітні функції статистики. Добираючи зміст, важливо правильно визначити, які знання потрібні сучасній людині в повсякденному житті та діяльності, які з них знадобляться учням під час вивчення інших шкільних предметів, для продовження освіти, який внесок можуть зробити ці знання у формування різних сторін інтелекту учнів, у засвоєні єдиної картини світу.

Вивчення математичної статистики має велику прикладну цінність, адже розвинуте суспільство вимагає від своїх членів умінь аналізувати випадкові фактори, оцінювати шанси, висувати гіпотези, прогнозувати розвиток ситуації і, нарешті, приймати рішення в ситуаціях, що мають ймовірнісний характер, у ситуаціях невизначеності. Саме тому актуалізується необхідність включення статистичних знань і вмінь в інтелектуальний багаж кожної сучасної людини.

## Література

1. Бродський Я.С., Павлов О.Л. Про введення ймовірнісно–статистичної змістової лінії в шкільний курс математики. *Математика в школі*. 2000. № 4. С. 19-24.

# ПРО ЦЕНТРАЛЬНІ РЯДИ ДЕЯКИХ ЧЕРНІКОВСЬКИХ $p$ -ГРУП

Білецька Діана Юріївна, [biletska.diana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:biletska.diana@student.uzhnu.edu.ua)

магістр 2 року навчання, спеціальність III «Математика»

В цій роботі досліджується структура центрального ряду черніковської  $p$ -групи  $G$ , яка містить максимальну повну абелеву підгрупу  $M$  індексу  $p$ .

Добре відомо, що така група є гіперцентальною групою. З іншого боку із теорії розширень груп також добре відомо, що будову цієї групи можна визначити за допомогою певного цілочислового  $p$ -адичного матричного зображення  $\Gamma$  фактор-групи  $G/M$  та елементом із другої групи гомологій  $H^2(G/M, M)$ .

Якщо група  $G$  має центральний ряд

$$Z_1 \subset Z_2 \subset \dots \subset Z_\omega \subset \dots \subset G,$$

який є композиційним рядом, то число трансфінітних чисел множини індексів членів цього ряду будемо називати трансфінітною довжиною цього композиційного ряду. Вважатимемо, що  $G$  є адитивною групою, а  $\Gamma$  — матричне цілочислове  $p$ -адичне зображення фактор-групи  $G/M$ , індуковане гомоморфізмом  $f: g \rightarrow f_g, g \in G$ , із групи  $G$  в групу автоморфізмів  $\text{Aut}M$ , де

$$f_g(m) = -g + m + g, m \in M.$$

Показано, що трансфінітна довжина композиційного ряду групи  $G$  дорівнює кратності незвідної компоненти  $g + M \rightarrow 1$  зображення  $\Gamma$ , якщо  $G$  є абелевою групою, і на одиницю більше цього числа, якщо ж  $G$  — неабелева група.

Нехай  $C_{p^\infty}$  — адитивна квазіциклічна  $p$ -група, а  $C_{p^\infty}^n$  — зовнішня пряма сума  $n$  екземплярів квазіциклічної  $p$ -групи  $C_{p^\infty}$  для деякого натурального числа  $n$ .

Добре відомо [1], що група  $\text{Aut}C_{p^\infty}^n$  ізоморфна повній лінійній  $\text{GL}(n, \mathbb{Z}_p)$ , де  $\mathbb{Z}_p$  —  $p$ -адичних чисел.

Розглянемо циклічну адитивну групу  $H$  порядку  $p$  з твірним елементом  $h$  і деяке матричне зображення  $\Gamma$  цієї групи степеня  $n$  над кільцем  $\mathbb{Z}_p$ . Образ будь-якого елемента  $h'$  групи  $H$  позначатимемо через  $\Gamma_{h'}$ . Визначимо дію  $\cdot$  групи  $H$  на групі  $C_{p^\infty}^n$  за правилом  $h' \cdot c = \Gamma_{h'}(c)$  для довільних елементів  $h' \in H$  і  $c \in C_{p^\infty}^n$ .

Підкреслимо, що ядро  $\text{Ker}\Gamma$  є підгрупою стабілізатора кожного елемента із  $C_{p^\infty}^n$ . Нескладно переконатися, що множина

$$\mathfrak{z}(\Gamma) = \{c \in C_{p^\infty}^n \mid h \cdot c = c\}$$

є підгрупою групи  $C_{p^\infty}^n$ . Для матричного зображення  $\Gamma$  групи  $H$  та деякого елемента  $\mathfrak{z}(\Gamma)$  побудуємо групу  $G(\Gamma, c)$  наступним чином:

$$G(\Gamma, c) = H \times C_{p^\infty}^n,$$

а бінарна операція  $+$  задається так

$$(ih, c_1) + (jh, c_2) = ((i+j)h, \mu_{ij}c + jh \cdot c_1 + c_2),$$

де  $i, j \in \{0, 1, \dots, p-1\}$ ,  $c_1, c_2 \in C_{p^\infty}^n$

В [2] доведено, що таким чином побудована група є циклічним розширенням групи  $C_{p^\infty}^n$  за допомогою групи  $H$ , а як наслідок, є черніковською  $p$ -групою.

## Література

1. Курош А. Г. Теория групп. Москва : Наука, 1967. 648 с.

2. Гудивок П. М., Ващук Ф. Г., Дроботенко В. С. Черниковские  $p$ -группы и целочисленные  $p$ -адические представления конечных групп. *Український математичний журнал*. 1992. Том 44, №6. С. 742-753.
3. Білецька Д. Ю., Шапочка І. В. Про центральні ряди деяких черніковських  $p$ -груп. *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ.* 2020. Вип. №2 (37). С. 36-44.
4. Черников С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. Москва : Наука, 1980. 384с.
5. Baumslag G., Blackburn N. Groups with cyclic upper central factors. *Proceedings of the London Mathematical Society*. 1960. 10. P. 531-544.
6. Hartley B. A dual approach to Chernikov modules. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1977. P. 215-239.
7. Маклейн С. Гомология. Москва : Мир, 1966. 543 с.

# ФУНКЦІОНАЛЬНА ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ ЧИСЛОВИМИ ВЕЛИЧИНАМИ І ОСОБЛИВОСТІ ЇЇ ВИВЧЕННЯ В КУРСІ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

Волощук Ангеліна Анатоліївна, [voloshchuk.anhelina@student.uzhnu.edu.ua](mailto:voloshchuk.anhelina@student.uzhnu.edu.ua)

*5 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

Поняття функції є центральним в математичній освіті. Від того, наскільки повно і всебічно школяр зрозуміє це поняття, залежить його подальша адаптація в математичній діяльності.

У шкільному курсі математики учні знайомляться з визначенням функції і тієї бази понять, на якому воно засноване, на протязі всього періоду навчання. При цьому весь зміст навчання побудовано так, що кінцевим результатом в ідеалі повинно бути сформовано з одного боку ясно свідчить про це поняття, а з іншого боку близьке до сучасного розуміння функції як деякого відображення довільних множин [1-2].

У даній роботі зроблена спроба, спираючись на основні шкільні підручники, зібрати матеріал по даній темі, систематизувати його для того, щоб виділити важливі моменти при формуванні поняття функції і перешкоджати формальному засвоєнню понять, супутніх визначенням функції. Велику роль в досягненні цієї мети грають розроблені тестові завдання, розбір типових прикладів, в яких учні часто дають неправильні відповіді.

Дана робота охоплює весь матеріал, пов'язаний з поняттям функції в шкільному курсі і може бути використана при роботі на уроках в звичайних, профільних класах і на факультативних заняттях з математики.

Відповідь на важливе питання: «Що значить задати функцію?» Тут мова більшою мірою йде про множину визначення і множину значень функцій.

Графік функції виступає основним опорним чином при формуванні цілого ряду понять – зростання та спадання функції, парності і непарності, оборотності функції, поняття екстремуму.

Досліджується методика викладання важливих класів функцій: парні, непарні, періодичні. Тут визначення даних класів підкріплені типовими прикладами, в яких школярі, як правило, роблять помилки.

Розроблено комплект тестових завдань по темі «Числові функції. Складна функція. Парні, непарні функції. Періодичні функції».

## **Література**

1. Вірченко Н.О., Ляшко І.І., Швецов К.І., Графіки функцій. Довідник. Київ: «Наукова думка», 1979.
2. Груденов Я.І. Вивчення визначень, аксіом, теорем. Посібник для вчителів. М.: Просвещение, 1981.

# ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ МЕТОДУ ІНТЕРВАЛІВ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Герич Богдана Михайлівна, [herych.bohdana@uzhnu.edu.ua](mailto:herych.bohdana@uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

У сучасному процесі навчання математики теорія нерівностей відіграє велику роль у математиці. Останнім часом з'явилися окремі галузі сучасної математики, в яких нерівностям відводиться центральне місце. Це лінійне і нелінійне програмування, теорія ігор, дослідження операцій тощо.

Розв'язування нерівності потребує вміння учня звести його до розв'язування найпростіших нерівностей, не допустивши при цьому ні втрати розв'язків, ні придбання зайвих розв'язків. Одним з найбільш ефективних методів розв'язування – метод інтервалів.

Метод інтервалів є одним із важливих універсальних методів розв'язування нерівностей. Його зручно використовувати, як для лінійних, квадратних, раціональних, дробово-раціональних, ірраціональних нерівностей та ін. Даний метод розв'язування нерівностей ґрунтується на такій фундаментальній властивості монотонних функцій: будь-яка монотонна функція або зберігає свій знак на області визначення, або змінює його точно один раз у своєму нулі (тобто графік функції або не перетинає вісь абсцис, або перетинає її точно один раз).

*Методом інтервалів*, називається метод розв'язання нерівностей, заснований на дослідженні зміни знаків функції.

*В основі методу інтервалів лежить наступне:*

1. Знак добутку (частки) однозначно виражається знаками множників (діленого і дільника).
2. Знак добутку не змінється (змінється) на протилежний, якщо замінити знак у парного (непарного) числа множників.
3. Знак многочлена праворуч від більшого (або єдиного) кореня збігається зі знаком його старшого коефіцієнта. У разі відсутності коренів знак многочлена збігається зі знаком його старшого коефіцієнта на всій області визначення.
4. Якщо строго зростаюча (спадна функція) має корінь, то праворуч від кореня вона позитивна (негативна) і при переході через корінь змінює знак.

*Алгоритм розв'язування нерівностей методом інтервалів:*

1. Знайти область визначення функції.
2. Знайти нулі функції.
3. На числову пряму нанести область визначення і нулі функції. Нулі функції розбивають її область визначення на проміжки, в кожному з яких функція зберігає знак.
4. Знайти знаки функції в отриманих проміжках, обчисливши значення функції в якій-небудь одній точці з кожного проміжку.
5. Враховуючи знак нерівності, записати відповідь.

Розглянемо загальний підхід до розв'язання нерівностей виду  $f(x) > g(x)$ , що використовується у шкільному курсі математики.

Розв'язати нерівність  $f(x) > g(x)$  – означає знайти множину усіх її розв'язків або встановити, що нерівність розв'язків не має.

Розглянемо загальний принцип використання методу інтервалів для розв'язування нерівності  $f(x) > g(x)$ . У випадку нерівностей  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$   $f(x) \geq g(x)$  ця схема аналогічна.

Отже,

1. Шукаємо область визначення  $D$  нерівності, яку називають множиною всіх значень невідомої, на якій існують функції  $f(x), g(x)$ . При визначенні  $D$  часто вводяться також додаткові умови, які пов'язані з характером нерівності.
2. Перенести всі члени заданої нерівності вліво:  $f(x) - g(x) > 0$ .
3. Ліву частину отриманої нерівності максимально спростити і розкласти на множники. Якщо при цьому з'являються однакові множники, треба замінити їх відповідними степенями.
4. Знайти нулі функції  $f(x) - g(x)$ .
5. Відкласти нулі функції та точки, що пов'язані з областю визначення функції на числовій прямій.
6. На кожному отриманому інтервалі визначити знак функції  $f(x) - g(x)$ .
7. Виписати розв'язок, що задовольняє нерівність.

Оскільки, методу інтервалів для розв'язання різного виду нерівностей у школі не приділяють належної уваги, то це приводить до вибору учнів нераціональних способів розв'язання та заучуванню великої кількості теоретичного матеріалу.

### Література

1. Бантова М.А., Бельтюкова Т.В. Методика викладання математики. К.: Генеза, 2008. 335 с.
2. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвітн. навч. закл. К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. 272 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підруч. для студентів матем. спеціальностей пед. вузів. К.: Зодіак-ЕКО, 2000. 512с.

# ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

Євмененко Анастасія Олександрівна,  
[yevmenenko.anastasiya@student.uzhnu.edu.ua](mailto:yevmenenko.anastasiya@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 2 року навчання, спеціальність III «Математика»*

Математичне моделювання більшості природних процесів і явищ пов'язане з розв'язуванням багатопараметричних задач, обробкою колосальних обсягів інформації, твердими вимогами до скорочення строків проведення комп'ютерних розрахунків. В усьому світі фахівці все частіше звертаються не до традиційних систем програмування на алгоритмічних мовах, а використовують у своїх дослідженнях універсальні системи комп'ютерної алгебри, що істотно підвищує продуктивність інтелектуальної праці.

Під системою комп'ютерної алгебри розуміється «сукупність методів і засобів, що забезпечують максимально комфортну й швидку підготовку алгоритмів і програм для розв'язування математичних задач будь-якої складності з високим ступенем візуалізації усіх етапів розв'язування» [1]. При цьому в переважній більшості випадків передбачається об'єднання можливостей текстових редакторів (у форматі Word, наприклад) з власне математичними системами. Це дозволяє створювати електронні документи та книги з «живими» прикладами математичних розрахунків і високим ступенем графічної візуалізації усіх етапів розв'язування задачі.

Провівши порівняльний аналіз кількох найпоширеніших систем комп'ютерної алгебри, таких як Mathematica, MathCad та Maple, можна зробити висновок, що саме система комп'ютерної алгебри Maple володіє всіма необхідними властивостями для розв'язування економічних задач. Головною перевагою Maple є здатність виконувати арифметичні дії у символічному вигляді, хоча є ряд засобів і для розв'язування задач диференціального та інтегрального числення, обчислення границь, розкладань в ряди, підсумовування рядів, а також для дослідження неперервних або кусково-неперервних функцій тощо. Крім того, Maple підтримує як двовимірну, так і тривимірну графіку, дозволяє будувати графіки відразу декількох функцій та будувати графіки функцій в різноманітних системах координат.

У роботі за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple досліджується економічна модель формування ціни на товар в умовах балансу попиту та пропозиції [2], розв'язується задача про оптимальний розподіл капіталу, обчислюється коефіцієнт Джині (показник нерівності розподілу серед населення деякої величини, наприклад, річних доходів). Оскільки Maple містить спеціалізовані пакети для розв'язування задач оптимізації (як лінійної, так і нелінійної), то легко розв'язуються задача визначення оптимального плану виробництва, задача про оптимальну суміш (або задача про дієту), транспортна задача [3] та багато інших.

## **Література**

1. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. 1296 с.
2. Аршава О. О., Іохвідович Н. Ю., Кононенко А. І. та ін. Прикладні задачі з вищої математики для економічних спеціальностей: навчально-методичний посібник. Харків: ХДТУБА, 2011. 71 с.
3. Вітлінський В.В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація: навч. посібник. К.: КНЕУ, 2016. 303 с.

# МАТЕМАТИЧНО-СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ У ПРИКЛАДНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Ковальчин Діана Ігорівна, [kovalchyn.diana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:kovalchyn.diana@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність ІІІ «Математика»*

Розвиток сучасної науки характеризується її математизацією, що представляється у використанні сучасних математичних методів і моделей не тільки у технічних та економічних дослідженнях, але й у менеджменті, соціології, біології, екології, психології, медицині тощо [1-2].

Для дослідження поведінки людини використовують багато різних математичних методів. У переважній більшості сучасних практичних і наукових джерелах соціально-психологічного напрямку для аналізу проблем, що досліджуються, застосовують різні розділи математики, часом занадто абстрактні. Однак один розділ математики, а саме математичну статистику використовують при розв'язанні задач такого типу найчастіше.

Мета проведення статистичних досліджень полягає у пошуку та дослідженні співвідношень між статистичними даними та їх використанням для вивчення, прогнозування і прийняття рішень.

Останнім часом значного поширення набувають нові технології й методи аналізу великих даних, зокрема методи аналізу даних (data mining), які використовують для виявлення прихованих закономірностей у великих масивах даних, та нейроінформатики, а також методики й засоби статистичного контролю за якістю на виробництві та в управлінні організаціями.

Основні процедури аналізу даних найчастіше реалізують за допомогою сучасних інформаційних технологій. При цьому дослідники або самі створюють розрахункові алгоритми та відповідні комп'ютерні програми, або використовують наявне програмне забезпечення – електронні таблиці Microsoft Excel, спеціалізовані статистичні пакети SPSS, STATISTICA, такі спеціалізовані математичні пакети як, MatLab, MathCad тощо. Але навіть при застосуванні спеціальних програм, досліднику необхідно володіти базовими теоретичними основами математичних методів аналізу даних, оскільки зазвичай це передбачає необхідність вибору оптимальних алгоритмів та відповідних параметрів їх реалізації, іноді з декількох сотень можливих варіантів. У комбінації ж із мовою програмування Visual Basic for Application (VBA), табличний процесор Microsoft Excel здобуває універсальний характер й дозволяє розв'язати взагалі будь-яке завдання, незалежно від його характеру.

У роботі описано основні математично-статистичні методи, що використовуються при обробці інформації у економічних, соціологічних та інших прикладних дослідженнях, та способи їх реалізації засобами Microsoft Excel.

## **Література**

1. Василенко О. А., Сенча І. А. Математично-статистичні методи аналізу у прикладних дослідженнях: навч. посіб. Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2011. 166 с.
2. Телейко А. Б., Чорней Р. К. Математико-статистичні методи в соціології та психології: навч. посіб. К. : МАУП, 2007. 424 с.

# ЗАСТОСУВАННЯ ОДНОФАКТОРНИХ ДИСПЕРСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

Корнатівська Анастасія Олександрівна,  
[kornativska.anastasiya@student.uzhnu.edu.ua](mailto:kornativska.anastasiya@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність ІІІ «Математика»*

Дисперсійний аналіз є сукупністю статистичних методів, призначених для перевірки гіпотез про зв'язок між певною ознакою та досліджуваними факторами, які не мають кількісного опису, а також для встановлення ступеня впливу факторів та їх взаємодії. У спеціальній літературі дисперсійний аналіз часто називають ANOVA (від англomовної назви Analysis of Variations) [1].

Основною метою однофакторного аналізу зазвичай є оцінка сили впливу конкретного фактора на досліджуваний відгук. Іншою метою є порівняння двох або декількох факторів з метою визначення різниці їх впливу на відгук, яку часто називають контрастом факторів.

**Модель дисперсійного аналізу** – аналітичне представлення результату спостереження через середнє значення та похибку, при цьому середнє значення подається у вигляді суми генерального середнього та ефектів від кожного врахованого фактора та їх взаємовпливу.

**Модель 1.** *Параметрична модель, або модель з фіксованими рівнями факторної ознаки* результат запланованого спостереження визначає сумою:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + W_{ij}; i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, n_i \quad (1.1)$$

Вивчається ознака  $Y$  однорідної сукупності об'єктів, які перебувають під впливом фактора  $A$ . План експерименту передбачає  $I$  рівнів факторної ознаки:

$$A = \{A_1, A_2 \dots A_I\}.$$

**Модель 2.** *Модель компонент дисперсії, або модель дисперсійного аналізу, з випадковими рівнями фактора*, результат запланованого спостереження визначається сумою:

$$Y_{ij} = \mu + V_i + W_{ij}; i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, n_i \quad (1.2)$$

Вивчається вплив фактора  $A$  на досліджувану ознаку однорідних об'єктів  $Y$ . Серед великого числа рівнів факторів  $A$  вибирають  $I$  випадкових рівнів  $A = \{A_1, A_2 \dots A_I\}$ .

Модель 2 можна застосовувати тоді, коли набір рівнів факторів у плані експерименту представляє вибірку зі сукупності всіх можливих рівнів факторів.

При проведенні дисперсійного аналізу необхідно перевірити нормальність розподілу досліджуваної випадкової величини і відсутність відмінності дисперсій сукупностей. Це можна виконати методами перевірки статистичних гіпотез.

## Література

1. Андерсен Т. Введение в многомерный статистический анализ. М.: Физматгиз, 1963. 500 с.

# ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Купар Вікторія Василівна, [kupar.viktoriia@student.uzhnu.edu.ua](mailto:kupar.viktoriia@student.uzhnu.edu.ua)

*5 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

З усіх наук світу одне з найважливіших місць для розвитку технічного прогресу належить математиці. Математика дає людству можливості розв'язувати найрізноманітніші задачі, адже ця наука має чимало засобів для цього. Одним з таких засобів є нерівності.

Нерівності широко застосовуються у всіх галузях математики (алгебри, геометрії, топології, теорії чисел, теорії ймовірностей, дискретній математиці та інших). Без нерівностей не обходяться і в таких науках як фізика, хімія, астрономія. В сучасному світі з'явилися окремі галузі математики пов'язані з теорією нерівностей. Зокрема, це лінійне та нелінійне програмування, теорія ігор, дослідження операцій тощо [1].

У шкільному курсі алгебри середньої школи вивченню теми “Нерівності” відводиться достатньо часу, натомість вивченню теми “Доведення нерівностей” присвячено дуже мало часу і її вивчають тільки в класах з поглибленим вивченням математики. Тому учні не встигають добре засвоїти матеріал, внаслідок чого вони допускають багато помилок при доведенні нерівностей, навіть прості нерівності можуть викликати у них труднощі.

Для доведення нерівностей використовують багато методів, зокрема алгебраїчні та геометричні методи. Також для доведення нерівностей використовують властивості функцій та методи математичного аналізу. В шкільному курсі алгебри для доведення нерівностей розглядаються метод різниці, синтетичний метод (застосування очевидної нерівності), аналітичний метод (спрощення нерівностей), метод доведення від супротивного, використовуються раніше доведені нерівності, нерівність Коші, нерівність Коші-Буняковського, нерівності між середніми величинам [2].

Задачі, у яких потрібно довести нерівність, часто пропонують на різноманітних олімпіадах з математики та математичних конкурсах, турнірах тощо. Перед вчителем який проводить факультативи та гуртки постає завдання підготувати обдарованих учнів до цих задач, навчити їх не «зубрити» алгоритми доведення нерівностей наявні в підручниках, а вникати в суть кожного методу, мислити нестандартно. За допомогою спеціально підібраних задач, які можуть зацікавити учнів своєю видимою простотою і тим, що їх розв'язок не відразу одержується, можна показати учням простоту логічних міркувань.

У роботі систематизовано теоретичні відомості про нерівності та методи їх доведення на основі навчально-методичної літератури. При цьому описано основні та деякі спеціальні методи розв'язування задач на доведення нерівностей. розглянуто методіку доведення нерівностей на уроках алгебри та факультативних заняттях в середній школі. Усі наведені методи ілюструються розв'язанням конкретних прикладів.

## **Література**

1. Коваленко В. Г., Гельфанд М. Б., Ушаков Р. П. Доведення нерівностей. К.: Вища школа, 1979. 120 с.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. К.: Вища школа, 2006. 582 с.

# ЗВІДНІСТЬ МОНОМІАЛЬНИХ МАТРИЦЬ ВЕЛИКОЇ ВАГИ НАД КОМУТАТИВНИМИ ЛОКАЛЬНИМИ КІЛЬЦЯМИ

Малетич Тетяна Василівна, [maletych.tetyana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:maletych.tetyana@student.uzhnu.edu.ua)

3 курс, спеціальність 111 «Математика»

Нехай  $K$  – комутативне кільце з одиницею. Розглядаємо монотіальну матрицю над кільцем  $K$ , тобто матрицю розміру  $n \times n$ , в кожному рядку  $i$  в кожному стовпці якої стоїть не більше одного ненульового елемента.

Розглянемо монотіальну матрицю вигляду

$$A = M_t(\bar{a}) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & a_n \\ a_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \end{pmatrix},$$

де  $\bar{a} = (a_1, \dots, a_{n-1}, a_n)$ . Така матриця називається канонічно циклічною, а послідовність  $\bar{a}$  – її визначальною послідовністю. У випадку, коли всі ненульові елементи  $a_i$  мають вигляд  $t^{s_i}$  ( $s_i \geq 0$ ), де  $t$  – фіксований елемент із  $K$ , матриця  $A$  називається канонічно  $t$ -циклічною. Число  $s_i$  називають вагою елемента  $t^{s_i}$ , послідовність  $\bar{w} = (s_1, \dots, s_{n-1}, s_n)$  – ваговою послідовністю матриці  $A$ , а суму членів вагової послідовності – вагою матриці  $A$  [1].

## Теорема 1.

Нехай  $K$  – комутативне локальне кільце з радикалом Джекобсона  $R = tK \neq 0$ , що  $R^2 = 0$  і  $k, m, n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 7$ ,  $\alpha_i \in \{1, t\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Монотіальна матриця порядку  $n$  з визначальною послідовністю  $(1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, 1, 1, \alpha_{k+1}, \alpha_{k+2}, \dots, \alpha_m, t, t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, 1, t, t)$  звідна над кільцем  $K$ .

## Література

1. Бондаренко В. М., Бортош М. Ю. Достатні умови звідності в категорії монотіальних матриць над комутативним локальним кільцем. *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика і інформатика»*. 2017. Вип. 30, № 1. С. 11-24.

# МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ, ЩО ДОПУСКАЮТЬ ЗОБРАЖЕННЯ У ВИГЛЯДІ СТОХАСТИЧНИХ ІНТЕГРАЛІВ

Мацола Олександра Олександрівна, [matsola.oleksandra@student.uzhnu.edu.ua](mailto:matsola.oleksandra@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 2 року навчання, спеціальність III «Математика»*

В роботі розглядається один із способів моделювання випадкових процесів, що допускають зображення у вигляді стохастичних інтегралів.

Нехай випадковий процес  $X = \{X(t), t \in \mathbb{T}\}$  може бути зображений у вигляді ряду

$$X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k f_k(t),$$

який збігається у середньому квадратичному. Моделлю процесу [2]  $X$  називатимемо суму

$$X_M = \{X_M(t), t \in \mathbb{T}\},$$

де

$$X_M(t) = \sum_{k=1}^M \xi_k f_k(t). \tag{1}$$

Нехай випадковий процес  $X$  та всі  $X_M$ ,  $M = 1, 2, \dots$  належать певному банаховому простору  $A(T)$  з нормою  $\|\cdot\|$ . Нехай задано два числа  $\alpha$  та  $\delta$  ( $0 < \alpha < 1$ ,  $\delta > 0$ ). Скажемо, що модель  $X_M$  наближає  $X$  з надійністю  $1 - \alpha$  та точністю  $\delta$  у нормі простору  $A(T)$ , якщо для цієї моделі має місце нерівність

$$P\{\|X(t) - X_M(t)\| \leq \alpha\} \tag{2}$$

Отже, для побудови моделі потрібно знайти такі  $M$ , для яких при заданих  $\delta$  та  $\alpha$  виконується нерівність (2).

Розглядатимемо клас випадкових процесів, що допускають зображення у вигляді стохастичних інтегралів [1]. Нехай  $(T, \rho)$  – метричний простір,  $X = \{X(t), t \in T\}$  – випадковий процес, який можна зобразити у вигляді:

$$X(t) = \sum_{r=1}^N \int_0^{\infty} f_r(t, u) d\xi_r(u),$$

де  $\xi_r(u)$  сумісно строго субгауссові випадкові величини.

**Означення 1.** [2] Нехай  $\Lambda > 0$ ,  $D_\Lambda$  – розбиття інтервалу  $[0, \Lambda]$ ,

$$D_\Lambda: 0 = u_0 < u_1 < \dots < u_{n-1} < u_n = \Lambda.$$

Випадковий процес  $X_{n,\Lambda} = \{X_n(t, \Lambda), t \in T\}$ , де

$$X_n(t, \Lambda) = \sum_{r=1}^N \sum_{i=0}^{n-1} f_r(t, u_i) (\xi_r(u_{i+1}) - \xi_r(u_i)),$$

називається *апроксимаційною моделлю процесу  $X$  ( $A$ -моделлю)*.

Отже,  $A$ -модель процесу  $X$  можна отримати у такий спосіб: треба моделювати суму

$$\sum_{r=1}^N \sum_{i=0}^{n-1} f_r(t, u_i) \zeta_{r,i},$$

де  $\zeta_{r,i}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ ,  $i = 0, \dots, n - 1$ , сім'я строго субгауссових випадкових величин з відомими коваріаціями  $E \zeta_{r,i} \zeta_{r_1,i_1}$ .

Наведемо достатні умови наближення даного класу процесів їх моделями.

**Теорема 1.** *Випадковий процес  $X_{n,\Lambda}$  є A-моделлю, що наближає процес  $X$  з надійністю  $1 - \alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ , та точністю  $\delta > 0$  у просторі  $L_p(T)$ , якщо для чисел  $\Lambda$  та  $n$  виконуються нерівності*

$$X_n(t, \Lambda) = \exp\left\{\frac{1}{2}\right\} \frac{\delta}{(D_{t,\Lambda})^{\frac{1}{2}}(\mu(T))^{\frac{1}{p}}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2D_{t,\Lambda}(\mu(T))^{\frac{2}{p}}}\right) \leq \alpha,$$

$$(D_{t,\Lambda})^{\frac{1}{2}}(\mu(T))^{\frac{1}{p}} \leq \delta, \quad 1 \leq p \leq 2,$$

або

$$(D_{t,\Lambda})^{\frac{1}{2}}(\mu(T))^{\frac{1}{p}}(p+1)^{\frac{1}{2}} \quad p > 2,$$

де  $\mu(T) = T$ , а

$$D_{t,\Lambda} = \frac{T^2 \Lambda^2}{n^2} F(\Lambda) + F(+\infty) - F(\Lambda).$$

### Література

1. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев, 1979.
2. Козаченко Ю. В., Пашко А. О.: Моделювання випадкових процесів: навчальний посібник для студентів механіко-математичних спеціальностей. Київ: ВЦ "Київський університет", 1999. 223с.

# АСИМПТОТИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА ДЛЯ ПОТЕНЦІАЛУ КУЛОНІВСЬКОГО ПОЛЯ ТА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИХ ЕЛЕКТРИЧНОГО І МАГНІТНОГО ПОЛІВ

Менджул Сергій Сергійович, [mendzhul.serhii@student.uzhnu.edu.ua](mailto:mendzhul.serhii@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 1 року навчання, спеціальність III «Математика»*

Дослідженню поведінки атомів в зовнішніх електромагнітних полях присвячено велику кількість літератури (див., наприклад, [1] і вказані там посилання). Властивості енергетичного спектра атома водню і інших атомів в сильних електромагнітних полях обговорювались багатьма авторами [2], однак при цьому ширинами рівнів зазвичай нехтували. Проблеми, пов'язані з іонізацією атомів та іонів в зовнішніх полях, набули особливої актуальності після появи лазерів. У 60-ті роки ХХ ст. було створено квазікласичну теорію іонізації в електричному полі, при цьому підбар'єрний рух електрона вважався нерелятивістським, що виконується для валентних електронів у всіх атомах, від водню до урану.

Точне розв'язання рівняння Шредінгера з реалістичними атомними і міжатомними потенціалами нашокується на суттєві математичні труднощі. Для відшукування розв'язків найчастіше застосовуються або числові, або асимптотичні методи. В багатьох теоретичних і прикладних питаннях саме можливість отримати асимптотичний розв'язок дозволяє провести найбільш повний аналіз задачі.

В даній роботі розглядається задача про атом в перпендикулярних електричному та магнітному полях, що не допускає відокремлення змінних в жодній ортогональній системі координат. Для наближеного відокремлення змінних використано ідею квазікласичних локалізованих станів, яка вже використовувалась для задачі про атом у однорідному електричному полі як в нерелятивістському, так і релятивістському випадках [3]. За допомогою асимптотичного підходу побудовано квазікласичні хвильові функції в класично забороненій та дозволеній областях для довільного атома в перпендикулярних електричному та магнітному полях, коли електричне поле превалує над магнітним. Використовуючи отримані асимптотичні розв'язки рівняння Шредінгера одержано загальний аналітичний вираз для головного члена асимптотичного (за напруженостями електростатичного та магнітного полів) розкладу ймовірності іонізації атома в такому суперпозиційному полі. В граничних випадках отримані вирази узгоджуються з результатами інших авторів.

## Література

1. Вакарчук І. О. Квантова механіка: підручник. 3-тє вид., доп. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 848 с.
2. Ридберговские состояния атомов и молекул. Пер. с англ./ Под ред. Р. Стебингса и Ф. Даннинга. М.: Мир, 1985. 496 с.
3. Reity O.K., Reity V.K., Lazur V.Yu. Quasiclassical Approximation in the Non-Relativistic and Relativistic Problems of Tunneling Ionization of a Hydrogen-Like Atom in a Uniform Electric Field. *EPJ Web of Conferences*. 2016. V. 108. 02039 (6 pp.).

# ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ У КРИПТОГРАФІЇ

Міговк Михайло Михайлович, [mihovk.mykhailo@student.uzhnu.edu.ua](mailto:mihovk.mykhailo@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 2 року навчання, спеціальність 111 «Математика»*

Розглядаємо основи модулярної арифметики та деякі класичні техніки шифрування, зокрема шифри підстановок, шифри простої заміни, шифрування за допомогою афінної системи, шифрування за допомогою криптосистеми Хілла та ін.

Для шифрування за допомогою афінної системи визначимо перетворення в такій системі:

$$\begin{aligned}E_{a,b}: \bar{\mathbb{Z}}_m &\rightarrow \bar{\mathbb{Z}}_m; \\E_{a,b}: t &\rightarrow E_{a,b}(t); \\E_{a,b}(t) &= at + b \pmod{m},\end{aligned}$$

де  $a, b$  – цілі числа,  $0 \leq a, b < m$ ;  $\text{НСД}(a, m) = 1$ .

У даному перетворюванні літера, котра відповідає числу  $t$ , замінюється на літеру, котра відповідає числовому значенню  $at + b$  за модулем  $m$  [1].

Криптосистема, розроблена Хіллом, базується на лінійній алгебрі. При шифруванні за допомогою криптосистеми Хілла зашифровування здійснюється за допомогою рівняння  $A \cdot P = C$ , де  $A$  – матриця перетворення;  $P$  – вектор, компонентами якого є номери літер відкритого повідомлення;  $C$  – вектор, компонентами якого є номери літер закритого повідомлення [1].

У процедурі зашифровування набори з  $d$  літер вихідного повідомлення шифруються разом. Візьмемо  $d = 2$ . Тоді  $A$  – квадратна  $2 \times 2$ -матриця. Елементами  $A$  є цілі числа від 0 до 25. Потребуватимемо далі, аби матриця  $A$  була невиродженою, тобто існувала матриця  $A^{-1}$ . Зазначимо, що у разі використання блоків з трьох символів треба використовувати квадратні матриці  $3 \times 3$ , для чотирьох –  $4 \times 4$  і так далі. Оригінальний шифр Хілла використовував шифрування блоків з 6 символів [1].

Крім класичних технік шифрування досліджуємо нові асиметричні алгоритми на основі еліптичних кривих. Більшість продуктів і стандартів, у яких для шифрування і цифрових підписів застосовується метод криптографії з відкритим ключем, базується на алгоритмі RSA. Привабливість підходу на основі еліптичних кривих порівняно з RSA полягає в тому, що з використанням еліптичних кривих забезпечується еквівалентний захист при дуже невеликій кількості розрядів, внаслідок чого зменшується завантаження процесору.

## Література

1. Захарченко М. В., Йона Л. Г., Щербина Ю. В., Онацький О. В. Розвинення криптології та її місце в сучасному суспільстві: навч. посібник. Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2003. 80 с.

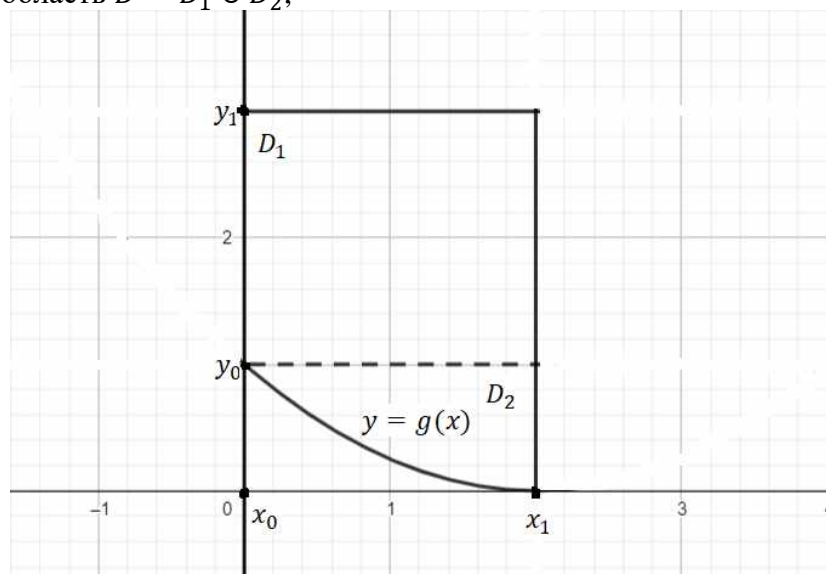
# ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ХАРАКТЕРИСТИЧНОЇ ЗАДАЧІ КОШІ З ПЕРЕДІСТОРІЄЮ У ВИПАДКУ НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ

Мудранинець Іван Михайлович, [mudranynets.ivan@student.uzhnu.edu.ua](mailto:mudranynets.ivan@student.uzhnu.edu.ua)

магістр 1 року навчання, спеціальність III «Математика»

Розглянемо наступну задачу.

Нехай область  $D = D_1 \cup D_2$ ,



знайти розв'язок нелінійного диференціального рівняння:

$$D^{(1,1)}U_2(x, y) = f_2(x, y, U_2(x, y), D^{(1,0)}U_2(x, y), D^{(0,1)}U_2(x, y)),$$

яке задовольняє умови:

$$\begin{aligned} U_2(x_0, y) &= \varphi(y), \quad y \in [y_0, y_1], \\ U_2(x, y_0) &= U_1(x, y), \quad x \in [x_0, x_1], \end{aligned}$$

де  $U_1(x, y)$  є розв'язком задачі Коші:

$$\begin{aligned} D^{(1,1)}U_1(x, y) &= f_1(x, y, U_1(x, y), D^{(1,0)}U_1(x, y), D^{(0,1)}U_1(x, y)), \\ U_1(x, g(x)) &= \varphi_1(x), \quad D^{(0,1)}U_1(x, g(x)) = \omega(x), \quad x \in [x_0, x_1]. \end{aligned}$$

Шляхом зведення заданої задачі до еквівалентної задачі в інтегральній формі. Знаходимо розв'язок інтегро-диференціального рівняння аналітичним методом подаємо розв'язок у вигляді послідовності функції  $H$ , що залежать від  $z(x, y)$  і  $v(x, y)$  і наближається зверху і знизу до розв'язку початкової задачі.

## Література

1. Маринець В. В., Маринець К. В., Питьовка О. Ю. Аналітичні методи дослідження крайових задач. Ужгород: Видавництво УжНУ "Говерла". 2019. 288 с.
2. Marynets V. V. and Marynets K.V. On Goursat-Darboux boundary-value problem for systems of non-linear differential equations of hyperbolic type. *Miskolc Mathematical Notes*. 2013. V.14, № 3. p.1009-1020.

# ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Остич Андріана Василівна, [ostych.andriana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:ostych.andriana@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

Задачі з параметрами є одними з найважчих задач у шкільному курсі математики [1-2]. Їх розв'язування по суті полягає у вивченні функцій, включених в умову задачі і подальшому вирішенні рівнянь або нерівностей з числовими коефіцієнтами. Розв'язуючи рівняння або нерівності з параметрами, потрібно з'ясувати, при яких значеннях параметра це рівняння чи нерівність має розв'язок, та знайти їх. Якщо хоча б одне з дійсних значень параметра не досліджено, задача не вважається повністю розв'язаною.

Мета наукової роботи – показати, як використовувати різні прийоми розв'язування задач з параметрами, навчити розв'язувати задачі з параметрами різними способами, в тому числі й графічним.

Гіпотеза дослідження – використання систем задач з параметрами в процесі навчання математики, що містять їх як моделі реальних систем і процесів, їх дослідження сприятиме інтелектуальному розвитку учнів, підігріванню їх інтересу до математики як предмету, розвитку дослідницьких навичок та хорошого базового рівня математичної підготовки.

Теоретичне значення дослідження полягає в наступному:

- 1) розглядаються задачі із параметрами у всіх розділах шкільної програми алгебри;
- 2) пропонуються аналітичні методи дослідження при розв'язуванні рівнянь та нерівностей з параметрами.

## **Література**

1. Капіносов А. М. Математика. Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА : навч. посіб. / упоряд. : Г. М. Білоусова. Тернопіль : Підручники і посібники, 2017. 528 с.
2. Крамор В. С. Задачі з параметрами. Тернопіль : Навчальна книга. Богдан, 2011. 416 с.

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В МЕДИЦИНІ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ MAPLE

Пумпинець Павло Іванович, [pumpynets.pavlo@student.uzhnu.edu.ua](mailto:pumpynets.pavlo@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 2 року навчання, спеціальність 111 «Математика»*

Моделювання на цифрових обчислювальних машинах є одним із найпотужніших засобів дослідження, зокрема, складних динамічних систем [1]. Воно дає можливість здійснювати обчислювальні експерименти із системами на стадії проектування, а також вивчати системи, натурні експерименти з якими через небезпечність або високу вартість, недоцільні. У той же час, завдяки близькості за формою до фізичного моделювання, цей метод дослідження доступний широкому загалу користувачів.

Отже, комп'ютерне моделювання в медицині отримало самостійні функції і дедалі стає все більш необхідним у процесі проведення досліджень. Моделювання в медицині є тим засобом, який дозволяє встановлювати глибокі і складні взаємозв'язки між теорією та експериментом. Останні сто років експериментальні методи медицини почали наштовхуватися на низку обмежень і виявилось, що проведення деяких досліджень просто неможливе без моделювання. Це викликано такими факторами:

- втручання в біологічні системи може призводити до неможливості встановлення причин змін, що виникають при цьому;
- деякі теоретично обґрунтовані експерименти неможливо здійснити внаслідок недостатнього рівня розвитку експериментальної техніки;
- ряд експериментів, які необхідно проводити на людях, слід відхиляти з морально-етичних та правових питань.

Сьогодні, коли комп'ютерна промисловість пропонує різноманітні засоби моделювання, будь-який кваліфікований математик повинен вміти не просто моделювати складні об'єкти, але й досліджувати їх за допомогою сучасних технологій, реалізованих у формі комп'ютерних графічних середовищ або пакетів візуального моделювання. Створені в останні роки комп'ютерні програмні засоби реалізації числових методів не тільки забезпечують задані вимоги до похибки розв'язку, але й дозволяють визначення типу (обчислювальної складності) розв'язуваної задачі.

У роботі за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple створюється та досліджується математична модель захворювання та проводиться її якісний аналіз [2], модель внутрішньосудинної інфузії лікарської речовини [3] та інші типові моделі медицини, такі як проста модель енергетичного балансу серця та модель надходження ліків через крапельницю.

## **Література**

1. Чуйко Г. П., Дворник О. В., Яремчук О. М. Математичне моделювання систем і процесів: навчальний посібник. Миколаїв: Вид-во ЧДУ імені Петра Могили, 2015. 244 с.
2. Марчук Г. И. Математические методы в иммунологии. – М.: Наука, 1991. 304 с.
3. Чалий О. В., Агапов Б. Т., Цехмістер Я. В. Медична і біологічна фізика. Практикум. К.: «Книга плюс», 2003. 217 с.

# ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Світлик Мар'яна Юріївна, [svitlyk.maryana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:svitlyk.maryana@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

Теорія ймовірностей один з розділів, введений в шкільний курс, який має безперечну цінність для загальної освіти. Користь одержаних знань полягає як у тому значенні, яке мають ці знання для розуміння і пізнання закономірностей оточуючого нас світу, так і можливості їх безпосереднього застосування при вивченні інших наук і в повсякденному житті.

У процесі вивчення основних понять вирішується завдання розвитку в учнів навичок проведення міркувань у задачах, де необхідно враховувати випадкові фактори. Вивчаючи теорію ймовірностей, учні опановують вміння аналізувати дане питання, узагальнювати, знаходити шляхи вирішення поставленого завдання. Все це формує мислення учнів і сприяє їх розвитку.

Звернемо увагу, що основні правила комбінаторики вже вивчаються навіть у 5, 6-му класах, але у даній роботі зосереджено увагу на вивченні цього розділу у 9,11-тих класах.

Проаналізувавши шкільні підручники [1-7] наведемо правило добутку та правило суми.

Комбінаторика [1] – розділ математики, присвячений розв'язуванню задач вибору та розташування елементів деякої скінченної множини відповідно до заданих правил. Розглянемо два основних правила, за допомогою яких розв'язується багато задач із комбінаторики.

**Правило суми:** Якщо елемент деякої множини  $A$  можна вибрати  $m$  способами, а елемент множини  $B$  –  $n$  способами, то елемент із множини  $A$  або ж із множини  $B$  можна вибрати  $m + n$  способами. Правило суми поширюється і на більшу кількість множин.

**Правило добутку:** Якщо перший компонент пари можна вибрати  $m$  способами, а другий –  $n$  способами, то таку пару можна вибрати  $mn$  способами.

Правило добутку поширюється і на впорядковані трійки, четвірки та будь-які інші впорядковані скінченні множини. Зокрема, якщо перший компонент упорядкованої трійки можна вибрати  $m$  способами, другий –  $n$  способами, третій –  $k$  способами, то таку впорядковану трійку можна вибрати  $mnk$  способами.

Розглянувши дану тему у підручниках [1-6] можна сказати, що виклад матеріалу майже не відрізняється і автори дотримуються однієї методики викладу. Ми розглядаємо дані питання, бо вони використовуються при розв'язуванні задач на класичне означення ймовірності.

Класичне означення ймовірності починає вивчатися у 9-му класі. У підручнику [2] подію, яка за даним комплексом умов обов'язково відбудеться в будь-якому випробуванні, називають достовірною (вірогідною). Ймовірність такої події вважають рівною 1, тобто: якщо  $A$  – достовірна подія, то  $P(A) = 1$ . Якщо випробування може закінчитися одним з  $n$  рівноможливих результатів, з яких  $m$  приводять до настання події  $A$ , то ймовірністю події  $A$  називають відношення  $\frac{m}{n}$ . Таке означення ймовірності називають класичним.

При поглибленому вивченні математики вводяться поняття умовної ймовірності, незалежних подій, розглядаються деякі теореми. За підручником [7] розглянемо поняття незалежних подій.

Умовні ймовірності  $P_A(B)$  і  $P_B(A)$  визначені тільки для подій  $A$  і  $B$  з додатними ймовірностями. Тому рівності  $P_A(B) = P(B)$  і  $P_B(A) = P(A)$  означають поняття незалежності подій тільки у випадку, коли  $P(A) > 0$  і  $P(B) > 0$ .

Події  $A$  і  $B$  деякого досліду називають незалежними, якщо  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ . Коли  $P(A) = 0$  або  $P(B) = 0$ , то рівність  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  виконується. Тому такі події  $A$  і  $B$  також відносять до незалежних.

Проаналізувавши матеріали підручників Бевза, Істера та Мерзляка можна дійти до висновку, що всі вони чітко формулюють поняття ймовірності, незважаючи на деякі відмінності в формулюванні того чи іншого означення сама суть поняття не змінюється. У всіх цих підручниках виділено основні поняття, теореми, формули, які є важливими при вивченні певної теми. Також у кожному параграфі подано розв'язки деяких завдань, наведена система вправ різного рівня складності для закріплення вивченого матеріалу.

Деякі поняття наведені за допомогою прикладів. Так в своїх підручниках Бевз та Мерзляк наводять поняття випадкової події, пояснюючи дане поняття не через означення, а через конкретний приклад.

Опрацювавши завдання попередніх років ЗНО можна сказати, що в основному увагу зосереджено на розумінні та обчисленні ймовірності випадкової події, комбінаторному правилі добутку та формулах розміщення, перестановки, комбінації.

Центральним поняттям є поняття ймовірності події як числової характеристики (міри) можливості появи випадкової події.

Слід звернути увагу на те, що класичне означення ймовірності застосовується для випробувань зі скінченною кількістю наслідків.

Зрозуміло, що вивчення теоретичного матеріалу слід супроводжувати розв'язуванням відповідних задач.

У 9 класі у темі «Множини. Комбінаторика. Ймовірність» передбачено розширити знання про випадкові події і обчислювати статистичні ймовірності випадкових подій.

У 11 класі основною метою вивчення теми «Початки теорії ймовірностей» є сформулювати в учнів уявлення про основні поняття теорії ймовірностей і виробити вміння застосовувати їх до розв'язування простих задач.

## Література

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. 272 с.
2. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х. : Гімназія, 2017. 272 с.
3. Істер О. С. Алгебра : підруч. для 9-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ : Генеза, 2017. 264 с.
4. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. К. : Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с. :
5. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2019. 208 с.
6. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11-го кл. закл. заг. навч. закл. Київ : Генеза, 2019. 304 с.
7. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл. : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2019. 304 с.

# РАНГОВА КОРЕЛЯЦІЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Фулайтар Іван Степанович, [fulaitar.ivan@student.uzhnu.edu.ua](mailto:fulaitar.ivan@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність ІІІ «Математика»*

Методики кореляційного аналізу використовуються для оцінки пов'язаності двох і більше величин [1-3], в факторному аналізі – для угруповання або виключення подібних ознак, в прогнозуванні та моделюванні – для оцінки якості складеної моделі, в аналізі часових рядів – для пошуку частотних складових. Кореляційний аналіз широко використовується в дослідницькій діяльності в різних областях науки – психології, біології, хімії, економіці і т. д.

Кореляційним аналізом називають метод обробки статистичних даних, що полягає у вивченні коефіцієнтів кореляції між однією парою або великою кількістю пар величин для встановлення між ними взаємозв'язків.

Якщо використання коефіцієнтів лінійної кореляції призводить до некоректних висновків, то для аналізу подібних випадків застосовують особливі методи. Зокрема, відомий так званий «квартет Енскомба», що представляє собою 4 набори даних по 11 пар чисел, у яких прості статистичні властивості ідентичні, але їх графіки істотно відрізняються (таблиця 1). Кожен набір складається з 11 пар чисел. Квартет був складений в 1973 році англійським математиком Ф. Дж. Енскомбом (F. J. Anscombe) для ілюстрації важливості застосування графіків для статистичного аналізу, і впливу викидів значень на властивості всього набору даних.

Таблиця 1: Набори даних квартету Енскомба

Набір:	I		II		III		IV	
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	10,00	8,04	10,00	9,14	10,00	7,46	8,00	6,58
2	8,00	6,95	8,00	8,14	8,00	6,77	8,00	5,76
3	13,00	7,58	13,00	8,74	13,00	12,74	8,00	7,71
4	9,00	8,81	9,00	8,77	9,00	7,11	8,00	8,84
5	11,00	8,33	11,00	9,26	11,00	7,81	8,00	8,47
6	14,00	9,96	14,00	8,10	14,00	8,84	8,00	7,04
7	6,00	7,24	6,00	6,13	6,00	6,08	8,00	5,25
8	4,00	4,26	4,00	3,10	4,00	5,39	19,00	12,50
9	12,00	10,84	12,00	9,13	12,00	8,15	8,00	5,56
10	7,00	4,82	7,00	7,26	7,00	6,42	8,00	7,91
11	5,00	5,68	5,00	4,74	5,00	5,73	8,00	6,89
Середнє значення:	9,00	7,50	9,00	7,50	9,00	7,50	9,00	7,50
Дисперсія:	10,00	3,75	10,00	3,75	10,00	3,75	10,00	3,75
Кореляція:	0,816		0,816		0,816		0,816	

Один з найвідоміших критеріїв рангової кореляції був введений в 1938 році відомим британським статистиком Морісом Джорджем Кенделлом. Коефіцієнт кореляції Кенделла відображає міру лінійного зв'язку між ранговими величинами. Цей коефіцієнт називають ще коефіцієнтом конкордації. Коефіцієнт інваріантний (тобто залишається постійним) по відношенню до будь-якого монотонного перетворення шкали вимірювання. Коефіцієнт обчислюється за формулою:

$$\tau = 1 - \frac{4}{n(n-1)} R$$

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [x_i < x_j] \neq [y_i < y_j]$$

де  $R$  — кількість інверсій, утворених величинами  $y_i$ , розташованими в порядку зростання відповідних  $x_i$ . Таким чином, його можна вважати мірою невідповідності другої послідовності щодо першої. Коефіцієнт  $\tau$  приймає значення з відрізка  $[-1; +1]$ , при цьому рівність  $\tau = 1$  вказує на строгу пряму лінійну залежність, а  $\tau = -1$  на зворотну.

Розроблені для різних цілей коефіцієнти кореляції дозволяють оцінити ступінь лінійного зв'язку між змінними. Вибір конкретного коефіцієнта залежить від кількості спостережень (потужності вибірки), передбачуваного характеру зв'язку між величинами, розподілу величин, шкали, в якій вони виміряні (неперервна – інтервальна або відносна, рангова, дихотомічна).

На поточний момент для обчислення цих коефіцієнтів є безліч програмних засобів для ПК, тому використання кореляційного аналізу доступне широкому колу дослідників. У той же час, некоректний вибір способу оцінки кореляційної зв'язку може призвести до некоректних висновків.

### Література

1. Кремен Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика, М.: «Юнити-Дана», 2007.
2. Васнев В. А. Статистика: учебное пособие, М.: «МГУП», 2001.
3. Беликова Г. С., Николаева Н. Д. Статистика, М.: «СГУ», 1999.

# ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ПОХИБКИ ПРИ ВИКОРИСТАННІ КОДІВ, ЩО ЇХ ВИПРАВЛЯЮТЬ

Химинець Мирослава Василівна,  
[khymynets.myroslava@student.uzhnu.edu.ua](mailto:khymynets.myroslava@student.uzhnu.edu.ua)

*магістр 2 року навчання, спеціальність III «Математика»*

Розглянуто питання про ймовірність помилки при передачі повідомлення за допомогою частинних випадків лінійних кодів серії класичних кодів залежно від ймовірності помилки при передачі одного символу. Декодер помиляється, якщо повертає кодове слово відмінне від кодового слова переданого на канал зв'язку тобто якщо вектор помилок виявляється ненульовим кодовим словом. Тому при відшукуванні ймовірності помилок має вплив кількість кодових слів кожної ваги.

Ваговий спектр для серії класичних лінійних кодів, як, наприклад, кодів Ріда – Міллера, не є з'ясований (див [1]). В [2] побудовано серію бінарних самодуальних [68, 34, 12]-кодів і з'ясовано їх ваговий спектр:

$$W_{68,1} = 1 + (442 + 4\beta)y^{12} + (10864 - 8\beta)y^{14} + \dots,$$

$$W_{68,2} = 1 + (442 + 4\beta)y^{12} + (14960 - 8\beta - 256\gamma)y^{14} + \dots,$$

де  $0 \leq \gamma \leq 9$ . Крім того відомо,

якщо  $\gamma = 0$ , то  $\beta \in \{2m \mid m = 0, 7, 11, 14, 17, 21, \dots, 99, 102, 105, 110, 119, 136, 165\}$   
або  $\beta \in \{2m + 1 \mid m = 3, 5, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 20, \dots, 82, 87, 93, 94, 101, 104, 110, 115\}$ ;

якщо  $\gamma = 1$ , то  $\beta \in \{2m \mid m = 22, 24, \dots, 99, 102\}$  або  $\beta \in \{2m + 1 \mid m = 24, \dots, 85, 87\}$ ;

якщо  $\gamma = 2$ , то  $\beta \in \{2m \mid m = 29, \dots, 100, 103, 104\}$  або  $\beta \in \{2m + 1 \mid m = 32, 34, \dots, 79\}$ .

На основі аналізу вагового спектра проведено порівняльну характеристику ймовірності помилки для розглядуваних бінарних [68, 34, 12]-кодів.

## Література

1. Деев В. В. Методы модуляции и кодирования в современных системах связи. СПб.: Наука, 2007. 267 с.
2. Gildea J., Taylor R., Kaya A., Tylyshchak A. Double bordered constructions of self-dual codes from group rings over Frobenius rings. *Cryptography and Communications*. (2020), pp. 1–16.

# ПРОПОРЦІЙНІ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ВЕЛИЧИНАМИ У ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧАХ

Шовак Андріана Петрівна, [shovak.andriana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:shovak.andriana@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»*

Поняття пропорції як рівності двох відношень для цілих чисел було відомим здавна. Ще у давньому Вавилоні при вивченні подібних трикутників прийшли до поняття пропорційності сторін, довжини яких виражаються цілими числами.

Найкращим методичним прийомом навчання учнів розв'язуванню задач на пропорційні співвідношення є поступове ознайомлення їх з різними способами розв'язування того самого типу задач у процесі вивчення шкільного курсу математики [1-3].

У 6 класі після того, як учні навчилися знаходити дріб від числа та розв'язувати задачі з використанням дробових виразів, їх ознайомлюють із задачами про відсоткове відношення чисел при введенні поняття відношення. І вже після того учні ознайомлюються з поняттям пропорції.

Одним із недоліків вивчення даної теми, на мою думку, є недостатньо годин для її освоєння учнем. Крім того, вважаю, що зручніше було б змінити порядок викладу цих тем: після ознайомлення з пропорцією і її властивостями вивчати будь-які задачі на використання відсотків значно легше, і не потрібно окремо вивчати правила знаходження числа за його відсотком тощо.

## **Література**

1. Вигодський, М. Я. Довідник з елементарної математики. М: АСТ: Астрель, 2006. 509 с.
2. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Лекции и задачи по элементарной математике. М. : Наука. 576 с.
3. Захарійченко Ю. О. Повний курс математики в тестах: у 2 ч. Ч. 1. Різномірневі завдання. Харків: «Ранок», 2019. 496 с.

## **Секція №2 «Прикладна математика, Системний аналіз»**

Керівник секції: ст. викл. Ломага Марія Михайлівна

# ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ ПРИ РОЗРОБЦІ ІНТЕРАКТИВНИХ ДОДАТКІВ

Бобик Таїсія Леонідівна, [bobyk.taisiya@student.uzhnu.edu.ua](mailto:bobyk.taisiya@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 113 «Прикладна математика»*

Світ навколо нас складається з образів. За різними даними близько 80% інформації з навколишнього середовища людина отримує за допомогою зору. Тому використання та удосконалення технології, яка дозволяє комп'ютерам «бачити» зображення, може вагомо полегшити значну частину буденних завдань.

Найпоширенішими сферами застосування комп'ютерного зору є класифікація, ідентифікація та відстежування об'єктів. Системи повинні вміти аналізувати візуальний вміст та співвідносити фото чи відео до визначеної категорії, класична задача – класифікація собак чи котів на зображеннях [1]. Ідентифікація об'єкта полягає в визначенні конкретного об'єкту на зображенні. Під час відстеження, система обробляє відео, знаходить на ньому об'єкт, який відповідає критеріям пошуку, і слідує за його рухом.

Під час розробки власних інтерактивних додатків доцільно використовувати готові бібліотеки, в яких основні методи продумані, оптимізовані, а також добре протестовані.

Найвідомішою бібліотекою алгоритмів комп'ютерного зору є OpenCV. У роботі розглянуто (Open Source Computer Vision Library). Вона реалізована на мові програмування C / C ++, але також розроблена і для Python, Java, Matlab, Ruby, Lua та інших мов. У роботі використано реалізацію цієї бібліотеки на мові Python.

Для застосування можливостей нейромереж використано бібліотеку TensorFlow. Це бібліотека з відкритим кодом яка створена Google, і використовується для розробки систем, що використовують технології машинного навчання [2]. У ній включено реалізацію багатьох потужних алгоритмів, призначених для вирішення загальних проблем штучного інтелекту, включаючи розпізнавання образів та прийняття рішень.

Метою дослідження є розробка системи для автоматичного розпізнавання жестів в інтерактивному режимі.

Задача полягає в тому, щоб навчити систему розуміти деяку кількість сигналів. Перший етап роботи складався зі збору бази даних для навчання моделі. Для збору даних, навчання та тестування моделі розроблено програму для ПК, яка в автоматичному режимі підключається до веб-камери ПК, запускає її і послідовно робить задану кількість фото для кожного виду сигналу. Наступний етап полягає у розмітці отриманих зображень, він необхідний для підготовки даних до майбутнього навчання моделі. На цьому етапі використано модуль з відкритим кодом під назвою LabelImg, за його допомогою зручно створювати XML-файли з координатами рамки шуканої області для кожного фото. Третій етап є найскладнішим, потрібно «навчити» модель розуміти жести з відеопотоку, саме на цьому етапі застосовуються можливості бібліотеки TensorFlow, де 80% кількості зображень в наборі даних відведено для навчання моделі і 20%, для тестування.

Наразі ведеться робота над розширенням бази даних, для більшої точності розпізнавання при різних умовах, а також проводиться тестування моделі.

## **Література**

1. Stepan Bilan, Sergey Yuzhakov. Image Processing and Pattern Recognition Based on Parallel Shift Technology. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018. 194 p.
2. TensorFlow. URL: <https://www.tensorflow.org> (дата звернення: 20.01.2021).

# БЕЗСЕРВЕРНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ПЛАТФОРМИ КЕРОВАНІ ПОДІЯМИ

Булгаков Владислав Віталійович, [bulhakov.vladyslav@student.uzhnu.edu.ua](mailto:bulhakov.vladyslav@student.uzhnu.edu.ua)

*3 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

Одними із найважливіших рішень, що приймаються на початкових етапах життєвого циклу будь-якого проекту, є вибір майбутньої архітектури, стеку технологій, засобів тестування тощо. Також складне питання на цьому етапі – це вибір належної інфраструктури. Тобто, як та за допомогою яких інструментів буде побудовано той мікросвіт, у якому буде жити ще ненароджений проект. Проект може бути розгорнутий на власних потужностях, або з використанням хмарних платформ, або взагалі бути побудованим на основі безсерверної (serverless) технології.

Термін «безсерверні обчислення» покликаний відобразити той факт, що користувачам не потрібно займатися адмініструванням серверів, на яких працює їх код. Безсерверні обчислювальні платформи виконують код, написаний розробниками, витрачаючи рівно стільки ресурсів, скільки для цього потрібно – ні більше ні менше.

Як тільки настає заздалегідь заданий подія, що запускає код, бессерверной платформа виконує завдання.

Основою serverless-додатків є функції керовані подіями, тобто виклик функції відбувається лише тоді, коли його ініціює відповідний запит. Тому дехто вважає, що дану концепцію краще було б назвати «подіє-залежними обчисленнями». Ці функції можна об'єднувати разом для створення конвеєра обробки даних, або вони можуть бути компонентами великого додатка.

Прикладами безсерверних обчислювальних платформ є AWS Lambda, Azure Functions і Google Cloud Functions.

До переваг безсерверних обчислень можна віднести:

- розробники концентруються на бізнес-цілях коду, а не інфраструктурних питаннях;
- організації платять лише за обчислювальні ресурси, які вони використовують, а не купують (орендують) хмарні екземпляри, які стоять без діла.

Недоліками безсерверних обчислень можна назвати:

- непридатність для довгострокових задач;
- обмеження за часом виконання – провайдери не дозволяють виконувати код більше кількох хвилин.

## Література

1. Serverless Architectures. URL: <https://martinfowler.com/articles/serverless.html> (дата звернення: 21.04.2021).
2. AWS Lambda Developer Guide. URL: <https://docs.aws.amazon.com/lambda/latest/dg/welcome.html> (дата звернення: 21.04.2021).
3. Serverless Framework Documentation. URL: <https://www.serverless.com/framework/docs> (дата звернення: 21.04.2021)

# СТВОРЕННЯ DISCORD БОТА

Гриценко Іван Тарасович, [hrytsenko.ivan@student.uzhnu.edu.ua](mailto:hrytsenko.ivan@student.uzhnu.edu.ua)

*3 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

Discord є надзвичайно популярною VoIP платформою для миттєвого обміну повідомленнями, цифрового розповсюдження і призначений для створення спільнот. З точки зору користувача структура цього додатку визначається двома головними компонентами: спільноти – так звані сервера чи гільдії, та особисті повідомлення (DM/PM). Проте саме спільноти, їхня максимальна кастомізація і зручність роблять Discord настільки популярним, починаючи від геймерів, закінчуючи бізнес-компаніями та сферою освіти (недавно була впроваджена нова технологія під назвою “stage channels”, що може використовуватись для організації онлайн-навчання).

Discord боти – це боти-асистенти, які виконують різні корисні автоматизовані задачі та команди на вашому сервері. Умовно вони поділяються на розважальних ботів, ботів для роботи з API (зазвичай робота з даними) та ботів для сервер-менеджменту.

Процес створення бота був орієнтований на показ можливостей вище зазначених видів ботів. З цією метою був об'єднаний їхній функціонал (що на практиці фактично не зустрічається). Функціональні можливості цього боту включають:

- Відправка ботом рандомної гіфки.
- Відправка ботом рандомної унікальної гіфки за певним тегом.
- Отримання посилання на YouTube відео за ключовими словами (функціонал деяких ботів потребує посилання для виконання своїх команд).
- Програвання (стрімінг) аудіо відео з YouTube'а за ключовими словами/посиланням.
- Робота з базою даних.
- Робота з API.
- Сервер-менеджмент (керування ролями, ініціалізація нових користувачів).

Основою написання цього бота є NodeJS з використанням офіційної бібліотеки від Discord під назвою discord.js. Також були залучені MongoDB (Mongoose), node-fetch/axios, FFmpeg та використання API такий веб-ресурсів як giphy.com, openweather.com, та youtube.com.

## **Література**

1. Discord Developer Portal. URL: <https://discord.com/developers/applications> (дата звернення: 10.04.2021).
2. DiscordJS Documentation. URL: <https://discord.js.org/#/> (дата звернення: 10.04.2021).
3. Google API. URL: <https://console.cloud.google.com/apis/dashboard> (дата звернення: 10.04.2021).
4. Mongoose Documentation. URL: <https://mongoosejs.com/docs/> (дата звернення: 10.04.2021).
5. Openweather API Documentation. URL: <https://openweathermap.org/api> (дата звернення: 10.04.2021).
6. Giphy API Documentation. URL: <https://developers.giphy.com/> (дата звернення: 10.04.2021).

# ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ ДЛЯ МАЛОГО БІЗНЕСУ (СИСТЕМА «ФЕРМЕРСЬКЕ ГОСПОДАРСТВО»)

Карабін Катерина Вікторівна, [karabin.kateryna@student.uzhnu.edu.ua](mailto:karabin.kateryna@student.uzhnu.edu.ua)

*3 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

В сучасному світі інформаційні системи стали необхідними практично у всіх сферах діяльності. Особливо це не оминуло компанії та організації, що працюють в умовах великого обсягу постійно змінюваної інформації, яку необхідно швидко аналізувати. Нині прибутковість і успішність організацій залежать, в тому числі, і від розвитку рівня ІТ, швидкості та якості обробки інформації, обґрунтованості та виваженості прийнятих рішень.

Для розробки інформаційної системи такого бізнесу як «Фермерське господарство» було використано прогресивний JavaScript-фреймворк Vue.js. Вибір даного інструменту здійснено в результаті порівняльного аналізу функціональних можливостей фреймворку Vue.js і ряду інших інструментів розробки ІС.

До переваг, які були важливі при виборі інструменту для створення інформаційної системи, відносимо:

- відносно невеликий розмір фреймворку;
- досить висока швидкість розробки
- наявність великої кількості готових додаткових бібліотек;
- наявність директив для розширення можливостей роботи з DOM-деревом;
- низький поріг входу для розробників.

Попередньо було створено інтернет-проект, що значно спростило задачу, та використано у подальшій роботі. Створено 5 сторінок, де є можливість реєстрації, перегляду замовлень у кошику, інформації про саме господарство, контакти із можливістю написати відгук та побачити місцезнаходження господарства, а також послуг які надаються користувачу. Одною із сторінок є магазин із вибором продуктів. Крім того є можливість поширити сайт через такі мережі як Instagram, Facebook та Twitter. Користувач має можливість реєстрації через акаунт на Facebook, Google та електронну адресу.

За вимогами сучасності використання ІС малим та середнім бізнесом є необхідним для того, щоб залишатись конкурентоспроможними, особливо у час карантину. Це дає змогу значно збільшити продажі і забезпечити клієнтів необхідним товаром.

## **Література**

1. Vue.js в действии / Бенджамин Листоун, Эрик Хэнчетт. URL: <https://ua1lib.org/book/5540974/b55007?id=5540974&secret=b55007> (дата звернення: 20.04.2021).
2. Введення-Vue.js/ Офіційний сайт Vue.js. URL: <https://ru.vuejs.org/v2/guide> (дата звернення: 20.04.2021).
3. Коцюба І.Ю., Чунаєв А.В., Шиков А.Н. Основи проектування інформаційних систем: уч. посібник. СПб: Університет ИТМО, 2015. 206 с.

# ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ІГРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

Каршай Данієл Густавович, [karshai.daniiel@student.uzhnu.edu.ua](mailto:karshai.daniiel@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

У роботі розглянуто використання ігрових технологій у навчальному процесі, зокрема, робота з ігровими рушіями Unity та Unreal Engine та їх порівняння при роботі з доповненою реальністю.

Unreal Engine – ігровий рушій, розроблений компанією Epic Games. Усі елементи ігрового рушія представлені у вигляді об'єктів, що мають набір характеристик і клас, який визначає доступні функції. У свою чергу будь-який клас є «дочірнім» класом object.

Unity 3D – багатоплатформовий інструмент для розробки відеоігор, застосунків, і рушія, на якому вони працюють. Створені за допомогою Unity програми працюють на настільних комп'ютерних системах, мобільних пристроях та гральних консолях у дво- та тривимірній графіці, і також на пристроях віртуальної чи доповненої реальності. Застосунки, створені за допомогою Unity, підтримують DirectX та OpenGL.

Метою роботи є розробка навчального додатку для платформи Android з можливістю перегляду різних 3D моделей у режимі доповненої реальності. Для реалізації AR режиму використовується бібліотека AR Foundation на ігровому рушії Unity 3D.

## **Література**

1. Unreal Engine. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Unreal\\_Engine](https://uk.wikipedia.org/wiki/Unreal_Engine) (дата звернення: 20.01.2021).
2. Unity (рушій гри). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Unity\\_\(рушій\\_гри\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/Unity_(рушій_гри)) (дата звернення: 10.01.2021).

# ПОШУКОВА ОПТИМІЗАЦІЯ. КОНТЕНТ

Кобаль Тетяна Андріївна, [kobal.tetyana@student.uzhnu.edu.ua](mailto:kobal.tetyana@student.uzhnu.edu.ua)

2 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»

*SEO (Search Engine Optimization)* – комплекс дій, спрямований на покращення позицій сайту в результатах видачі пошукових систем для збільшення кількості і якості відвідувань. Умовно методи SEO можна поділити на внутрішню та зовнішню.

До внутрішньої відносять:

- розміщення якісного та актуального контенту;
- наявність файлу robots.txt;
- валідний програмний код;
- робота з ключовими словами;

До зовнішньої можна віднести:

- постійний моніторинг позицій сайту в результатах пошукової видачі;
- обмін посиланнями з іншими ресурсами;
- реєстрація сайту в каталогах і пошукових системах.

Головна задача пошукової системи – надавати користувачам сторінки, які якнайкраще відповідають на їхні запити. Саме тому одним з факторів, що впливають на ранжування є контент, так як він дозволяє роботам визначити максимально релевантну запиту інформацію. Існує кілька основних моментів, на які варто звернути увагу при оптимізації контенту:

1) *Ключові слова (keywords)* – слова або фрази, які якомога точніше характеризують контент сторінки. Вони мають такі характеристики: релевантність, популярність, щільність, розміщення.

2) *Довжина тексту* – ще один з факторів ранжування. Найоптимальнішою є довжина від 100 до 5000 слів, адже такий текст краще розкриває тему статті, що зменшує ймовірність пошуку користувачем інформації на таку ж тематику на інших сайтах. Це в свою чергу зменшує показник відмов, що позитивно впливає на ранжування.

3) *Унікальність* – в контексті пошукових систем означає ступінь «неповторюваності» матеріалу в проіндексованій частині інтернету. Поняття унікальності можна поділити на дві категорії: технічна та змістовна. Пошуковик визначає змістовну унікальність за допомогою алгоритму латентно-семантичного аналізу, в основі якого лежить нейромережа.

Отже, в умовах сьогодення пошукова оптимізація є актуальною темою. На майбутнє цікавим є питання здійснення аналізу результативності пошукової оптимізації засобами і методами системного аналізу.

## Література

1. Long vs. Short Form Content: Which Ranks Better? An In-Depth Study on 300k Pages. URL: <https://cognitiveseo.com/blog/11853/long-vs-short-content-ranks-better-2016-depth-study-300k-pages> (дата звернення: 15.04.2021).
2. The 3 Types of SEO and How to Excel at Them. URL: <https://blog.alexa.com/types-of-seo/> (дата звернення 15.04.2021).

# СУЧАСНІ ІНСТРУМЕНТИ ТЕСТУВАННЯ МОБІЛЬНИХ ТА WEB-ДОДАТКІВ

Пастор Михайло Олександрович, [pastor.mykhailo@student.uzhnu.edu.ua](mailto:pastor.mykhailo@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

Тестування програмного забезпечення — техніка контролю якості, що перевіряє відповідність між реальною і очікуваною поведінкою програми завдяки кінцевому набору тестів, які обираються певним чином.

Якість не є абсолютною, це суб'єктивне поняття. Тому тестування, як процес своєчасного виявлення помилок та дефектів, не може повністю забезпечити коректність програмного забезпечення. Воно тільки порівнює стан і поведінку продукту зі специфікацією.

В наш час, багато організацій, що займаються створенням програмного забезпечення, до 50% коштів, виділених на розробку програм, витрачають на тестування, що становить мільярди доларів по всьому світу і в цілому. І все ж, незважаючи на величезні капіталовкладення, знань про суть тестування явно не вистачає.

Тестування – це діяльність з перевірки програмного коду і документації. Вона повинна заздалегідь плануватися і систематично проводитися спеціально призначеними незалежними тестувальниками.

Існує багато підходів до тестування програмного забезпечення [1], але ефективне тестування складних продуктів — це процес надзвичайно творчий, що не зводиться до проходження суворим і чітким процедурам [2].

У роботі розроблено систему автоматичного тестування мобільних та WEB-додатків засобами Node.js [1].

## **Література**

1. Розробка і тестування програм. URL: <http://mmsa.kpi.ua/disciplines/sac/14c> (дата звернення: 17.02.2021).
2. Львівська школа тестування ПЗ. URL: <https://cutt.ly/yvJMF4y> (дата звернення: 20.02.2021).

# РОЗРОБКА САЙТІВ ДЛЯ АКТУАЛЬНИХ КОМЕРЦІЙНИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВІ JAVASCRIPT

Присяжний Олександр Сергійович, [prysyazhnyi.oleksandr@student.uzhnu.edu.ua](mailto:prysyazhnyi.oleksandr@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 113 «Прикладна математика»*

Розглядається задача проектування та реалізації веб додатку, використовуючи мову JavaScript та безпосередньо фреймворк VueJS для комерційних задач.

Для вивчення підходу проектування використали антропометричний метод проектування інтерфейсів [1] та методологію об'єктно-орієнтованого програмування [2] для проектування логіки додатку. Для реалізації взята мова програмування JavaScript — мова програмування для веб розробок [3]. Щоб упростити написання сайту, скористалися фреймворком VueJS – це прогресивний фреймворк для створення користувацьких інтерфейсів. На відміну від фреймворків-монолітів, Vue створений придатним для поступової інтеграції [4].

Використання правил ергономіки дозволяє проектувати зручні інтерфейси для користування в комерційних цілях. Вміле використання концепцій ООП вирішує проблему створення успішних комерційних сайтів. Це корисно для розробників, які мають задачу швидко організувати логіку додатку та створювати його, використовуючи загальні правила розробки. Використання подібних принципів прикорює та спрощує розробку.

Розроблений комерційний сайт для ІТ студії, в якому доступні перегляд виконаних замовлень, інформація про компанію та анкета для подачі заявок.

## **Література**

1. Людино-машинна взаємодія. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/людино-машинна\\_взаємодія](https://uk.wikipedia.org/wiki/людино-машинна_взаємодія) (дата звернення: 24.04.2021).
2. Об'єктно-орієнтоване програмування. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Об%27єктно-орієнтоване\\_програмування](https://uk.wikipedia.org/wiki/Об%27єктно-орієнтоване_програмування) (дата звернення: 24.04.2021).
3. Введение в JavaScript. URL: <https://learn.javascript.ru/intro> (дата звернення: 24.04.2021).
4. Что такое Vue.js? URL: <https://ru.vuejs.org/v2/guide/> (дата звернення: 24.04.2021).

# ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ ДЛЯ МАЛОГО БІЗНЕСУ (СИСТЕМА «МАГАЗИН»)

Сотак Емеше Юліївна, [sotak.emeshe@student.uzhnu.edu.ua](mailto:sotak.emeshe@student.uzhnu.edu.ua)

*3 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

Інформаційні технології стають невід'ємною частиною сучасного суспільства. Вони є інструментом, за допомогою якого ефективність управління малим бізнесом може бути істотно підвищена. Можна стверджувати, що інформаційні ресурси є основою для успішного ведення бізнесу.

Малий бізнес – найважливіший сектор ринкової економіки, ефективність діяльності якого багато в чому визначає стан економіки в цілому. Інвестиції в розвиток своєї ІТ-структури – це один з показників того, що компанія націлена на швидкий ріст та інтенсивний розвиток. [1]

З переходом до ринкової економіки у більшості підприємств та організацій у зв'язку з підвищенням ролі економічних методів управління, необхідністю розробки та обґрунтування перспективних бізнес-планів, комплексної оцінки ефективності коротко- та довгострокових управлінських рішень різко зросла потреба в розширенні економічної роботи та підвищенні її якості. Це, у свою чергу, викликало необхідність автоматизації аналітичного процесу на базі ЕОМ. Використання сучасних технологій обробки інформації підвищує оперативність й ефективність економічного аналізу.

Автоматизовані інформаційні системи – це системи для пошуку, збирання, зберігання, накопичення, обробки, передачі інформації за допомогою використання обчислювальної техніки, засобів і каналів зв'язку, комп'ютерних інформаційних мереж. Вони є з'єднувальною ланкою між об'єктами і суб'єктами управління і виконують такі важливі функції:

- сприйняття вихідних даних і запитів, які вводяться користувачами ;
- обробка даних, які введені і зберігаються в системі відповідно до певних алгоритмів;
- формування необхідної вихідної інформації. [2]

В роботі розроблена інформаційна система управління інтернет-магазином. Для практичної реалізації цієї предметної області використаний сплав різних технологій (Node.js, Express, MongoDB).

Програма забезпечує вхід в систему та вихід із неї, створення облікового запису, а також перегляд пропонованих товарів ( відрізняється для споживача та адміністратора). Адміністратор може редагувати список товарів, який бачитиме клієнт (додавання нових товарів, видалення товарів, зміна їх кількості). В системі передбачений кошик користувача, куди клієнт може додати товари і змінити їх кількість. Також діє сторінка для оформлення замовлення, через яку, після введення дійсних даних, можна оплатити сумарну ціну всіх товарів, які були додані в кошик раніше.

## **Література**

1. Саєнсус М. А., Карнаухова Г. С. Аспекти впровадження інформаційних технологій в малому бізнесі Інтелект ХХІ. 2017. № 2. С. 267–272.
2. Купалова Г.І. Теорія економічного аналізу: навч. посіб. К., 2008. 639 с.

# РОЗРОБКА WEB-РЕСУРСУ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Чубирка Віктор Вікторович, [chubyrka.viktor@student.uzhnu.edu.ua](mailto:chubyrka.viktor@student.uzhnu.edu.ua)

*4 курс, спеціальність 124 «Системний аналіз»*

В нинішньому світі склалася така ситуація, що майже всі сфери діяльності в тій чи іншій мірі використовують інформаційні технології. І як не дивно освітня сфера не є виключенням із правил в ній також інтенсивно використовуються різні галузі інформаційних технологій, це сприяє покращенню та полегшенню взаємодії сфери освіти з цільовою аудиторією, а саме студентами. Використання сучасних web-ресурсів дає змогу значно удосконалити систему освіти, отже її подальша інформатизація – процес не зворотній та обов'язковий. Також зважаючи на обмеження які було введено на протязі минулого року через пандемію тема інформатизації набирає ще більший пріоритет, так як більшість питань що до організації освітнього процесу все ще вирішуються написанням заяв та іншими очними способами. Одним з таких процесів є вибір студентами дисциплін освітньої програми. Для розробки клієнтської частини web-ресурсу часто використовуються сучасні фреймворки такі як VueJS, React, Angular які надають зручні інструменти для реалізації функціоналу та візуалізації даних. Реалізація web UI постійно наштовхується на розв'язання важчих задач, які потребують використання інших інструментів.

Сучасні програмісти намагаються використовувати окремі бібліотеки для кожного шару задач. Саме на фоні цих змін став набувати популярність фреймворк Vue який є альтернативою jQuery і успішно конкурує з React, який є очевидним лідером по View. Vue створювався з оглядом на кращі практики перерахованих технологій. З React команда Vue запозичила ідею віртуального DOM, а із Angular запозичив two-way data binding. Ядро Vue подібне до React та містить тільки необхідний функціонал для роботи з інтерфейсом, завдяки чому компактно і легко інтегрується з іншими технологіями у тому числі і jQuery та навіть може замінити його (для розробки простих інтерфейсів).

Для розробки серверної частини зазвичай використовують бібліотеки, які дозволяють розгорнути сервер та налаштувати зв'язок з клієнтською частиною наприклад Node та Express і дуже часто використовують BaaS-рішення (Backend-as-a-Service), які відкривають перед розробником широкі можливості. Сервер, база даних, хостинг, аутентифікація усе це є доступним на одній платформі. Однією із таких є бібліотека Firebase, яка надає розробникам API та синхронізує дані додатку між клієнтами і зберігає їх в хмарному сховищі. Додаток підключається до бази даних через WebSocket, який відповідає за синхронізацію даних протягом всього сеансу. У роботі розглядається розробка веб-додатку для автоматичного запису на дисципліни вільного вибору та формування академічних груп. Для розробки додатку використано бібліотеку Vue для клієнтської частини та Firebase для серверної частини додатку.

## **Література**

1. Зрівняння Vue.js з іншими фреймворками. URL: <https://cutt.ly/gvArXTX> (дата звернення: 15.01.2021).
2. Firebase. URL: <https://firebase.google.com/docs?hl=ru> (дата звернення: 25.01.2021).

