

До Модуля 3

Індивідуальні завдання №5 до розділу:

**ЛІНІЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ВИЩИХ
ПОРЯДКІВ ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ**

Постановка завдань:

1. Розв'язати лінійне однорідне диференціальне рівняння методом Ейлера.
2. Розв'язати лінійне неоднорідне диференціальне рівняння зі сталими коефіцієнтами методом варіації сталих.
3. Записати вигляд загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння з застосуванням методу невизначених коефіцієнтів (числові значення коефіцієнтів не знаходити).
4. Знайти розв'язок задачі Коші.
5. Розв'язати рівняння Ейлера чи Лежандра.

Варіант 1

1. $y^{(4)} + 64y = 0$.
2. $y'' + y = \operatorname{ctg} x$.
3. $y'' - 2y' + 2y = e^x + x \cos x$.
4. $y'' - 2y' + y = 0$, $y(2) = 1$, $y'(2) = -2$.
5. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$.

Варіант 2

1. $y''' - 8y = 0$.
2. $y'' - y = \frac{e^{-x}}{1 + e^x}$.
3. $y'' + 2y' + 2y = \operatorname{ch} x \cdot \sin x$.
4. $y'' + y = 4e^x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -3$.
5. $x^2 y'' - xy' - 3y = 0$.

Варіант 3

1. $4y'' + 4y' + y = 0$.
2. $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$.
3. $y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x} \sin 2x$.
4. $y'' - 2y' = 2e^x$, $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$.
5. $x^3 y''' + xy' - y = 0$.

Варіант 4

1. $y^{(5)} - 6y^{(4)} + 9y''' = 0$.
2. $y'' + y = \frac{1}{\sin^2 x \sqrt{\sin x \cos x}}$.
3. $y'' + 7y' + 10y = xe^{-2x} \cos 5x$.
4. $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$, $y(0) = y'(0) = 0$.
5. $x^2 y''' - 2y' = 0$.

Варіант 5

1. $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$.
2. $y'' - 6y' + 9y = \frac{9x^2 + 6x + 2}{x^3}$.
3. $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x + e^x \sin 2x$.
4. $y''' - y' = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 1$.
5. $x^2 y'' - xy' + y = 8x^3$.

Варіант 6

1. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$. 2. $y'' + y = \operatorname{tg} x$. 3. $y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$.
 4. $y''' - 3y' - 2y = 9e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -3$, $y''(0) = 3$. 5. $x^2 y'' + xy' + 4y = 10x$.

Варіант 7

1. $y''' - y'' - y' + y = 0$. 2. $y'' + y = \frac{(2 - \cos^2 x) \sin x}{\cos^3 x}$.
 3. $y'' - 8y' + 17y = e^{4x}(x^2 - 3x \sin x)$.
 4. $y^{(4)} + y'' = 2 \cos x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = y'''(0) = 0$. 5. $x^3 y'' - 2xy' = 6 \ln x$.

Варіант 8

1. $y^{(4)} - 5y'' + 4y = 0$. 2. $y'' - y = \frac{x^2 - 2}{x^3}$. 3. $y''' + y' = \sin x + x \cos x$.
 4. $y'' - 2y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$. 5. $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 3x^2$.

Варіант 9

1. $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$. 2. $y'' + 2y' + 5y = e^{-x}(\cos^2 x + \operatorname{tg} x)$.
 3. $y'' + 2y' + y = x(e^{-x} - \cos x)$. 4. $y'' + 4y' + 3y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.
 5. $x^2 y'' - 6y = 5x^3 + 8x^2$.

Варіант 10

1. $y^{(4)} + 4y'' + 3y = 0$. 2. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$. 3. $y'' + 4y' + 3y = \operatorname{ch} x$.
 4. $4y'' - 4y' + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$. 5. $x^2 y'' - 2y = \sin \ln x$.

Варіант 11

1. $y'' - 7y' + 10y = 0$. 2. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$. 3. $y'' - 6y' + 13y = x^2 e^{3x} - 3 \cos 2x$.
 4. $y'' - 4y = e^{2x}(11 \cos x - 7 \sin x)$, $y(0) = y'(0) = 1$. 5. $x^2 y'' + 3xy' + 2y = x^3$.

Варіант 12

1. $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$. 2. $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$. 3. $y'' - 9y = e^{-3x}(x^2 + \sin 3x)$.
 4. $y'' - 9y' + 20y = e^{6x}$, $y(0) = y'(0) = 1$. 5. $x^2 y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Варіант 13

1. $y''' + 3y'' - 4y' - 12y = 0$. 2. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}$. 3. $y^{(4)} + y'' = 7x - 3 \cos x$.
 4. $y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}$, $y(0) = y'(0) = 1$. 5. $x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0$.

Варіант 14

1. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$. 2. $y'' + y = 2\sec^3 x$. 3. $y'' + 4y = \cos x \cos 3x$.
 4. $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$. 5. $xy'' + y' = 0$.

Варіант 15

1. $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = 0$. 2. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^x}$. 3. $y''' - 4y'' + 3y' = x^2 + xe^{2x}$.
 4. $y'' + y = 4e^x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -3$. 5. $x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = 0$.

Варіант 16

1. $y''' + 27y = 0$. 2. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$. 3. $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \sin^2 x$.
 4. $y'' - 2y' = 2e^x$, $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$. 5. $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$.

Варіант 17

1. $y^{(4)} - 8y' = 0$. 2. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}$. 3. $y'' + 3y' + 2y = e^{-x} \cos^2 x$.
 4. $y'' + y = 1$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 9$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. 5. $x^3 y''' + 8x^2 y'' + 12xy' = \ln x$.

Варіант 18

1. $y''' + 27y = 0$. 2. $y'' + \frac{y}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}}$. 3. $y'' - 2y' + 2y = (x + e^x) \sin x$.
 4. $y'' - y = 2x$, $y(1) = -2$, $y'(1) = -1$. 5. $x^4 y^{(4)} + 10y = 0$.

Варіант 19

1. $y^{(4)} - 13y'' + 36y = 0$. 2. $y'' + 16y = \frac{16}{\cos 4x}$. 3. $y^{(4)} + 5y'' + 4y = \sin x \cos 2x$.
 4. $y'' + y = 1$, $y(\pi) = -1$, $y'(\pi) = 0$. 5. $(x+1)^2 y'' + 3(x+1)y' + y = 0$.

Варіант 20

1. $y^{(4)} + 9y'' = 0$. 2. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$. 3. $y'' - y = 4\operatorname{sh} x$.
 4. $y'' - y = x^2 + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. 5. $(x-2)^2 y'' - 3(x-2)y' + 4y = x$.

Варіант 21

1. $y^{(4)} + 5y'' + 6y = 0$. 2. $y'' + 4y = \frac{4}{\sin 2x}$. 3. $y'' + 4y = \operatorname{sh} x \sin 2x$.
 4. $y'' - 3y' + 2y = x^3$, $y(0) = y'(0) = 0$. 5. $(x+2)^2 y'' - 4(x+2)y' + 6y = 0$.

Варіант 22

1. $y^{(6)} - y = 0$. 2. $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$. 3. $y'' + 6y' + 10y = 3xe^{-3x} - 2e^{3x} \cos x$.
 4. $y'' - 4y' + 4y = xe^x$, $y(0) = y'(0) = 0$. 5. $x^3 y''' - x^2 y'' + 2xy' - 2y = x^3 + 3x$.

Варіант 23

1. $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 0$. 2. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}}$.
 3. $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = e^{2x} \sin 2x + 2x^2$. 4. $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
 5. $2(2x + 1)^2 y'' - (2x + 1)y' + 2y = 0$.

Варіант 24

1. $y^{(6)} + 3y^{(4)} = 0$. 2. $y'' + 4y = \sin 2x$. 3. $y'' - 6y' + 8y = 5xe^{2x} + 2e^{4x} \sin x$.
 4. $y''' - 4y' = x^2$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$. 5. $(2x + 3)^3 y'' + 3(2x + 3)y' - 6y = 0$.

Варіант 25

1. $y^{(6)} - 4y^{(5)} + 13y^{(4)} = 0$. 2. $y^{(4)} + 8y'' + 16y = \cos x$.
 3. $y''' - 2y' + 4y = e^x \cos x + \sin 2x + x^2$. 4. $y'' + 5y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.
 5. $(x + 1)^3 y''' + 9(x + 1)^2 y'' + 4(x + 1)y' - 4y = 0$.