

**Державний вищий навчальний заклад  
«Ужгородський національний університет»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу**



**ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Проректор з наукової роботи

/ Студеняк І.П./

\_\_\_\_\_ 2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**АктUARна та фінансова математика**

Рівень вищої освіти      **Третій (освітньо-науковий)**

Галузь знань              **11 – Математика і статистика**  
Спеціальність            **113 – Прикладна математика**

Освітні програми        **Прикладна математика**

Статус дисципліни      **Вибіркова**  
Мова навчання          **Українська**

Робоча програма навчальної дисципліни «Актуарна та фінансова математика» для здобувачів вищої освіти на третьому (освітньо-науковому) рівні: доктор філософії/Doctor Philosophy (Ph.D) галузі знань – математика і статистика.

**Розробник:** доктор.фіз.-мат. наук, доц. Сливка-Тилищак Г.І.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу

Протокол № 13 від. “ 25 ” червня \_\_\_\_\_ 2020 р.

Завідувач кафедрою



канд. фіз.-мат. наук, доц. Слюсарчук П.В.

Схвалено науково-методичною комісією **факультету математики та цифрових технологій**

протокол № 8 від «03» липня 2020 р.

Голова науково-методичної комісії



Мулеса О.Ю.

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування Показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Очна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 7	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 210	<b>1-ий</b>	<b>1-ий</b>
Кількість модулів – 2	Семестр:	
Тижневих годин для очної форми навчання: 9  аудиторних – 4  самостійної роботи здобувача – 7	<b>1-ий</b>	<b>1-ий</b>
	Лекції:	
	<b>44</b>	<b>16</b>
	Практичні (семінарські):	
	<b>30</b>	<b>8</b>
Вид підсумкового контролю: іспит	Лабораторні:	
	-	-
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота:	
	<b>136</b>	<b>186</b>

## 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

Основна мета курсу – ознайомити студентів з найсуттєвішими аспектами математичної теорії на якій базуються сучасна актуарна та фінансова математика.

Завдання – навчити застосовувати методи та результати математичної теорії для розв’язання фінансових питань актуарної та фінансової математики.

Згідно вимог освітньої програми підготовки доктора філософії (PhD), здобувачі повинні знати теоретичний матеріал вивченого курсу. Здобувачі повинні вміти: робити математичні розрахунки, пов’язані з ймовірностями тривалості життя людини, вартостями контрактів страхування життя, річної ренти, оцінювання облігацій, розрахунок кредитів визначення прибутку і т.д.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню для здобувачів ступеня вищої освіти: доктор філософії / Doctor Philosophy (Ph.D) таких компетентностей:

### 1. загальні компетентності:

- **ЗК-1.** Креативність, здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу.
- **ЗК-2.** Здатність проведення досліджень на відповідному рівні .
- **ЗК-3.** Здатність до адаптації та дії в новій ситуації, здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях, розуміння предметної області та розуміння професії.
- **ЗК-4.** Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій, здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
- **ЗК-5.** Здатність приймати обґрунтовані рішення .
- **ЗК-7.** Здатність вчитися і бути сучасно навченим.
- **ЗК-8.** Здатність бути критичним і самокритичним, поважати різноманітність та мультикультурність, діяти соціально-відповідально та громадянсько свідомо.

### 2. фахові компетентності:

**ФК-1.** Здатність розробляти та вдосконалювати методи і засоби математичного та комп'ютерного моделювання, які призначені для дослідження та управління процесами та системами у різних галузях людської діяльності

**ФК-5.** Розробка математичних моделей та методів аналізу природничо-наукових технічних, економічних та соціальних систем .

### **3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ**

Відповідно до освітньої програми «**Прикладна математика**» (третього освітньо-наукового рівня вищої освіти), вивчення навчальної дисципліни «**Актuarна та фінансова математика**» повинно забезпечити досягнення здобувачами ступеня вищої освіти: доктор філософії / Doctor Philosophy (Ph.D) таких програмних результатів навчання (ПРН):

<b>Програмні результати навчання</b>	<b>Шифр ПРН</b>
Розробляти та вдосконалювати методи і засоби математичного та комп'ютерного моделювання, обчислювальні методи, призначені для використання при всебічному дослідженні і створенні об'єктів та систем технічного призначення.	1.1
Знання теоретичних і методологічних основ та інструментальних засобів використання інформаційних технологій у різних галузях людської діяльності.	1.2
Уміння генерувати нові ідеї і варіанти розв'язання задач, комбінування та експериментування, оригінальність, конструктивність, економічність рішень.	2.1
Уміння здійснювати науково-дослідну роботу в області прикладної математики за допомогою інформаційних технологій при дослідженні складних систем.	2.2
Уміння адаптуватися до роботи за конкретною професією чи спеціальністю, до нових факторів середовища, уміння розв'язувати складні практичні задачі на основі системного аналізу, синтезу нових підходів у тому числі в умовах неповноти інформації або невизначеності.	2.3
Уміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми з урахуванням багатofакторності та динаміки середовища.	2.5
Уміння виконувати зобов'язання та відповідати за свої вчинки ставитись відповідально до роботи, що виконується.	2.6
Уміння розвиватися відповідно до своїх потреб, покращувати свої	2.7

інтелектуальні здібності для досягнення життєвого успіху.	
Уміння виявляти недоліки і помилки та виправляти їх, розв'язувати протиріччя, уміння поважати, сприймати та розуміти різноманіття культур світу, форм самовираження та самовиявлення людської особистості, утвердження норм, закріплених у міжнародно-правових актах у галузі прав людини.	2.8
Уміння розробляти та вдосконалювати методи і засоби математичного та комп'ютерного моделювання, обчислювальні методи, призначені для використання при всебічному дослідженні і створенні об'єктів та систем технічного призначення.	2.9
Уміння розробляти математичну модель системи відповідно до поставленої задачі дослідження, здійснювати аналіз та вибір математичного апарату для дослідження математичної моделі.	2.13
Кваліфіковано відображати результати наукових досліджень у наукових статтях у фахових виданнях, вести конструктивний діалог з рецензентами та редакторами.	3.2
Ініціювати наукові та інноваційні комплексні проекти в різних галузях, лідерство та автономність під час їх реалізації.	4.1
Діяти, дотримуючись принципів соціальної відповідальності, на основі етичних міркувань (мотивів).	4.2
Самовдосконалюватися, нести відповідальність за новизну наукових досліджень та прийняття експертних рішень.	4.3
Приймати обґрунтовані рішення, мотивувати людей та рухатися до спільної мети.	4.4

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Актурна та фінансова математика» :

<b>Очікувані результати навчання з дисципліни</b>	<b>Шифр ПРН</b>
Умінти генерувати нові ідеї і варіанти розв'язання задач, комбінування та експериментування, оригінальність, конструктивність, економічність рішень.	2.1 2.2 2.3
Уміти здійснювати науково-дослідну роботу в області прикладної математики за допомогою інформаційних технологій при дослідженні складних систем.	2.5 2.6 2.7
Уміти адаптуватися до роботи за конкретною професією чи спеціальністю, до нових факторів середовища, уміння розв'язувати складні практичні задачі на основі системного аналізу, синтезу нових підходів у тому числі в умовах неповноти інформації або невизначеності. Уміти виявляти, ставити та вирішувати проблеми з урахуванням багатфакторності та динаміки середовища. Уміти виконувати зобов'язання та відповідати за свої вчинки ставитись	2.8 2.9 2.13

<p>відповідально до роботи, що виконується. Уміти розвиватися відповідно до своїх потреб, покращувати свої інтелектуальні здібності для досягнення життєвого успіху. Уміти виявляти недоліки і помилки та виправляти їх, розв'язувати протиріччя, уміння поважати, сприймати та розуміти різноманіття культур світу, форм самовираження та самовиявлення людської особистості, утвердження норм, закріплених у міжнародно-правових актах у галузі прав людини. Уміти розробляти та вдосконалювати методи і засоби математичного та комп'ютерного моделювання, обчислювальні методи, призначені для використання при всебічному дослідженні і створенні об'єктів та систем технічного призначення. Уміти розробляти математичну модель системи відповідно до поставленої задачі дослідження, здійснювати аналіз та вибір математичного апарату для дослідження математичної моделі.</p>	
<p>Кваліфіковано відображати результати наукових досліджень у наукових статтях у фахових виданнях, вести конструктивний діалог з рецензентами та редакторами.</p>	3.2
<p>Ініціювати наукові та інноваційні комплексні проекти в галузі прикладної математики, лідерство та автономність під час їх реалізації. Діяти, дотримуючись принципів соціальної відповідальності, на основі етичних міркувань (мотивів). Самовдосконалюватися, нести відповідальність за новизну наукових досліджень та прийняття експертних рішень. . Приймати обґрунтовані рішення, мотивувати людей та рухатися до спільної мети.</p>	4.1 4.2 4.3 4.4

#### **4. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ**

##### **Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- залік, іспит;
- виконання практичних робіт;
- виконання індивідуальних та групових завдань;
- презентація результатів виконаної індивідуальної роботи студента.

##### **Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю: виступ на семінарських заняттях, виконання практичних робіт, презентація та захист групових проєктів.

Модульне контрольне оцінювання: контрольна робота.

Контроль самостійної роботи: перевірка виконаних завдань на практичних заняттях, перевірка домашніх завдань.

Підсумковий семестровий контроль: залік (семестр1), іспит (семестр2).

**Під час оцінювання індивідуальної роботи враховується самостійність, творчий підхід, правильність виконання завдань та максимальне залучення при цьому всіх доступних програмних ресурсів.**

**Основні форми та методи організації навчального процесу, під час викладання дисципліни «Спектральний аналіз дискретних нейрофункцій»:**

- Словесні: лекція, бесіда, обговорення.
- Наочні: ілюстрація, демонстрація (з використанням фотоілюстрацій, таблиць та схем, електронних презентацій).
- Практичні: опитування на практичних заняттях; виконання практичних завдань; виконання індивідуальних завдань; контрольні роботи.
- Інтерактивні методи навчання.

Викладач використовує наступні групи методик контролю знань аспірантів, які вивчають дисципліну «Спектральний аналіз дискретних нейрофункцій»:

1. Методи усного контролю: відповідь здобувача на окреме питання теми практичного заняття; запитально-відповідна бесіда під час роз'яснення проблемного питання на практичному занятті.
2. Методи практичного контролю: перевірка правильності виконання практичних завдань, іспит, який включає у себе практичні завдання.

### **Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)**

Поточне тестування та самостійна робота							Модульна робота	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	50	100
6	8	8	8	6	8	6		

## Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні (семінарські) заняття	15	30
Виконання індивідуальних завдань	7	10
Виконання та презентація групових завдань	2	10
Модульна контрольна робота	1	50
<b>Разом</b>		<b>100</b>

### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи.

Модульна контрольна робота проводиться у формі практичних завдань, які виконуються в аудиторії. Варіант модульної контрольної роботи складається з двох блоків.

Перший блок складається з теоретичних питань (25 балів).

Другий блок присвячений розв'язанню задач (25 балів).

### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Відповідно до *«Положення про порядок та методу проведення семестрових (курсівих) екзаменів і заліків в Ужгородському національному університеті»* (затверджено Наказом Ректора ДВНЗ «УжНУ» № 698/01-17 від 08.05.2015 р.), знання здобувачів оцінюється як з теоретичної, так і з практичної підготовки за такими критеріями:

**оцінку «відмінно» (90-100 балів, А) заслуговує здобувач, який:**

- всебічно і глибоко володіє навчально-програмовим матеріалом;
- вміє самостійно виконувати завдання, передбачені програмою, використовує набуті знання і вміння у нестандартних ситуаціях;
- засвоїв основну і ознайомлений з додатковою літературою, яка рекомендована програмою;
- засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни та усвідомлює їх значення для професії, яку він набуває;

- вільно висловлює власні думки, самостійно оцінює різноманітні життєві явища і факти, виявляючи особистісну позицію;
- самостійно визначає окремі цілі власної навчальної діяльності, виявив творчі здібності і використовує їх при вивченні навчально-програмового матеріалу, проявив нахил до наукової роботи.

***оцінку « добре» (82-89 балів, B) – заслуговує здобувач, який:***

- повністю опанував і вільно (самостійно) володіє навчально-програмовим матеріалом, в тому числі застосовує його на практиці, має системні знання в достатньому обсязі відповідно до навчально-програмового матеріалу, аргументовано використовує їх у різних ситуаціях;
- має здатність до самостійного пошуку інформації, а також до аналізу, постановки і розв'язування проблем професійного спрямування;
- під час відповіді допустив деякі неточності, які самостійно виправив, добирає переконливі аргументи на підтвердження вивченого матеріалу;

***оцінку «добре» (74-81 бал, C) заслуговує здобувач, який:***

- в цілому навчальну програму засвоїв, але відповідає на екзамені з певною кількістю помилок;
- вміє порівнювати, узагальнювати, систематизувати інформацію під керівництвом викладача, в цілому самостійно застосовувати на практиці, контролювати власну діяльність;
- опанував навчально-програмовий матеріал, успішно виконав завдання, передбачені програмою, засвоїв основну літературу, яка рекомендована програмою;

***оцінку «задовільно» (64-73 бали, D) – заслуговує здобувач, який:***

- знає основний навчально-програмовий матеріал в обсязі, необхідному для подальшого навчання і використання його у майбутній професії;
- виконує завдання непогано, але зі значною кількістю помилок;
- ознайомлений з основною літературою, яка рекомендована програмою;
- допускає на заняттях чи екзамені помилки при виконанні завдань, але під керівництвом викладача знаходить шляхи їх усунення.

**оцінку «задовільно» (60-63 бали, E) – заслуговує здобувач, який:**

- володіє основним навчально-програмовим матеріалом в обсязі, необхідному для подальшого навчання і використання його у майбутній професії, а виконання завдань задовольняє мінімальні критерії. Знання мають репродуктивний характер.

**оцінка «незадовільно» (35-59 балів, FX) – виставляється здобувачу, який:**

виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

**оцінка «незадовільно» (35 балів, F) – виставляється здобувачу, який:**

- володіє навчальним матеріалом тільки на рівні елементарного розпізнавання і відтворення окремих фактів або не володіє зовсім;
- допускає грубі помилки при виконанні завдань, передбачених програмою;
- не може продовжувати навчання і не готовий до професійної діяльності після закінчення університету без повторного вивчення даної дисципліни.

При виставленні оцінки враховуються результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

### **5.1. Зміст навчальної дисципліни**

Модуль 1 Фінансова математика. Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику. Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в однопериодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Досяжні платіжні зобов'язання. Закон однієї ціни. Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків. Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування

та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку. Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу. Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі. Рівняння

Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора. Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.

## Модуль 2 Актуарна математика.

Актуарна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів. Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток. Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку  $x$ : математична модель. Сила смертності. Аналітичний закон розподілу  $T$ . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності. Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя. Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку. Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються  $t$  разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення. Ризик виживання. Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель. Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премії. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб.

Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація. Обчислення розподілу загальної суми вимог виплат. Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховування. Перестраховування, що блокує збиток.

## 5.2. Структура навчальної дисципліни

Теми	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	ус ьо го	у тому числі					усь ого	у тому числі				
		л	п	л а б	і	с а м		л	п	л а б	ін д	с а м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0	1 1	12	1 3
Модуль 1. Фінансова математика												
Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.	8	1	1			6						
Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в однопериодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.	10	2	2			6						
Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.	9	2	1			6						
Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.	8	1	1			6						
Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація	12	2	2			8						

еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.												
Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.	9	2	1			6						
Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі	11	2	1			8						
Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.	11	2	1			8						
Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.	12	2	2			8						
Разом – модуль 1	90	16	12			62						
Усього годин												
Актуарна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів.	6	2				4						
Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.	9	2	1			6						
Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку $x$ : математична модель.	10	2	2			6						
Сила смертності. Аналітичний закон розподілу $T$ . Обмежена тривалість майбутнього життя.	14	4	2			8						

Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності.												
Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	14	4	2			8						
Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	10	2	2			6						
Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються т разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	14	4	3			8						
Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	12	2	2			8						
Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премій. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	12	2	2			8						
Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна	10	2	2			6						

апроксимація.													
Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	10	2	2			6							
Разом – модуль 2	12 0	2 8	2 0			7 4							

### 5.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
1	Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.	1	
2	Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.	2	
3	Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.	1	
4	Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.	1	
5	Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.	2	
6	Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.	1	
7	Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі. Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.	2	
8	Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервних	2	

	моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.		
19	Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.	1	
10	Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку $x$ : математична модель.	1	
11	Сила смертності. Аналітичний закон розподілу $T$ . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності.	2	
12	Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	2	
13	Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	2	
14	Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються $t$ разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	2	
15	Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	2	
15	Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премій. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	2	
17	Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація.	2	
18	Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	2	
Разом годин		30	

#### 5.4. Самостійна робота

Теми	Кількість годин	
	Денна форма	Заочна форма
Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.	6	
Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в однопериодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.	6	
Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.	6	
Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.	6	
Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.	8	
Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.	6	
Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі	8	
Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.	8	
Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.	8	
АктUARна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів.	4	
Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.	6	
Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку $x$ : математична модель.	6	
Сила смертності. Аналітичний закон розподілу $T$ . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові	8	

характеристики смертності.		
Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	8	
Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	6	
Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються т разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	8	
Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	8	
Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премій. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	8	
Загальний симетричний стан. Формула Шуєтта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація.	6	
Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	6	
Разом годин	136	

## 6. Рекомендована література

### Базова

1. Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C. et al. Actuarial Mathematics. – Itasca: Society of Actuaries. – 1997.
2. Gerber H.U. Life insurance mathematics. – Zürich: Springer. – 1997.
3. Jordan C.W. Textbook on life contingencies. – Chicago: Society of Actuaries. – 1991.
4. Mess B., Christensen J. Exercises in life insurance mathematics. – Copenhagen: University of Copenhagen. – 1996.
5. Neill A. Life contingencies. – London: Heinemann. – 1977.
6. Scott W.F. Life assurance mathematics. – Edinburgh: Heriot-Watt University. – 1999.
7. Оленко А.Я. Ймовірність та статистика. – К.: НАУКМА. – 1999. – Ч. I.

8. Фалин Г.И., Фалин А.И. Актуарная математика в задачах. – М.: Физматлит. – 2003.
9. Y. Mishura, G. Shevchenko "Mathematics of finances". Kyiv University press, 352 p. – 2009.
10. Борисенко О.Д., Мішура Ю.С., Радченко В.М., Шевченко Г.М. "Збірник задач з фінансової математики". Редакційно-видавничий центр Київського університету, 250 p. - 2007
11. Борисенко О.Д., Василик О.І., Мішура Ю.С., Радченко В.М. "Збірник задач з фінансової математики". Редакційно-видавничий центр Київського університету, 80 p. - 2006
12. Жуленев С. В. Финансовая математика: введение в классическую теорию. -- М.: Изд.-во МГУ, 2001.
13. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М. , Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1995.
14. Ширяев А.Н. Основы стохастической и финансовой математики. – М.: Фазис, 1998. – Т.1,2.