

Державний вищий навчальний заклад
«Ужгородський національний університет»
Математичний факультет
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи

проф. Студеняк І.П.

” *Вересень* 2019 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Актуарна та фінансова математика

спеціальність 113 – Прикладна математика

Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії

Ужгород – 2019 рік

Робоча програма навчальної дисципліни “Актуарна та фінансова математика” для аспірантів спеціальності 113 Прикладна математика.

Розробники: доктор.фіз.-мат. наук, доц. Сливка-Тилищак Г.І.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу

Протокол № 11 від. “ 12 ” _____ 06 _____ 2019__ р.

Завідувач кафедрою

канд. фіз.-мат. наук, проф.Слюсарчук П.В.



(підпис)

(Слюсарчук П.В.)

(прізвище та ініціали)

“ 12 ” _____ 06 _____ 2019 р.

1. Опис навчальної дисципліни:
1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрямок підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>денна форма навчання</i>	
Кількість кредитів – 6	Галузь знань <u>11 математика та статистика</u> (шифр, назва)	<u>За вибором</u>	
Кількість модулів – 2	Спеціальність (професійне спрямування): прикладна математика (шифр, назва)	<i>Рік підготовки:</i>	
Кількість змістових модулів – 2		1-й	
Загальна кількість годин – 180		<i>Семестр:</i>	
		1-й	2-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	<i>Лекції:</i>	
		12 год.	18 год.
		<i>Практичні, семінарські:</i>	
		12 год.	18 год.
		<i>Лабораторні:</i>	
		–	–
		<i>Самостійна робота:</i>	
60 год.	60 год.		
Вид контролю: залік, екзамен			

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Основна мета курсу – ознайомити студентів з найсуттєвішими аспектами математичної теорії на якій базуються сучасна актуарна та фінансова математика.

Завдання – навчити застосовувати методи та результати математичної теорії для розв'язання фінансових питань актуарної та фінансової математики.

В результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати: теоретичний матеріал вивченого курсу;

вміти: робити математичні розрахунки, пов'язані з ймовірностями тривалості життя людини, вартостями контрактів страхування життя, річної ренти, оцінювання облігацій, розрахунок кредитів визначення прибутку і т.д.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1 Фінансова математика. Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безробітні ринки. Міри, нейтральні до ризику. Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Досяжні платіжні зобов'язання. Закон однієї ціни. Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків. Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку. Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу. Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі. Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора. Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.

Модуль 2 Актуарна математика.

Актуарна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів. Фактичні відсоткові ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток. Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку x : математична модель. Сила смертності. Аналітичний закон розподілу T . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності. Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя. Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку. Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються m разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення. Ризик виживання. Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель. Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премії. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна

апроксимація. Обчислення розподілу загальної суми вимог виплат. Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.

4. Структура навчальної дисципліни

Теми	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	ус бо го	у тому числі					ус бо го	у тому числі					
		л	лаб	пр	інд	ср		л	се м	ла б	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Модуль 1. Фінансова математика													
Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.		1		1		6							
Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.		1		1		4							
Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.		1		1		5							
Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.		1		1		4							
Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.		2		2		8							
Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.		1		1		4							
Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі		2		1		6							
Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.		1		1		6							
Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у неперервній моделі.		2		1		6							
Разом – модуль 1		12		10		49							
Актуарна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів.		1				6							
Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.		1		1		4							
Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення		1		1		4							

боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку x : математична модель.										
Сила смертності. Аналітичний закон розподілу T . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності.	1		3		6					
Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	2		2		10					
Елементарні довічні анuitети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні анuitети. Стандартні типи довічних анuitетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	2		2		7					
Нетто-премії. Відкладені довічні анuitети. Премії, що сплачуються m разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	2		2		8					
Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	2		2		6					
Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премії. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	2		2		6					
Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні анuitети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація.	2		2		8					
Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	2		3		6					
Разом – модуль 2	18		20		71					
Усього годин	30		30		120					

5. Темі семінарських занять

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” не передбачені семінарські заняття.

6. Темі практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
1	Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.	1	

2	Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.	1	
3	Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.	1	
4	Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.	1	
5	Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.	2	
6	Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.	1	
7	Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі. Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.	2	
8	Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.	1	
19	Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.	1	
10	Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку x : математична модель.	1	
11	Сила смертності. Аналітичний закон розподілу T . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності.	3	
12	Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	2	
13	Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	2	
14	Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються m разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	2	
15	Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	2	
15	Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премії. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	2	
17	Загальний симетричний стан. Формула Шуетта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація.	2	
18	Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	3	
Разом годин		30	

7. Теми лабораторних занять

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” лабораторні заняття не передбачені.

8. Самостійна робота

Теми	Кількість годин	
	Денна форма	Заочна форма
Фінансові ринки з дискретним часом. Первинні цінні папери. Портфель інвестора. Безарбітражні ринки. Міри, нейтральні до ризику.	6	
Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Справедливі ціни. Закон однієї ціни.	4	
Повнота фінансового ринку. Відносний дохід платіжних зобов'язань. Динамічна теорія портфеля. Три форми гіпотези ефективних ринків.	5	
Американські платіжні зобов'язання. Квадратична теорія хеджування на неповному ринку.	4	
Квадратична теорія хеджування на неповному ринку. Означення та деякі властивості мінімальних мартингальних мір. Експонента Долеан та теорема Кірсанова для дискретного часу. Характеризація еквівалентних мартингальних мір. Характеризація мінімальної мартингальної міри. Існування та єдність мінімальної міри в одновимірному випадку.	8	
Фінансові ринки з неперервним часом. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу.	4	
Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним часом. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі	6	
Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.	6	
Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Американські платежні зобов'язання у неперервній моделі. Екзотичні деривативи у непевній моделі.	6	
Актuarна і фінансова справа: сучасний стан і перспективи розвитку. Історія страхування. Страхування і ринок цінних паперів.	6	
Фактичні відсоткова ставки. Номінальні відсоткові ставки. Неперервні платежі. Авансований відсотковий прибуток.	4	
Безтермінові ренти. Ануїтети. Погашення боргу. Внутрішня норма прибутку. Тривалість майбутнього життя індивіда віку x : математична модель.	4	
Сила смертності. Аналітичний закон розподілу T . Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості життя. Ймовірність смерті для дробових частин року. Додаткові характеристики смертності.	6	
Елементарні типи страхування життя. Тимчасове та довічне страхування. Чисті доживання. Страхування з виплатою в момент смерті. Загальні типи страхування життя. Стандартні типи змінних страхування життя.	10	
Елементарні довічні ануїтети. Виплати, що здійснюються частіше ніж раз на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Виплати, що починаються з дробового віку.	7	
Нетто-премії. Відкладені довічні ануїтети. Премії, що сплачуються m разів на рік. Загальний тип страхування життя. Поліси з поверненням премій. Резерви нетто-премії. Рекурентні співвідношення.	8	
Резерви нетто-премії при дробових термінах. Розподіл загальних втрат за роками поліса. Конверсія страхування. Технічний прибуток. Процедура чистих доживань. Неперервна модель.	6	
Кратні декременти. Усічена тривалість життя індивіда. Загальний тип страхування. Резерв нетто-премії. Неперервна модель. Страхування життя декількох осіб. Стан спільного життя. Стан виживання останнього. Загальний симетричний стан.	6	
Загальний симетричний стан. Формула Шуєтта-Несбіта. Асиметричні ануїтети. Асиметричні страхування. Загальна сума вимог виплат у портфелі. Нормальна апроксимація.	8	
Складний пуассонів розподіл. Рекурентне обчислення складного пуассонового розподілу. Перестраховання. Перестраховання, що блокує збиток.	6	
Разом годин	120	

9. Методи навчання

Видами навчальних занять згідно з навчальним планом є: а) лекції, б) практичні заняття, в) самостійна робота студентів.

10. Методи контролю

1. Поточний контроль – фронтальне опитування, виконання практичних завдань.
2. Модульний контроль – виконання контрольних робіт та тестових завдань.
3. Підсумковий контроль – виконання тестових і практичних завдань.

11. Індивідуальне навчально-дослідне завдання

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” індивідуальне навчально-дослідне завдання не передбачено.

12. Критерії оцінок

Оцінювання знань студента здійснюється за 100-бальною шкалою (для екзаменів і заліків).

- максимальна кількість балів при оцінюванні знань студентів з дисципліни, яка завершується екзаменом, становить за успішність 100 балів;
- при оформленні документів за екзаменаційну сесію використовується таблиця відповідності оцінювання знань студентів за різними системами.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)		для заліку
A	90 – 100	5	Відмінно	Зараховано
B	82-89	4	Добре	
C	74-81			
D	64-73	3	Задовільно	
E	60-63			
FX	35-59	2	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано з можливістю повторного складання
F	1-34	1	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Критерій оцінювання з дисципліни

— **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу

рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **"добре" С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **"задовільно" D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "задовільно" виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"задовільно" E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "достатньо" виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **"незадовільно" FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмного матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **"незадовільно" F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи студента протягом семестру.

Іспит виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці "достатньо" (E).

Протягом семестру проводиться не менше двох модулів або колоквиумів чи контрольних робіт або інших видів контролю. Максимальна кількість балів, яка встановлюється для цих видів контролю, а також відповідність оцінок FX та F у шкалі ECTS, у балах та національній шкалі визначається Вченими радами факультетів або кафедрами, які забезпечують викладання відповідних дисциплін.

11. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Поточне тестування та самостійна робота					Підсумковий тест (іспит)	Сума
Семестри	Модуль 1	Семінарські заняття	Інд. Р	СР		
1, 2	50	50	-	-	іспит	100

13. Рекомендована література

Базова

1. Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C. et al. Actuarial Mathematics. – Itasca: Society of Actuaries. – 1997.
2. Gerber H.U. Life insurance mathematics. – Zürich: Springer. – 1997.
3. Jordan C.W. Textbook on life contingencies. – Chicago: Society of Actuaries. – 1991.
4. Mess B., Christensen J. Exercises in life insurance mathematics. – Copenhagen: University of Copenhagen. – 1996.
5. Neill A. Life contingencies. – London: Heinemann. – 1977.

6. Scott W.F. Life assurance mathematics. – Edinburgh: Heriot-Watt University. – 1999.
7. Оленко А.Я. Ймовірність та статистика. – К.: НаУКМА. – 1999. – Ч. I.
8. Фалин Г.И., Фалин А.И. Актуарная математика в задачах. – М.: Физ-матлит. – 2003.
9. Y. Mishura, G. Shevchenko "Mathematics of finances". Kyiv University press, 352 p. – 2009.
10. Борисенко О.Д., Мішура Ю.С., Радченко В.М., Шевченко Г.М. "Збірник задач з фінансової математики". Редакційно-видавничий центр Київського університету, 250 p. - 2007
11. Борисенко О.Д., Василик О.І., Мішура Ю.С., Радченко В.М. "Збірник задач з фінансової математики". Редакційно-видавничий центр Київського університету, 80 p. - 2006
12. Жуленев С. В. Финансовая математика: введение в классическую теорию. -- М.: Изд.-во МГУ, 2001.
13. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М. , Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1995.
14. Ширяев А.Н. Основы стохастической и финансовой математики. – М.: Фазис, 1998. – Т.1,2.