

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**ЗБІРНИК ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ
СТУДЕНТСЬКОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
СЕРІЯ «МАТЕМАТИКА І ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»**

м. Ужгород | 24-25 квітня 2018 року

Студентська наукова конференція математичного факультету ДВНЗ «УжНУ». Серія «Математика і прикладна математика»: наукова конференція, збірник тез доповідей. Ужгород, 24-25 квітня 2018 року. – Ужгород: видавництво УжНУ «Говерла», 2018. – 60 с.

У збірнику представлено стислий виклад доповідей і повідомлень поданих на загальноуніверситетську студентську наукову конференцію математичного факультету ДВНЗ «УжНУ». Тези доповідей та повідомлень подані в авторському варіанті. Відповідальність за представлений матеріал несуть автори та їх наукові керівники.

Підготовка матеріалів до друку: Млавець Ю. Ю., Синявська О. О.

© ДВНЗ «УжНУ», 2018

© Автори публікацій, 2018

ЗМІСТ

Ангела В. К. Організація паралельних обчислень при чисельному інтегруванні функцій методами Монте-Карло	6
Басараба М. Ю. Методика викладання початків інтегрального числення у середній школі	7
Біганич О. М. Вивчення основ веб-програмування у шкільному курсі інформатики	8
Білецька Д. Ю. Цілочислові зображення симетричної групи третього степеня	9
Бомбушкар В. В. Аналіз залежностей економічних показників за допомогою регресій	10
Бровді А. М. Генерування абсолютно випадкових чисел	11
Варцаба О. В. Про деякі застосування диференціювання функцій алгебри логіки	12
Васько О. Ю. Parallelizing of BATCH LINEAR LEAST SQUARE-BASED learning algorithm for MLMVN with SOFT MARGINES on GPU using NVIDIA CUDA	13
Гема С. С. Інтегрування нелінійних чотириточкових крайових задач для систем диференціальних рівнянь.....	14
Горбач М. В. Дослідження процесів поширення вологи у пористих середовищах	15
Готько Е. О. Розробка системи підтримки прийняття рішень для розв'язання задач кластеризації	16
Грига І. І. Методика застосування кореляційно-регресійного аналізу в задачах на вивчення залежностей	17
Грицан І. М. Оцінки розподілу супремуму випадкових процесів з простору $Sub_{\varphi}(\omega)$ та їх застосування до розв'язків задач математичної фізики з випадковими факторами	18
Гулянич Я. В. Прискорення збіжності двосторонніх наближень до розв'язку задач з параметрами	20
Довганич М. М. Послідовний критерій Вальда та його застосування.....	21
Доровці А. Ф. Математичні основи електронних грошей	22
Ільницька Л. І. Однофакторний дисперсійний аналіз	23
Іонін В. В. Застосування методів сегментації для ідентифікації об'єктів на цифрових зображеннях	24
Ковач О. П. Криволінійні моделі регресії та їх застосування.....	25

Когутич О. І. Альтернуючий двосторонній метод дослідження двоточкових крайових задач	26
Козира Х. В. Дослідження крайової задачі для ДРЧП вищого порядку в області із складною структурою краю	27
Койтюк Д. В. Рівновага Неша	28
Магарита О. М. Методика вивчення похідної та інтеграла у шкільному курсі математики	29
Максим В. В. Булева задача розміщення із урахуванням переваг клієнтів...	30
Михайлишин О. М. Розрахунок прогину тришарових брусів із застосуванням двостороннього методу	31
Музичин С. В. Методика розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей у середній школі	32
Мушак К. О. Деякі методи автоматизації процесів у навчальному закладі ..	33
Назаров В. С. Проектування інформаційної технології прогнозування динамічних рядів	34
Нестерчук М. О. Аналіз великих масивів даних	35
Нодь Е. О. Методика навчання основ стохастичності учнів старшої школи	36
Опачко Є. Р. Статистичні методи обробки часових рядів.....	37
Орос Р. Ю. Двосторонній метод дослідження багатоточкових крайових задач	38
Погоріляк Р. В. Методика викладання початків теорії ймовірностей та математичної статистики в середній школі	39
Приймич О. І. Оцінки швидкості збіжності в центральній граничній теоремі	40
Ремета В. Ю. Інтегрування крайових задач для вироджених диференціальних систем	42
Роботишин М. В. Використання алгоритмів машинного навчання для прогнозування результатів футбольних матчів.....	43
Рошко О. Г. Наближене інтегрування для систем квазілінійних рівнянь другого порядку	44
Рябець В. В. Оцінки розподілу супремуму випадкових процесів з простору орліча та їх застосування до розв'язків задач математичної фізики з випадковими факторами	45
Славська А. І. Використання методу Монте-Карло при дослідженні коефіцієнтів регресії і перевірці гіпотез	46
Сочка С. О., Ухач Т. І., Слюсарчук П. В. Оцінка швидкості збіжності в ЦГТ для послідовності серій	47
Стегура Я. Ю. Клієнт-серверна система підтримки прийняття рішень для задач експертного оцінювання із структурованою множиною критеріїв.....	48

Танчинець І. А. Наближена побудова розв'язків нелінійних крайових задач з інтегральними членами у крайових умовах	49
Ференс Д. Я. Алгоритм обмеженого лексикографічного пошуку для задачі про упакування скінченної множини	50
Хір А. М. Методи пошуку інформації у файлах баз даних великої розмірності для різних законів розподілу	51
Цуперяк С. С. Дробове анізотропне вінерівське поле та його застосування.....	52
Шеремета О. М. Аналітичне описання дискретних зображень.....	53
Шипович Д. П. Вивчення основ веб-дизайну у шкільному курсі інформатики.....	55
Шиптур Є. О. Задачі знаходження оптимального розміщення та оптимальних шляхів у складських приміщеннях	56
Шкодин Х. М. Методика вивчення функцій у шкільному курсі математики	57
Якубович М. В. Доведення нерівностей у шкільному курсі математики.....	58

ОРГАНІЗАЦІЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ПРИ ЧИСЕЛЬНОМУ ІНТЕГРУВАННІ ФУНКЦІЙ МЕТОДАМИ МОНТЕ-КАРЛО

Ангела Вікторія Миколаївна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Розглядається задача наближеного обчислення m -кратного інтеграла:

$$I = \int \cdots \int_G f(x_1, \dots, x_m) dx_1 \cdots dx_m, \quad (1)$$

де функція $f(x_1, \dots, x_m)$ є неперервною в обмеженій замкненій області G .

Нехай задана область інтегрування G міститься в деякому m -вимірному паралелепіпеді $a_k \leq x_k \leq b_k$, $k = 1, \dots, m$. Тоді згідно методу Монте-Карло [1,2], який використовує спосіб усереднення підінтегральної функції, у якості наближеного значення інтегралу (1) приймається величина:

$$\tilde{I} = \frac{V}{N} \sum_{i: M_i \in G} f(M_i), \quad (2)$$

де $V = (b_1 - a_1) \cdots (b_m - a_m)$ – об'єм паралелепіпеда, який обмежує область інтегрування G ;

$M_j = (a_1 + (b_1 - a_1)\xi_1^{(j)}, \dots, a_m + (b_m - a_m)\xi_m^{(j)})$, $j = 1, \dots, N$; $(\xi_1^{(1)}, \dots, \xi_m^{(1)}), \dots, (\xi_1^{(N)}, \dots, \xi_m^{(N)})$ – випадкові точки рівномірно розподілені в m -вимірному одиничному кубі ($0 \leq \xi_k^{(j)} \leq 1$, $k = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, N$).

Розглядаються різні способи організації розпаралелення обчислень величини (2) для багатопроекторних систем із спільною та роздільною пам'яттю, а також різні способи конструювання паралельного генератора псевдовипадкових чисел із послідовного. Проведено програмну реалізацію розглянутих паралельних алгоритмів на мові Object Pascal із використанням можливостей багатопоточного програмування компілятора Free Pascal (FPC) [3] та реалізацією бібліотеки MPICH2 [4] для FPC. Наводяться результати машинних експериментів.

Література

1. *Соболь И. М.* Численные методы Монте-Карло / И. М. Соболь. – М.:Наука, 1973. – 312 с.
2. *Тараскин А. Ф.* Статистическое моделирование и метод Монте-Карло / А. Ф. Тараскин. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 1997. – 62 с.
3. Електронний ресурс: <https://www.freepascal.org/>
4. *Корнеев В. Д.* Параллельное программирование в MPI / В. Д. Корнеев. – Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2002. – 215 с.

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ПОЧАТКІВ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ У СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Басараба Марія Юріївна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Для того, щоб сьогодні обрати найбільш вдалі методи й форми навчання понять інтегралу та його застосування у старшій школі, необхідно відстежити еволюцію їх як у науці, так і з точки зору методики їх викладання. Треба пам'ятати, що вивчення елементів математичного аналізу в старшій школі є пропедевтикою вивчення їх у ВНЗ.

Мета дослідження полягає у вивченні та теоретичному обґрунтуванні проблеми вивчення елементів інтегрального числення в шкільному курсі математики.

Доцільність застосування різноманітних методів навчання диктується психологічними особливостями учнів, пов'язаними з їх підлітковим і юнацьким віком. Згідно з даними психології [1], у цьому віці вимога різноманітної діяльності є рисою особистості учня.

Методами навчання, найбільш відповідними особливостям цього віку, є пошукові, евристичні або частково-пошукові, дослідницькі методи, які надають молоді можливість самим шукати шляхи вирішення навчальних проблем. В. Крутецьким був проведений аналіз вікових особливостей розвитку математичних здібностей школярів за наступними параметрами: формалізоване сприйняття математичного матеріалу, узагальнення математичного матеріалу, згорнутість математичного мислення, тенденція мислити в процесі математичної діяльності згорнутими структурами, гнучкість розумового процесу, прагнення до своєрідної економії розумових зусиль, до витонченості рішень, математична пам'ять [2].

Проблему недостатності часу на вивчення великого обсягу матеріалу потрібно вирішувати за допомогою введення інноваційних, інтенсивних методів і форм навчання математики та найважливішу роль у цьому повинен грати висококваліфікований учитель, який має можливість, знання, досвід, бажання щодо втілення інновацій у навчальний процес. Як бачимо, це питання є достатньо багатограним та має вирішуватися на всіх ланках навчального процесу.

Узагальнюючи вищезазначене, постановка завдань професійного і особистісного самовизначення позначається на всьому процесі психічного розвитку учнів старшого шкільного віку, включаючи і розвиток пізнавальних процесів. Саме тому вивчення алгебри та початків аналізу має позитивно впливати на усвідомлення учнями місця та функцій алгебри в системі знань, уявлення про її прикладні можливості в різних галузях знань людської діяльності з урахуванням й тієї, що вони передбачають обрати в майбутньому.

Література

1. Бродський Я. С. Шляхи реформування шкільної математичної освіти / Я.С. Бродський, О.Л. Павлов // Математика в школах України. – 2014. – 38, № 26. – С. 2-5.
2. Михалін Г. О. Вивчення основних елементарних функцій дійсної і комплексної змінної з використанням комп'ютерних засобів математики / Г. О. Михалін, С. Я. Деканов // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редада. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2010. – 16, № 9. – С. 49-72.

ВИВЧЕННЯ ОСНОВ ВЕБ-ПРОГРАМУВАННЯ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ІНФОРМАТИКИ

Біганич Оксана Миколаївна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Швидкий розвиток інформаційних технологій призводить до їх впровадження у всі галузі людської діяльності. А це, в свою чергу, вимагає від працівників більшої кваліфікації і обізнаності. Очевидно, що підвищення рівня вимог до кваліфікації працівника призводить до необхідності підвищення рівня випускників навчальних закладів у галузі інформаційних технологій. Слід також відмітити, що галузь інформаційних технологій дуже швидко змінюється і тому оновлення навчальних програм повинна бути неперервним процесом і включати в себе усі найсучасніші підходи до навчання і найсучасніші технічні засоби.

Останнім часом широкого поширення набули інформаційні системи, що ґрунтуються на використанні мережі інтернет. Тому розробка веб-додатків є дуже актуальним напрямком і складність додатків зростає дуже швидко. У зв'язку з цим виникає необхідність надати учням середньої школи якомога більше основ веб-програмування, що допоможе їм у подальшому вивченні сучасних веб-технологій.

Метою моєї роботи є розробка навчального матеріалу з основ HTML, який був би доступним для учня середньої школи. Також важливою задачею є розробка тестових завдань та їх адаптація до використання у сучасних навчально-методичних комплексах. Такого роду системи є дуже важливим елементом навчання у організації не тільки самоконтролю, а й у організації самостійного навчання учня.

Література

1. *Березовський В. С.* Основи комп'ютерної графіки / В. С. Березовський, В. О. Потієнко, І. О. Завадський. – К.: Вид. група ВНУ, 2010. – 400 с.
2. *Караванова Т. П.* Інформатика: методи побудови алгоритмів та їх аналіз. Необчислювальні алгоритми: Навч. посіб. для 9-10 кл. із поглибл. вивч. інформатики / Т. П. Караванова. – К.: Генеза, 2007. – 216 с.
3. *Караванова Т. П.* Інформатика: методи побудови алгоритмів та їх аналіз. Обчислювальні алгоритми: Навч. посіб. для 9-10 кл. із поглибл. вивч. інформатики / Т. П. Караванова. – К.: Генеза, 2008. – 333 с.
4. *Левченко О. М.* Основи Інтернету / О. М. Левченко, І. О. Завадський, Н. С. Прокопенко. – К.: Вид. група ВНУ, 2009. – 320 с.
5. *Разработка пользовательского интерфейса / Т. Мандел.* – М.: ДМК Пресс, 2001. – 416 с.
6. Наказ Міністерства освіти і науки України від 27.08.2010 р. №834 «Про затвердження Типових навчальних планів загальноосвітніх навчальних закладів III ступеню».

ЦІЛОЧИСЛОВІ ЗОБРАЖЕННЯ СИМЕТРИЧНОЇ ГРУПИ ТРЕТЬОГО СТЕПЕНЯ

Білецька Діана Юрїївна

3 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Нехай S_3 – симетрична група з твірними елементами a, b і твірними співвідношеннями:

$$a^2 = b^3 = e, \quad ab^2 = ba,$$

де e – одиничний елемент групи S_3 .

За допомогою [1] нами досліджуються цілочислові матричні зображення групи S_3 . Зокрема, нами дано на матричній мові доведення теореми, одержаної в [1].

Теорема. *Всі нерозкладні матричні зображення групи S_3 над кільцем Z цілих раціональних чисел вичерпуються наступними зображеннями:*

$$\Gamma_1 : a \rightarrow 1, b \rightarrow 1; \quad \Gamma_2 : a \rightarrow -1, b \rightarrow 1;$$

$$\Gamma_3 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \Gamma_4 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_5 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_6 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \Gamma_7 : a \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_8 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \Gamma_9 : a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_{10} : a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Література

1. Назарова Л.А. Целочисленные представления симметрической группы третьей степени / Л.А. Назарова, А.В. Ройтер // Укр. мат. журн. – 1962. – 14, № 3. – С. 271-288.

АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ РЕГРЕСІЙ

Бомбушкар Вікторія Василівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Розглядується задача побудови простих лінійних регресійних моделей, що встановлюють лінійну залежність між змінними. Для цього регресійну модель записують у вигляді:

$$y = b_0 + b_1x + e,$$

де y – вектор спостережень за залежною змінною; $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$; x – вектор спостережень за незалежною змінною; $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$; b_0, b_1 – невідомі параметри регресійної моделі; e – вектор випадкових величин (помилки); $e = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$.

Задача полягає у знаходженні явного виду залежності, для цього знаходимо невідомі параметри b_0, b_1 цієї моделі. Невідомі параметри b_0 та b_1 визначаються таким чином, щоб мінімізувати $\sum_{i=1}^n e_i^2$. Таким чином параметр b_1 знаходимо за формулами:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad (1)$$

$$b_1 = \frac{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i y_i) - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2}, \quad \text{де } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (2)$$

$$b_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{cov(x, y)}{var(x)}. \quad (3)$$

Параметр b_0 обчислюється за формулою:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}.$$

де b_1 шукаємо згідно з формул (1)-(3).

Перевірка моделі на адекватність за F-критерієм Фішера передбачає:

1. На першому етапі розраховуємо величину так званого F -відношення:

$$F_{(1, n-2)} = \frac{MSR}{MSE},$$

де MSR — середній квадрат, який можна пояснити з регресійної моделі; MSE - середній квадрат помилок; $1, (n - 2)$ – ступені вільності, відповідно пов'язані з MSR і MSE .

2. На другому етапі задаємо рівень значимості α або $\alpha \cdot 100\%$.
3. На третьому етапі за статистичними таблицями F-розподілу Фішера з $(1, n - 2)$ ступенями вільності і рівнем значимості $100 \cdot (1 - \alpha)\%$ обчислимо критичне значення ($F_{кр}$).
4. Якщо розраховане нами значення $F > F_{кр}$, то ми відкидаємо гіпотезу H_0 , що $\beta_1 = 0$ (або що $\hat{y}_i = \bar{y}$) з ризиком помилитися не більше ніж у 5% випадків.

Отже, якщо $F > F_{кр}$, тоді побудована нами регресійна модель адекватна реальній дійсності. У роботі було розглянуто просту вибіркову лінійну регресію та багатофакторну регресію, а також розглянуто застосування регресій для розв'язування економічних задач.

Література

1. Азарова А. О. Економетрія. Частина 2 : навчальний посібник/ А.О. Азарова, Н.В. Сачанюк-Кавецька, О.М. Роїк, Ю.В. Міронова. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 118 с.
2. Лук'яненко І. Г. Економетрика: Підручник / І. Г. Лук'яненко, Л.І. Краснікова. – К.: Товариство “Знання”, 1998. – 494 с.

ГЕНЕРУВАННЯ АБСОЛЮТНО ВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ

Бровді Антон Михайлович

3 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Генератор випадкових чисел (англ. Random number generator; часто скорочується як RNG, ГВЧ) – обчислювальний або фізичний пристрій, спроектований для генерації послідовності номерів чи символів, які не відповідають будь-якому шаблону, тобто є випадковими.

Виділяють такі класи датчиків (генераторів) випадкових чисел:

1. Табличний датчик випадкових чисел – являє собою таблицю заповнену реалізаціями випадкової величини з заданим розподілом.
2. Фізичний датчик випадкових чисел – конструюється на основі певного електронного пристрою, на виході якого спостерігають потрібну реалізацію випадкової величини.
3. Програмний датчик випадкових чисел – будується на базі деякої програми, на виході якої формується потрібна реалізація.

Ставиться декілька задач створення програмного датчика випадкових чисел на базі деякої програми. Для вирішення задач використовується мова програмування С#. Всі програми базуються не на рекурентній формулі, а отже задаючи однакові початкові члени послідовності, можна щоразу отримувати різні послідовності.

Випадкові числа в програмах генеруються на основі таких фізичних даних як: час роботи деякого алгоритму, тактова частота процесора та його температура, завантаженість оперативної пам'яті комп'ютера.

Література

1. *Зубинский А. Т.* В поисках случайности /А. Т. Зубинский // Компьютерное обозрение. – 2003. – № 29.
2. *Кнут Д.* Искусство программирования. Т.2. Получисленные алгоритмы. / Д. Кнут – М.: Мир, 2007. – 788 с.

ПРО ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ФУНКЦІЙ АЛГЕБРИ ЛОГІКИ

Варцаба Олена Василівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.14 «Середня освіта. Математика»

Нехай задано булеву функцію $f(x)$, де $x = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$. Похідною $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$ від функції

$f(x)$ за змінною x_i називається сума за модулем 2 одиничної та нульової залишкових функцій:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = f \langle (i,0) \rangle \oplus f \langle (i,1) \rangle, \quad (1)$$

де $f \langle (i,0) \rangle = \langle x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n \rangle$, $f \langle (i,1) \rangle = \langle x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n \rangle$ [1].

Мішаною похідною $\frac{\partial f^k(x)}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_k}}$ k -го порядку від булевої функції $f(x)$ за змінними $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$ називається рівність вигляду:

$$\frac{\partial f^k(x)}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_k}} = \frac{\partial}{\partial x_{i_k}} \left(\frac{\partial f^{k-1}(x)}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_{k-1}}} \right). \quad (2)$$

Для похідної булевої функції $f(x)$ виконуються такі властивості [2].

1. $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}$ і $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$, для всіх $i = \overline{1, n}$.

2. Булева функція $f(x)$ є незалежною від змінної x_i тоді і тільки тоді, коли $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = 0$.

3. $f(x) = x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \oplus f \langle (i,0) \rangle$, $i = \overline{1, n}$.

4. Будь-яка булева функція $f(x)$ визначається своїм значенням в точці $\alpha = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \rangle \in Z_2$ та значеннями всіх своїх похідних в цій точці згідно формули

$$\begin{aligned} f(x) = & x_1^{\alpha_1} \frac{\partial f \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \rangle}{\partial x_1} \oplus x_2^{\alpha_2} \frac{\partial f \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \rangle}{\partial x_2} \oplus \dots \oplus \\ & \oplus x_n^{\alpha_n} \frac{\partial f \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n \rangle}{\partial x_n} \oplus f \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

У результаті розкладу (3) ми отримуємо 2^n поліноміальних виразів заданої функції. У роботі розроблена програма, яка дозволяє будувати узагальнені канонічні поліноми булевих функцій та знаходити серед них мінімальні.

Література

1. Горбатов В. А. Фундаментальные основы дискретной математики / А. В. Горбатов. – М: Наука, 2000. – 544 с.
2. Agaian S. Binary polynomial transforms and nonlinear digital filters / S. Agaian, I. Astola, K. Egiazarian. – New York, 1995, – 302 p.

PARALLELIZING OF BATCH LINEAR LEAST SQUARE-BASED LEARNING ALGORITHM FOR MLMVN WITH SOFT MARGINES ON GPU USING NVIDIA CUDA

Васько Олександр Юрійович

2 курс, магістр, спеціальність 111 «Математика»

Наука нестримно йде вперед і в житті кожного з нас, так чи інакше, з'являються нові технології. Однією з таких технологій, що уже широко розповсюджена – є технологія штучного інтелекту побудованого на нейромережах. Як показує практика, нейромережі чудово справляються із задачами розпізнавання та прогнозування і на сьогоднішній день уже широко використовуються в різних галузях, від медицини до автопромисловості в якості складових автопілотів для машин чи літаків та ін..

Так як нейромережі є приблизною математичною моделлю нервової системи людини, то вона потребує навчання для подальшої правильної роботи. Час навчання нейромережі може коливатись від декількох секунд до, можливо, тижнів часу, в залежності від її розмірів та поставленої задачі. Тому досить гостро стоїть питання швидкості навчання нейромереж. Одним з можливих варіантів швидше навчати мережу є паралелізація BATCH LINEAR LEAST SQUARE-BASED (LLS) learning алгоритму навчання, яка полягає паралельному виконанні його незалежних частин, що дозволяє в рази зменшити час навчання. Засобом для паралелізації було вибрано технологію GPGPU (General-purpose computing on graphics processing units), яка дозволяє виконувати різноманітні обчислення на графічному процесорі (GPU). Архітектура GPU дозволяє використовувати паралелізм з усіма його перевагами, які не можуть в повній мірі розкритись на CPU. В якості основного інструмента використовується програмно-апаратна архітектура паралельних обчислень – CUDA (Compute Unified Device Architecture), яка дозволяє істотно збільшити обчислювальну продуктивність завдяки використанню графічних процесорів фірми Nvidia.

Література

1. *Aizenberg N. N.* CNN based on multi-valued neuron as a model of associative memory for gray-scale images, in Proc. / N. N. Aizenberg, I. N. Aizenberg // 2nd IEEE Int. Workshop Cellular Neural Netw. Appl., Oct. 1992. – P. 36–41.
2. *Aizenberg I. A.* Feedforward Neural Network based on Multi-Valued Neurons. In: Reusch, B. (ed.) / I. Aizenberg, C. Moraga, D. Paliy // Computational Intelligence, Theory and Applications. Advances in Soft Computing”, XIV, Springer, Heidelberg, 2005. – P. 599–612.
3. *Aizenberg I.* Complex-Value Neural Networks with Multi-Valued Neurons, research monograph / I. Aizenberg. – Springer: Berlin/Heidelberg/New York, 2011.
4. *Aizenberg I.* Multilayer Feedforward Neural Network Based on Multi-Valued Neurons (MLMVN) and a Backpropagation Learning Algorithm. /I. Aizenberg, C. Moraga // Soft Computing, 11(2), 2007. – P. 169–183

ІНТЕГРУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЧОТИРИТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Гема Соломія Степанівна

2 курс, магістр, спеціальність III «Математика»

Досліджується нелінійна крайова задача для системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t)), t \in [0, T], x \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

підпорядкованих нелінійним чотириточковим крайовим умовам вигляду:

$$g(x(0), x(t_1), x(t_2), x(T)) = 0, 0 < t_1 < t_2 < T \quad (2)$$

За допомогою підходящої параметризації задачу (1), (2) зведено до крайової задачі з лінійними умовами

$$x(0) = z, x(T) = d(z, \eta_1, \eta_2, \lambda), \quad (3)$$

які залежать від ряду параметрів.

На основі загальної схеми методу послідовних наближень [1, 2] побудовано параметризовану послідовність аналітичних функцій

$$x_m(t, z, \eta_1, \eta_2, \lambda) := z + \int_0^t f(s, x_{m-1}(s, z, \eta_1, \eta_2, \lambda)) ds - \\ - \frac{t}{T} \int_0^T f(s, x_{m-1}(s, z, \eta_1, \eta_2, \lambda)) ds + \frac{t}{T} [d(z, \eta_1, \eta_2, \lambda) - z], \quad (4)$$

які априорі задовольняють параметризованим лінійним двоточковим крайовим умовам (3).

Доводиться рівномірна збіжність послідовності (4) до відповідної параметризованої граничної функції, обґрунтовується підхід відшукування параметрів $z \in D_\beta, \eta_1, \eta_2, \lambda \in D$, які є розв'язками відповідної визначальної системи, а також зв'язок граничної функції послідовності (4) з розв'язком вихідної крайової задачі (1), (2).

Ефективність теоретичних результатів наочно підтверджується модельними прикладами нелінійних чотириточкових крайових задач.

Література

1. *Самойленко А. М.* Численно-аналитические методы исследования решений краевых задач / А. М. Самойленко, Н. Й. Ронто. – К.: Наукова думка, 1986. – 222 с.
2. *Самойленко А. М.* Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений / А. М. Самойленко, Н. Й. Ронто. – К.: Наукова думка, 1992. – 279 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПОШИРЕННЯ ВОЛОГИ У ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Горбач Марія Василівна

2 курс, магістр, спеціальність III «Математика»

Розглядається мішана задача:

$$D^{(2,1)}U(x, y) = F\left(x, y, U(x, y), D^{(1,0)}U(x, y), \dots, D^k U(x, y)\right) \equiv F[U(x, y)], \quad (1)$$

де $k = (k_1, k_2)$, $k_1 = 0, 1, 2$, $k_2 = 0, 1$, $|k| \leq 2$, в області $B_0 = \{(x, y) \mid 0 < x < a, 0 < y < b\}$.

Задача полягає у відшуванні розв'язку диференціальних рівнянь (1), який задовольняє умови:

$$U(x, y) = T(x), \quad x \in [0, a],$$

$$D^{(1,0)} U(a, y) = \psi(y), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{x_0}^a U(\xi, y) d\xi = \Omega(y)$$

$$y \in [0, b], \quad 0 \leq x_0 \leq x < a.$$

Умови (2) зводяться до однорідних. Будуємо функції порівняння задачі (1), (2)

$$z_0(x, y) = T_1 M - T_2 m = \frac{y}{2} \left[M(2-x)^2 - m \frac{(2-x_0)^2}{3} \right], \quad (3)$$

$$v_0(x, y) = T_1 m - T_2 M = \frac{y}{2} \left[m(2-x)^2 - M \frac{(2-x_0)^2}{3} \right].$$

Будуємо послідовності вектор-функцій $\{z_p(x, y)\}$, $\{v_p(x, y)\}$, де за нульове наближення беремо функції порівняння (3). Будуємо двосторонні наближення до розв'язку задачі (1), (2) за допомогою методу Зейделя-Манна. Уточнюємо отримане наближення за формулами

$$z_{p+q+1}(x, y) = z_{p+q}(x, y) - R_q(x, y)W_{p+q}(z, y),$$

$$v_{p+q+1}(x, y) = v_{p+q}(x, y) + R_q(x, y)W_{p+q}(z, y),$$

де $R_q(x, y) = (\delta_{i,j} r_{i,q}(x, y))$, $i, j = \overline{1, n}$, $q = 0, 1, 2, \dots$ – функціональні матриці з невід'ємними елементами.

Література:

1. Чаплыгин С. А. Новый метод приближенного интегрирования дифференциальных уравнений / С. А. Чаплыгин. Собр. сочинений. Т. 1. – М.: Гостехиздат, 1948. – С. 347–444.
2. Wazewski T. Systemes des equation et des inequalites differentielles ordinaires aux deuxiemmes membres monotones et leurs applications/ T. Wazewski // Ann. Soc. Poln. Mat. – 1950. – V.23. –P. 112–166.

РОЗРОБКА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Готько Еріка Омелянівна

2 курс, магістр, спеціальність 113 «Прикладна математика»

Системи підтримки прийняття рішень (СППР) належать до інформаційних систем нового покоління. Вони являють собою інтерактивну комп'ютерну систему, яка призначена для підтримки різних видів діяльності при прийнятті рішень в слабоструктурованих або неструктурованих проблемах. Інтерес до СППР, як перспективної галузі використання обчислювальної техніки та інструментарію підвищення ефективності праці в сфері управління економікою, постійно зростає. У багатьох країнах розробка та реалізація СППР перетворилася на сегмент бізнесу, що швидко розвивається.

Кластерний аналіз – це метод класифікації без учителя на основі визначення подібності об'єктів. Мета кластерного аналізу полягає у визначенні однорідних в певному сенсі груп, які називаються кластерами. Він застосовується в самих різних задачах, де необхідно досліджувати структуру сукупності і виконати класифікацію об'єктів. Найбільш затребуваним використанням кластерного аналізу є для досліджень в медицині, біології, психології, соціології та економіці.

Дане дослідження присвячене розробці СППР для розв'язання задач автоматичної класифікації об'єктів. При цьому реалізовано однорівневий метод кластеризації об'єктів, що заснований на нечітких бінарних відношеннях [1] для відстаневої міри подібності. Це дає можливість проводити чітку та нечітку кластеризацію об'єктів еліпсоїдними кластерами. При цьому задаються певні величини – пороги кластеризації, що характеризують ступінь схожості об'єктів в середині кластеру. Змінюючи пороги кластеризації можна проаналізувати динаміку формування кластерів, дослідити їх структуру та взаємозв'язки між об'єктами. Реалізовані методи дозволяють проводити кластеризацію в умовах відсутності додаткової апріорної інформації, тому можуть використовуватись на етапі попереднього аналізу даних.

Розроблена система була протестована на реальних прикладних задачах кластерного аналізу. При цьому вона показала свою ефективність та простоту у використанні. Також проведена змістовна інтерпретація отриманих результатів.

Література

1. *Kondruk N. Clustering method based on fuzzy binary relation / N. Kondruk // Eastern–European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 4, № 2. – P. 10 – 16.*
2. *Кондрук Н. Е. Деякі методи автоматичного групування об'єктів / Н. Е. Кондрук // Південно-Європейський журнал передових технологій. – 2014. – Т. 2. – 68, № 4. – С. 20 – 24.*

МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ В ЗАДАЧАХ НА ВИВЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Грига Іванна Іванівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Основні питання, що ставить перед собою дослідник уже на ранній стадії дослідження залежностей, це – чи існує взагалі зв'язок між досліджуваними змінними, яка структура цього зв'язку, як виміряти ступінь тісноти зв'язку?

Тобто, дослідник повинен вміти:

1. вибрати (з врахуванням специфіки та природи досліджуваних змінних) коректний вимірник статистичного зв'язку (індекс або коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення, яку-небудь інформаційну характеристику зв'язку, ранговий коефіцієнт кореляції і т.д.);
2. оцінити (за допомогою точкової або інтервальної оцінки) його числове значення по вибірковим даним;
3. перевірити гіпотезу про те, що отримане числове значення вибраного вимірника дійсно показує на наявність статистичного зв'язку (перевірити досліджувану кореляційну характеристику на статистичну значимість відмінності від нуля);
4. проаналізувати структуру та знайти форму досліджуваних зв'язків між компонентами досліджуваної багатовимірної ознаки (побудувати багатовимірну регресію);
5. перевірити наскільки добре отримана регресія відповідає даним (обчислити коефіцієнт детермінації).

Література

1. Липчук В. В. Методичні рекомендації з статистики / В. В. Липчук, О. В. Лисюк // Львів: ЛДАУ. – 2009. – 93 с.
2. Айвазян С. А. Статистическое исследование зависимостей / С.А. Айвазян. – М.: Металлургия, 1968. – 467 с.
3. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Исследование зависимостей: Справ. изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкина. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.

ОЦІНКИ РОЗПОДІЛУ СУПРЕМУМУ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З ПРОСТОРУ $Sub_\varphi(\Omega)$ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ З ВИПАДКОВИМИ ФАКТОРАМИ

Грицан Іванна Миколаївна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Парна неперервна опукла функція $u(x)$, $x \in \mathbb{R}^1$ така, що $u(0) = 0$, $u(x) > 0$ при $x \neq 0$ і $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{u(x)}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{u(x)}{x} = \infty$ називається N -функцією.

Для N -функції $\varphi(x)$ виконується умова Q якщо

$$\liminf_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{x^2} = c > 0.$$

Нехай $\varphi(x)$ – N -функція, для якої виконується умова Q . Простором $Sub_\varphi(\Omega)$ породженим N -функцією $\varphi(x)$ називається простір випадкових величин $\xi(\omega)$, $\omega \in \Omega$ ($\mathbb{E}\xi = 0$), таких, що існує константа α_ξ , що для всіх $\lambda \in \mathbb{R}^1$ виконується нерівність

$$\mathbb{E} \exp\{\lambda\xi\} \leq \exp\{\varphi(\lambda\alpha_\xi)\}.$$

Випадкові величини з простору $Sub_\varphi(\Omega)$ називатимемо φ -субгауссовими.

Випадковий процес $X = \{X(t), t \in T\}$ належить простору $Sub_\varphi(\Omega)$ ($X \in Sub_\varphi(\Omega)$), якщо для всіх $t \in T$ випадкова величина $X(t) \in Sub_\varphi(\Omega)$. Такі випадкові процеси називаються φ -субгауссовими.

Простір $Sub_\varphi(\Omega) = Sub(\Omega)$, коли $\varphi(x) = \frac{x^2}{2}$, називається простором субгауссових випадкових величин.

Теорема. Нехай $\{\xi(x, t), (x, t) \in V\}$, $V = [-A; A] \times [0, +\infty)$ – сепарабельне випадкове поле з простору $Sub_\varphi(\Omega)$. Нехай виконуються наступні умови:

- 1) $[b_k, b_{k+1}]$, $k = 0, 1, \dots$, $V_k = [-A; A] \times [b_k, b_{k+1}]$, $\cup_k V_k = V$;
- 2) Існують такі неперервні монотонно зростаючі функції $\sigma_k(h)$, $0 < h < b_{k+1} - b_k$, що $\sigma_k(h) \rightarrow 0$, при $h \rightarrow 0$, що на кожному V_k виконується умова

$$\sup_{\substack{|x-x_1| \leq h, \\ |t-t_1| \leq h \\ (x,t), (x_1,t_1) \in V_k}} \tau_\varphi(\xi(x, t) - \xi(x_1, t_1)) \leq \sigma_k(h) \tag{1}$$

$$\int_{0+} \Psi \left(\ln \frac{1}{\sigma_k^{(-1)}(\varepsilon)} \right) d\varepsilon < \infty \quad (2)$$

де $\Psi(u) = \frac{u}{\varphi^{(-1)}(u)}$, а $\sigma_k^{(-1)}(\varepsilon)$ – обернені функції до $\sigma_k(\varepsilon)$;

3) $c = \{c(t), t \in \mathbb{R}\}$ – деяка неперервна функція така, що $c(t) > 0, t \in \mathbb{R}$,

$$c_k = \min_{t \in [b_k, b_{k+1}]} c(t);$$

4) $\sup_k \frac{\varepsilon_k}{c_k} < \infty, \sup_k \frac{I_\varphi(\theta \varepsilon_k)}{c_k} < \infty, \varepsilon_k = \sup_{(x,t) \in V_k} \tau_\varphi(\xi(x,t))$;

5) Для деякого s , такого, що $\sup_k \frac{4\varepsilon_k}{c_k(1-\theta)} < s < \frac{u}{2}$, збігається ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} \exp \left\{ -\varphi^* \left(\frac{sc_k(1-\theta)}{2\varepsilon_k} \right) \right\}.$$

Тоді для $u > \sup_k \frac{I_\varphi(\theta \varepsilon_k)}{c_k} \cdot \frac{1}{\theta(1-\theta)}$, де

$$I_\varphi(\delta) = \int_0^\delta \Psi \left[\left(\ln \left(\frac{A}{\sigma_k^{(-1)}(\varepsilon)} + 1 \right) \right) + \left(\ln \left(\frac{b_{k+1} - b_k}{2\sigma_k^{(-1)}} + 1 \right) \right) \right] d\varepsilon,$$

$k = 0, 1, \dots, 0 < \theta < 1$ має місце нерівність

$$P \left\{ \sup_{(x,t) \in V} \frac{|\xi(x,t)|}{c(t)} > u \right\} \leq 2 \exp \left\{ -\varphi^* \left(\frac{u}{s} \right) \right\} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp \left\{ -\varphi^* \left(\frac{sc_k(1-\theta)}{2\varepsilon_k} \right) \right\}.$$

У роботі були розглянуті оцінки для розподілу супремуму випадкових процесів з простору $Sub_\varphi(\Omega)$ на компактї та на нескінченності, а також застосування даних результатів до розв'язання задач гіперболічного типу математичної фізики.

Література

1. *Slyvka-Tylyshchak A. I.* Justification of the Fourier method for equations of homogeneous string vibration with random initial conditions / A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Annales Univ. Sci. Budapest., Sect. Comp.* – 2012. – 38. – P. 211-231.
2. *Kozachenko Yu. V.* On the increase rate of random fields from space on unbounded domains / Yu. V. Kozachenko, A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Statistics, optimization and information computing.* – 2014. – Vol. 2. – P. 79-92.

ПРИСКОРЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ДВОСТОРОННІХ НАБЛИЖЕНЬ ДО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

Гулянич Яна Володимирівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Розглядається крайова задача :

$$Y''(x) = F[Y(x), Y'(x)], \quad x \in [0; 1], \quad (1)$$

де $F[Y(x), Y'(x)] = (f_i[Y(x), Y'(x)])$ – вектор-стовпець,

$$(f_i[Y(x), Y'(x)]) = f_i(x, y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x), y_1'(x), y_2'(x), \dots, y_n'(x)),$$

$$\begin{cases} A_1 \Lambda Y(0) + B_1 Y(1) = d_1, \\ A_2 Y'(0) + B_2 Y'(1) = \Lambda d_2, \\ Y(0) = Y_0, \end{cases} \quad (2)$$

$Y(x) = (y_i(x))$, $Y_0 = (y_i, 0)$, $d_k = (d_i, k)$, $i = 1..n$, $k = 1, 2$ – вектори-стовпці,

$A_k = (\delta_{ij} \alpha_{ij}^k)$, $B_k = (\delta_{ij} \beta_{ij}^k)$, $\Lambda = (\delta_{ij} \lambda_i)$, $i, j = 1, \dots, n$ – матриці.

Задача полягає у відшуванні такої пари векторів $(Y(x), \lambda)$, де $\lambda = (\lambda_i)$ – вектор-стовпець, $\lambda_i \in [\lambda_{i,1}; \lambda_{i,2}]$, $\lambda_{i,k}$ – задані сталі, $k = 1, 2$, вектор-функція $Y(x)$ належить просторові $C_1[0; 1] = C^2(0; 1) \cap C^1[0; 1]$, є розв'язком рівняння (1) і разом із шуканим вектором λ задовольняють крайові умови (2).

Крайова задача (1), (2) зводиться до еквівалентних інтегральних рівнянь

$$Y(x) \equiv Y_0 + Cx + \int_0^1 G(x, \xi) F[Y(\xi), Y'(\xi)] d\xi, \quad (3)$$

$$\lambda = N_1 + \int_0^1 (N_3 \xi + N_2) F[Y(\xi), Y'(\xi)] d\xi. \quad (4)$$

Будується двосторонній метод наближеного розв'язання інтегральних рівнянь (3), (4).

Доводиться рівномірна збіжність побудованих послідовностей функцій $\{Z_p(x)\}$, $\{V_p(x)\}$ та послідовностей $\{\lambda_p\}$ до єдиного розв'язку крайової задачі (1), (2).

Література

1. Маринець В. В. Про один підхід до дослідження задач з параметрами у крайових задачах / В. В. Маринець, О. Ю. Питювка // Нелінійні коливання. – 2008. – Т. 11, № 3. – С. 348 – 364.

ПОСЛІДОВНИЙ КРИТЕРІЙ ВАЛЬДА ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Довганич Марина Михайлівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

В роботі розглянуто приклади застосування даного критерія. Нехай $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots)$ – послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин, які мають розподіл P_θ , де θ – не випадковий параметр, який набуває значення θ_1 і θ_2 , тобто в даному випадку $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ і $\Theta = \{\theta_1\}$, $\Theta = \{\theta_2\}$ – множини, які містять по одній точці. Таким чином, маємо дві простих гіпотези про розподіл спостереження $H_1 : \theta = \theta_1$ і $H_2 : \theta = \theta_2$.

Нехай $z_n(x^{(n)})$ – відношення вірогідності вигляду

$$z_n(x^{(n)}) = \frac{p_n(x^{(n)}; \theta_2)}{p_n(x^{(n)}; \theta_1)} = \prod_{k=1}^n \frac{p(x_k; \theta_2)}{p(x_k; \theta_1)}, \quad (2.1)$$

Де $x^{(n)} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, і вважаємо, що $0/0 = 0$.

Послідовний критерій Вальда перевірки двох простих гіпотез H_1 і H_2 – це такий послідовний критерій, що його правило зупинки належить до класу \mathcal{G}_1 , тобто вимагає, щонайменше, одного спостереження, і визначається двома сталими a і b , $0 < a$, $b < \infty$. При цьому правило зупинки критерія Вальда говорить, що спостереження продовжується до тих пір, поки $-b < \Lambda_n < a$, тобто момент зупинки v є величиною вигляду

$$v = \inf\{n \geq 0 : \Lambda_n \notin (-b, a)\}. \quad (2.4)$$

Якщо $v = n$, то рішення приймається за правилом: у випадку $\Lambda_n \geq a$ приймається гіпотеза H_2 , а у випадку $\Lambda_n \leq -b$ приймається гіпотеза H_1 . У цьому випадку будемо говорити, що задано послідовний критерій Вальда з граничними точками $(-b, a)$.

Приклад. Для гри, яку задано матрицею виграшів, за критерієм Вальда вибрати стратегію, яка є найбільш вигідною.

Розв'язання. Запишемо матрицю виграшів у вигляді таблиці і знайдемо найменше значення $\min_j \alpha_{ij}$ для кожного рядка.

	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	$\min_j \alpha_{ij}$
A_1	2	5	4	3	2	2
A_2	5	7	2	1	8	1
A_3	8	3	7	9	4	3
A_4	6	1	8	3	3	1

Слід вибрати таку стратегію A_i , $i = \overline{(1,4)}$, яка є найбільш вигідною (оптимальною), тому маємо $\alpha\beta = \max_i(2,1,3,1) = 3$, що вказує на перевагу стратегії A_3 .

Література

1. Ясинський В. К. Теоретична статистика / В. К. Ясинський, Є. В. Ясинський. – Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2013. – 583 с.
2. Аністратенко В. О. Математичне планування експериментів в АПК / В. О. Аністратенко, В. Г. Федоров. – К.: Вища школа, 1993. – 374 с.

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОННИХ ГРОШЕЙ

Доровці Адам Федорович

3 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Електронні гроші (також відомі як e-money, e-гроші, електронна готівка, електронні обміни, цифрові гроші, цифрова готівка чи цифрові обміни) — означення грошей чи фінансових зобов'язань, обмін та взаєморозрахунки з яких проводяться за допомогою інформаційних технологій.

Термін «крипто валюта» (crypto currency) існує з 2011 року і зобов'язаний своїй появі американському журналу Forbes, хоча фактично перша така валюта – біткоіни – була випущена в 2009-му. За своєю суттю це цифрова (електронна валюта), яка створюється в інтернеті і не має фізичних носіїв. Ці «гроші» створюються за допомогою спеціального криптографічного шифру. На перший погляд здається, що це ті ж електронні гроші, однак насправді криптовалюта – це щось зовсім інше.

Перш за все відмінність в тому, що за створення криптовалюти не відповідає жоден спеціалізований орган, який регулює емісію, як, наприклад, ФРС США контролює випуск доларів або НБУ – гривні. В основі криптовалюти лежить система блокчейн – розподілена база даних. Чим популярніша криптовалюта, тим більший обсяг пам'яті забезпечує її зберігання. Створюється вона за допомогою електронних обчислень і являє собою код, згенерований комп'ютером.

Видобуток криптовалюти називається «майнінг». Він відбувається за допомогою спеціального комп'ютерного обладнання. Також потрібна спеціальна програма, яка дозволяє обрати, що ви будете «майнити» і де. Це все треба налаштовувати і вивчати тематику, для цього існують спеціальні форуми.

«Майнінг» – це основа діяльності мережі. «Майнери» обчислюють ті самі блоки, які включаються в транзакції того ж біткойна. Без цього процес є неможливим. «Майнери» отримують винагороду за те, що знаходять ці блоки плюс отримують ще комісійні за транзакції, які вони зараховують до блоку», – пояснює спеціаліст.

Вірогідно, можна знайти роботодавця, який платить в криптовалюті, але, скоріш за все, це вдасться зробити лише із закордонним партнером у ІТ-сфері. В Україні юридичні особи в принципі не можуть офіційно використовувати криптовалюту зараз, що стосується і заробітної плати в тому числі.

Література

1. Електронний ресурс: <https://www.coindesk.com/math-behind-bitcoin/>.
2. Електронний ресурс: <https://www.radiosvoboda.org/a/details/28742278.html>.

ОДНОФАКТОРНИЙ ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ

Ільницька Лілія Іллівна

3 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Ознака об'єктів сукупності (популяції) розглядається як випадкова величина. Вивчення величини мінливості (варіації) та причин мінливості ознаки становить зміст *дисперсійного аналізу*, скорочено *ANOVA*.

Причини мінливості називають *факторними ознаками*, або *факторами*. Число факторів, які визначають мінливість ознаки Y , може бути досить великим. Проте домінуючий вплив у більшості прикладних задач визначають один, два, інколи три фактори. Дія решти факторів об'єднується під назвою *невраховані* або *залишкові* ефекти. Кількісні чи якісні способи задання фактора визначаються через *рівні фактора*. Кожній комбінації рівнів врахованих факторів відповідає закон розподілу досліджуваної ознаки й відповідні значення середнього та дисперсії. Згідно зі способом комбінації рівнів врахованих факторів плануються спостереження та класифікуються їх результати за відповідною моделлю.

Загальна дисперсія розглядається як сума квадратів відхилень:

$$\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x})^2$$

Основною метою однофакторного дисперсійного аналізу зазвичай є оцінка величини впливу конкретного фактора на досліджуваний відгук.

При однофакторному дисперсійному аналізі вихідні дані подаються у вигляді таблиць, у яких кількість стовпчиків дорівнює кількості рівнів фактора а кількість значень у кожному стовпчику – кількості спостережень при відповідному рівні фактора.

У курсові роботі наведено ряд прикладів на застосування однофакторного дисперсійного аналізу. Однофакторним дисперсійним аналізом досліджується вплив на ознаку певного одного фактора.

Література

1. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика/ В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. К.:КНЕУ, 2000. – 347 с.
2. Крайчук О. В. Теорія ймовірностей і математична статистика / О. В. Крайчук, Г. К. Московська, О. І. Соколенко. – Рівне: Принт Хауз, 2004. – 127 с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ СЕГМЕНТАЦІЇ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ НА ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕННЯХ

Іонін Володимир Володимирович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна Математика»

Розглядається задача аналізу деякого цифрового зображення, та ідентифікації об'єктів на ньому.

До таких задач приводить цілий ряд прикладних проблем:

- Аналіз медичних зображень;
 - Виявлення пухлин та інших патологій;
 - Визначення об'ємів тканин;
 - Хірургія за допомогою комп'ютера;
 - Діагностика;
 - Планування лікування;
 - Вивчення анатомічної структури;
- Виділення об'єктів на супутникових знімках;
- Розпізнавання облич;
- Розпізнавання відбитків пальців;
- Системи управління дорожнім рухом;
- Виявлення стоп-сигналів;
- Машинний зір.

Розв'язання задачі ідентифікації об'єктів на зображенні відбувається в три основні етапи:

- Попередня обробка зображення – зменшення рівня шуму, переведення в градації сірого, тощо;
- Сегментація зображення – виділення на зображенні областей, для яких виконується певний критерій однорідності;
- Аналіз сегментованого зображення – застосування певних алгоритмів до отриманих після сегментації зображення даних, для ідентифікації об'єктів.

Було розроблено програму, робота якої, для розв'язання поставленої задачі, базується на реалізації відомих методів сегментації зображень, а саме: методу порогової сегментації (метод Оцу [1]) та методу кластерної сегментації (метод к-середніх [1, 2]).

Після застосування цих методів, для аналізу отриманих даних використовується «метод кутка», за допомогою якого виконується підрахунок кількості об'єктів на кожному з кластерів, отриманих в результаті сегментації вихідного зображення.

Було проведено ряд тестів і ми дослідили отримані результати. Внаслідок цих досліджень ми зробили висновок, що при роботі з більш-менш полутоновими зображеннями, наприклад кадрами з мультфільмів, виділення кластерів і підрахунок об'єктів на них є точним, а для реальних зображень, наприклад фото на фоні природи, виникає досить суттєва похибка у підрахунку кількості об'єктів, та необхідно застосовувати методи боротьби з даною проблемою.

Література

1. *Форсайт Д.* Компьютерное зрение. Современный подход / пер. з англ. Ж. Понс, М. Вильямс. Москва, 2004. – 928 с.
2. *Яне Б.* Цифровая обработка изображений. Київ: Техносфера, 2007. – 584 с.

КРИВОЛІНІЙНІ МОДЕЛІ РЕГРЕСІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Ковач Олена Петрівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Нехай проведено n дослідів, результат кожного дослідів $(x_i; y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Оцінку рівняння регресії на основі даних вибірки запишемо у вигляді:

$$\hat{y} = \varphi(x; b_0; b_1; \dots), \quad (1)$$

де b_0, b_1, \dots – оцінки параметрів моделі

$$E(y|X = x) = \varphi(x; \beta_0; \beta_1; \dots),$$

де β_0, β_1, \dots – параметри моделі.

За методом найменших квадратів серед цього виду рівнянь $\hat{y} = \varphi(x; b_0; b_1; \dots)$ вибирають рівняння з такими значеннями параметрів b_0, b_1 , щоб сума квадратів залишкових відхилень була мінімальною, тобто

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \varphi(x_i; b_0; b_1; \dots))^2 = \min. \quad (2)$$

За необхідною умовою мінімуму в (2) перші частинні похідні за параметрами дорівнюють нулю. Таким чином, одержуємо систему рівнянь відносно двох невідомих параметрів у (1):

$$\begin{cases} \frac{\partial SS_E}{\partial b_0} = -\sum_{i=1}^n 2(y_i - \varphi(x_i; b_0; b_1; \dots)) \frac{\partial \varphi(x_i; b_0; b_1; \dots)}{\partial b_0} = 0, \\ \frac{\partial SS_E}{\partial b_1} = -\sum_{i=1}^n 2(y_i - \varphi(x_i; b_0; b_1; \dots)) \frac{\partial \varphi(x_i; b_0; b_1; \dots)}{\partial b_1} = 0. \end{cases}$$

В роботі розглянуто поліномну, логарифмічну, експонентну та гіперболічні функції регресії та наведено приклади із використанням даних моделей.

Література

1. Стрижов В. В. Методы индуктивного порождения регрессионных моделей / В. В. Стрижов. М.: Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, 2008. – 54 с.
2. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. М.: Наука, 1986. – 284 с.

АЛЬТЕРНУЮЧИЙ ДВОСТОРОННІЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Когутич Оксана Іванівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Дослідженню крайових задач присвячено значну кількість наукових робіт. У даній роботі розглядається задача: на проміжку (a, b) знайти розв'язок крайової задачі:

$$L_m Y(x) = F[Y(x)], \quad x \in [a, b]. \quad (1)$$

де L_m — диференціальний оператор, породжений диференціальним виразом

$$l_m(Y(x)) = \sum_{k=0}^m P_k(x) Y^{(m-k)}(x)$$

і крайовими умовами

$$U_v(Y(x)) \equiv \sum_{s=0}^{m-1} [A_{v,s} Y^s(a) + B_{v,s} Y^s(b)] = 0, \quad v = \overline{1, m}, \quad (2)$$

а $Y(x) = (y_i(x))$, $F[Y(x)] = (f_i[Y(x)])$ — вектор-стовпець, $f_i[Y(x)] \equiv f_i(x, Y(x), Y'(x), \dots, Y^{(m-2)}(x))$, $r = \overline{0, m-2}$, $P_k(x) = (p_{i,j}^k(x))$, $i, j = \overline{1, n}$ — операторні функції (матриці), неперервні при $x \in [a, b]$, причому $\det P_0(x) \neq 0$ на цьому відрізку, $A_{v,s}$ і $B_{v,s}$ — фіксовані лінійні оператори в дійсному просторі \mathbb{R}_n . Нехай однорідна крайова задач має тільки нульовий розв'язок. Тоді існує єдина функція Гріна оператора L_m $G(x; \xi) = (g_{ij}(x; \xi))$ за допомогою якої крайову задачу (1) – (2) можна записати в еквівалентній формі

$$Y(x) = \int_a^b G(x, \xi) F[Y(\xi)] d\xi \equiv TF[Y(\xi)], \quad x \in [a, b].$$

Нехай $F[Y(x)] \in C_1(\bar{D})$, де $C_1(\bar{D})$ — простір вектор-функцій, визначений у [1]. В області \bar{D} вектор-функція $F[Y(x)] \equiv H[0; Y(x)]$, $\frac{\partial^r G_1(x; \xi)}{\partial x^r} \geq 0$, $\frac{\partial^r G_2(x; \xi)}{\partial x^r} \leq 0$, $r = \overline{0, m-2}$, при $(x, \xi) \in [a; b] \times [a; b]$. Для даного випадку побудовано двосторонні наближення до шуканого розв'язку $Y(x)$ за формулами

$$Z_{p+1}(x) = T_1 F_p(\xi) + T_2 F^p(\xi),$$

$$V_{p+1}(x) = T_1 F^p(\xi) + T_2 F_p(\xi), \quad x \in [a; b],$$

де $W_p(x) = Z_p(x) - V_p(x)$, $Z_p(x) = (z_{p,i}(x))$, $V_p(x) = (v_{p,i}(x)) \in C_{m-1}^m[a; b]$, $F^p(x) = H[Z_p(x); V_p(x)]$, $F_p(x) = H[V_p(x); Z_p(x)]$, $F^p(x) = (f_i^p(x))$, $F_p(x) = (f_{p,i}(x))$ — вектори, $p = \overline{0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, n}}$, а за нульове наближення $Z_0(x)$ та $V_0(x)$ вибираємо довільні вектор-функції з простору $C_{m-1}^m[a; b]$, які в області \bar{D}_1 які задовольняють умовам

$$W_0^{(r)}(x) \geq 0, \quad \frac{d^r}{dx^r} (Z_0(x) - T_1 F_0(\xi) + T_2 F^0(\xi)) \geq 0,$$

$$\frac{d^r}{dx^r} (V_0(x) - T_1 F^0(\xi) + T_2 F_0(\xi)) \leq 0, \quad r = \overline{0, m-2}, \quad x \in [a; b],$$

і встановлено достатні умови існування та єдиності розв'язку крайової задачі (1) – (2), доведено теорему про диференціальні нерівності.

Література

1. *Маринець В. В.* Про один підхід дослідження двоточкових крайових задач / В. В. Маринець, О. Ю. Питьовка // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – 2002, Вип.7. – С.69-75.
2. *Маринець В. В.* Об одном подходе построения итерационных методов приближенного интегрирования краевых задач теории пластин и оболочек // Материалы VIII Всесоюзной конф «Численные методы решения задач теории упругости и пластичности». – Новосибирск, 1984. С. 194–198.

ДОСЛІДЖЕННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДРЧП ВИЩОГО ПОРЯДКУ В ОБЛАСТІ ІЗ СКЛАДНОЮ СТРУКТУРОЮ КРАЮ

Козира Христина Володимирівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Нехай в R^2 задана область $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$, де
 $D_1 = \{(x, y) | x \in [x_0, x_1], y \in (g(x), y_1]\}$, $D_2 = \{(x, y) | x \in [x_0, x_1], y \in (y_1, y_2]\}$,
 $D_3 = \{(x, y) | x \in [x_1, x_2], y \in (y_0, y_1]\}$, $x_0 < x_1 < x_2$, $y_0 < y_1 < y_2$,
де $y = g(x)$ і тоді $x = k(y)$ – «вільна» крива,

$$g'(x) < 0, g(x_0) = y_1, g(x_1) = y_0.$$

Дослідимо задачу: при $(x, y) \in D$ знайти розв'язок диференціального рівняння

$$D^{(2.1)}U(x, y) = f(x, y, U(x, y)), D^{(1.0)}U(x, y), D^{(2.0)}U(x, y) := f[U(x, y)] \quad (1)$$

$f: \bar{B} \rightarrow R, \bar{B} \in R^5$, який задовольняє крайові умови

$$U(x, g(x)) = \varphi_1(x),$$

$$D^{(0.1)}U(x, g(x)) = \varphi_2(x), \quad (2)$$

$$D^{(1.1)}U(x, g(x)) = \varphi_3(x),$$

$$x \in [x_0, x_1],$$

$$U(x_0, y) = \omega_1(y),$$

$$D^{(1.0)}U(x_0, y) = \omega_2(y), y \in [y_1, y_2] \quad (3)$$

$$U(x, y_0) = \psi(x), x \in [x_1, x_2] \quad (4)$$

та умови узгодженості

$$\omega_1(y_1) = \varphi_1(x_0), \omega_1'(y_1) = \varphi_2(x_0),$$

$$\omega_2(y_1) = \varphi_1'(x_0), \omega_2'(y_1) = \varphi_3(x_0),$$

$$\varphi_1(x_1) = \psi(x_1),$$

$$\psi_1'(x_1) = \varphi_1'(x_1) - g'(x_1)\varphi_2(x_1),$$

$$\text{де } \varphi_1(x) \in C^2([x_0, x_1]), \psi(x) \in C^2([x_1, x_2]),$$

$$\varphi_2(x), \varphi_3(x) \in C^1([x_0, x_1]),$$

$$\omega_1(y), \omega_2(y) \in C^1([y_1, y_2])$$

– задані функції.

Очевидно [1] шуканий розв'язок задачі (1) – (5) $U(x, y) = U_s(x, y)$, $(x, y) \in \bar{D}_s$, $s = 1, 2, 3$, де $u_1(x, y)$ – розв'язок в \bar{D}_1 задачі Коші (1), (2), (3), $U_2(x, y)$ – розв'язок задачі Гурса (1), (3) і $U_2(x, y_1) = U_1(x, y_1)$ при $(x, y) \in \bar{D}_2$, а $U_3(x, y)$ – розв'язок при $(x, y) \in \bar{D}_3$ задачі Гурса (1), (4) і $U_3(x_1, y) = U_1(x_1, y)$, $D^{(1.0)}U_3(x_1, y) = D^{(1.0)}U_1(x_1, y)$.

Література

1. Маринець В. В. Дослідження крайової задачі Гурса-Дарбу для нелінійного рівняння гіперболічного типу / В. В. Маринець, К. В. Маринець // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. – 2014. – Вип. 10. – С. 56–68.

РІВНОВАГА НЕША

Койтюк Дмитро Васильович

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Теорія ігор - це розділ математики, в якому досліджуються математичні моделі прийняття рішень в умовах конфліктів. Кожна із сторін прагне впливати на розвиток конфлікту, виходячи з власних інтересів. У грі гравці не обов'язково повинні змагатися один з одним, іноді вони можуть кооперуватися у випадку, коли ця кооперація принесе їм вигоду, або ж відмовитися від кооперування заради власної мети. Стратегія гравця визначає його вибір кожного разу, коли він робить хід у грі. Стратегії поділяються на чисті і змішані. Чиста стратегія дає повну визначеність, яким чином гравець продовжить гру. Зокрема, вона визначає результат для кожного можливого вибору, який може зробити гравець. Вибір здійснюється перед початком кожної гри і не змінюється до її кінця. Кожна чиста стратегія є окремим випадком змішаної, коли ймовірність однієї з чистих стратегій дорівнює одиниці, а інших можливих чистих стратегій – нулю.[1]

Теорія ігор використовує дві форми для репрезентації гри: нормальну і розгорнуту (екстенсивну). Зазвичай, ці два методи репрезентації пов'язані з двома різними видами ігор та їхньою побудовою. Гра в нормальній формі описується платіжною матрицею у вигляді таблиці. Рядки визначають стратегії першого гравця, стовпці – стратегії другого гравця. На перетині стовпця і рядка можна побачити виграші, які отримують гравці, зробивши той чи інший хід. Гра в екстенсивній, або розгорнутій формі подається у вигляді орієнтованого дерева, де кожна вершина визначає вибір відповідного гравця. Від кожної вершини відходять гілки, що позначають стратегії цього гравця. Платежі гравців записуються внизу дерева і належать гравцям зверху-вниз. У розгорнутій формі гравці приймають рішення по черзі, знаючи про попередні ходи один одного[1,2].

Рівновага Неша – це спосіб розв'язання гри двох або більше гравців, у якому жоден з гравців не може збільшити свій виграш, змінивши своє рішення при тому, що інші гравці свої рішення не змінюють. Така сукупність стратегій та їхні виграші має назву рівноваги Неша.

Формальним визначенням рівноваги Неша є таке. Припустимо, що (S, H) – гра у нормальній формі, в якій S - набір чистих стратегій, а H - набір виграшів. Кожен гравець $i \in \{1, \dots, n\}$ обирає стратегію $x_i \in S$ в профілі стратегій $x = (x_1, \dots, x_n)$ і отримує виграш $H_i(x)$. Вибір залежить від усього профілю стратегій, тобто не тільки від стратегій гравця i , але й від стратегій інших гравців. Профіль стратегій $x^* \in S$ є рівновагою за Нешем, якщо зміна власної стратегії з x_i^* на x_i , не вигідна жодному гравцю i , тобто для будь-якого i $H_i(x^*) \geq H_i(x_i, x_{-i}^*)$ [1].

Отже, гра може мати рівновагу Неша в чистих або змішаних стратегіях. Нешем було доведено: якщо довести наявність змішаної стратегії, то в кожній грі буде хоча б одна рівновага Неша.

До аргументів що виділяють саме рівновагу Неша серед інших концепцій рішень у теорії ігор відносять [2]: 1. Рівновага за Нешем впливає як певна послідовність раціональних висновків. 2. Є необхідною передумовою, якщо є лише одне рішення для гри. 3. Іноді буває, що гравці є односторонніми щодо того, якими мають бути їх виграшні стратегії у даній грі. 4. Є само-підсилюючим аргументом (гравці можуть перед грою домовитися про те, як саме вони будуть грати). 5. Виступає як стабільна соціальна домовленість (виникає у випадку, коли одна й та ж гра повторюється час від часу. Тоді може виникнути суспільна домовленість і тоді гравці будуть чітко знати, хто якої стратегії буде притримуватися)

Підбиваючи підсумки, можна зазначити, що теорія ігор знайшла своє застосування в різних сферах. До традиційних сфер застосування теорії ігор відносяться економіка, політологія, теорія міжнародних відносин, механіка та біологія. Разом з тим, теорія ігор застосовується в логіці, філософській епістемології, філософії мови та соціальній філософії.

Література

1. Шиян А. А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті / А. А. Шиян. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 164 с.
2. Печерский С. Л. Теория игр для экономистов / С. Л. Печерский, А. А. Беляева. – СПб: Изд-во Европейского университета в С.-Петербурге, 2001. – 342 с.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ПОХІДНОЇ ТА ІНТЕГРАЛА У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Магарита Оксана Миколаївна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Мета вивчення курсу алгебри і початки аналізу у 10-11 класі – систематичне вивчення функцій як найважливішого математичного об'єкта засобами алгебри та математичного аналізу, розкриття політехнічного та прикладного значення загальних методів математики, пов'язаних з дослідженням функцій.

Курс характеризується змістовним розкриттям понять, тверджень і методів, що відносяться до початку аналізу, виявленням їх практичної значущості. При вивченні питань аналізу широко використовуються наочні міркування: рівень строгості викладу визначається з урахуванням загальноосвітньої спрямованості вивчення початків аналізу та узгоджується з рівнем строгості додатків досліджуваного матеріалу в суміжних дисциплінах.

Розділ алгебри та початків аналізу «Похідна та її застосування» займає значне місце у шкільному курсі математики, в першу чергу тому, що має велике прикладне значення.

Тема похідної та її застосування в курсі алгебри і початки аналізу має важливе значення в загальному розвитку дитини.

В учнів формується:

- здатність самостійно аналізувати ситуацію;
- швидко адаптуватися до нових умов;
- уміння використовувати набуті знання;
- графічні навички (правильно і гарно виконувати побудову).

Тему «Первісна й інтеграл» за програмою вивчають в 11 класі. Основна мета вивчення полягає у запровадженні поняття про первісну, інтеграл, операцію інтегрування як обернену до операції диференціювання; застосуванні інтеграла до обчислення площ криволінійних трапецій і об'ємів найпростіших тіл обертання (в геометрії).

Вимоги до знань і вмінь:

- знати означення первісної, інтеграла, розуміти зміст операції інтегрування як оберненої до операції диференціювання;
- уміти знаходити первісні та найпростіші інтегралы, користуючись таблицею і правилами знаходження первісних;
- уміти застосовувати інтеграл до обчислення площ криволінійних трапецій і об'ємів найпростіших тіл обертання.

Актуальність теми роботи полягає в тому, що для багатьох задач елементарної математики в загальноосвітній школі допускається як «елементарне», так і «неелементарне» розв'язання. Застосування похідної дає, як правило, більш ефективне розв'язання. З'являється можливість оцінити силу, красу, загальність нового математичного апарату.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики в середніх загальноосвітніх навчальних закладах. Предметом дослідження є відомості про похідну, що містяться у вузівському курсі математичного аналізу, а також методика вивчення похідної в курсі алгебри та початків аналізу у середніх загальноосвітніх навчальних закладах.

Метою дослідження є систематизація знань про похідну та інтеграл, методику їх вивчення у школі, а також розробка дидактичних матеріалів для вивчення окремих тем, пов'язаних з похідною та інтегралом у шкільному курсі математики.

БУЛЕВА ЗАДАЧА РОЗМІЩЕННЯ ІЗ УРАХУВАННЯМ ПЕРЕВАГ КЛІЄНТІВ

Максим Василь Васильович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Розглядається задача булевого програмування: знайти

$$\min_{x_i} \left\{ \sum_{i \in I} f_i x_i + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} c_{ij} x_{ij}^*(x_i) \right\} \quad (1)$$

при умовах

$$x_i \in \{0,1\}, i \in I, \quad (2)$$

де $x_{ij}^*(x_i)$ – оптимальний розв’язок задачі клієнтів: знайти

$$\min_{x_{ij}} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} g_{ij} x_{ij} \quad (3)$$

при умовах

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, j \in J, \quad (4)$$

$$x_{ij} \leq x_i, i \in I, j \in J, \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i \in I, j \in J. \quad (6)$$

В задачі розміщення цільова функція (1) задає сумарні затрати на відкриття підприємств і обслуговування клієнтів, а задача (3)–(6) визначає переваги клієнтів.

Задача (1)–(6) розв’язується в декілька етапів:

- I. Методом гілок і меж здійснюємо перебір варіантів, на кожному кроці фіксуємо значення однієї певної невідомої – 0 або 1.
- II. Розв’язуємо допоміжну транспортну задачу.
- III. Розв’язуємо задачу лінійного програмування, обмеження до якої будуються згідно з розв’язком транспортної задачі. Знаходимо нижню оцінку розв’язків на відповідному кроці.
- IV. Порівнявши значення оцінки з найкращим відомим розв’язком приймаємо рішення щодо продовження перебору варіантів, що відповідають цьому значенню невідомої.

Розроблено програму, яка дозволяє розв’язати булеву задачу розміщення із урахуванням переваг клієнтів. Також здійснено порівняння методів гілок і меж з повним перебором за кількістю розглянутих варіантів. Для тестування вхідні дані задач генерувалися випадковим чином: витрати на відкриття цілі числа в межах від 25000 до 37000, виробничо–транспортні витрати – від 2500 до 4000, елементи матриці віддачі переваг – від 0 до 100. Результати тестування програми наведено на рисунку 1. Метод гілок і меж значно ефективніший за повний перебір: в середньому він знаходить розв’язок відкинувши 95% варіантів.

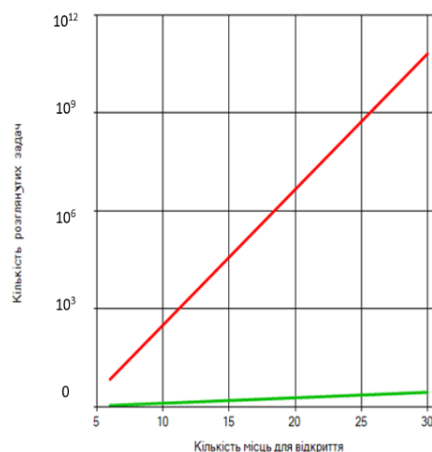


Рис. 1. Графік порівняння ефективності методів

Література

1. Кочетов Ю. А. Методы локального поиска для дискретных задач размещения. Новосибирск, 2009. – 267 с.
2. Андрашко Ю. В. Про деякі конкурентні задачі розміщення / Ю. В. Андрашко, О. І. Кузка // Наук. вісник Ужгородського ун-ту. Серія: Математика і інформатика. Ужгород: Вид-во УжНУ "Говерла". 2013. Вип. 24, № 1. С. 5–11.

РОЗРАХУНОК ПРОГИНУ ТРИШАРОВИХ БРУСІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ДВОСТОРОННЬОГО МЕТОДУ

Михайлишин Оксана Миколаївна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

При дослідженні на прогин навантаженого тришарового бруса приходять до крайової задачі вигляду:

$$l_3(y(x)) = y'''(x) - k^2 y'(x) = f(x, y(x)) \equiv f[y(x)], \quad (1)$$

та крайовими умовами

$$y'(0) = y_0, y(b) = y_b, y'(a) = y_a, 0 < b < a, \quad (2)$$

де k^2 – фізичний параметр, залежний від пружних властивостей шарів, $y(x)$ – деформація зсуву, а y_0, y_b, y_a – задані сталі. Задачу (1) – (2) можна подати у еквівалентному інтегральному вигляді:

$$y(x) = \varphi(x) + \int_0^a G(x, \xi) f[y(\xi)] d\xi = \varphi(x) + Tf[y(\xi)], \quad (3)$$

де $\varphi(x)$ – розв'язок однорідного рівняння $l_3(y(x)) = 0$ з крайовими умовами, а $G(x, \xi)$ – функція Гріна задачі (1) - (2).

Теорема. Нехай у рівнянні (1) функція $f[y(x)] \in C_1(\bar{D})$, а функції нульового наближення $z_0(x), v_0(x) \in C^3(0, a)$ є функціями порівняння задачі (1) - (2), вибрані таким чином, щоб в області \bar{D}_1 виконувалися нерівності:

$$\alpha_0(x) \equiv l_3(z_0(x)) - \begin{cases} F^0, x \in [0, b], \\ F_0, x \in (b, a], \end{cases} \geq 0$$
$$\beta_0(x) \equiv l_3(v_0(x)) - \begin{cases} F^0, x \in (b, a], \\ F_0, x \in [0, b], \end{cases} \leq 0$$

та $v_0(x) \geq (\leq) 0, x \in [0, b] (x \in (b, a])$.

Тоді при $M_p < 1$, де $M_p = \sup_{\bar{D}} \left| \frac{\partial f}{\partial^+ y} - \frac{\partial f}{\partial^- y} \right|$:

1. послідовність функцій $\{z_p(x)\}, \{v_p(x)\}$, побудовані згідно з законом:

$$z_{p+1}(x) = \varphi(x) + \begin{cases} T_1 F^p(\xi), x \in [0, b], \\ T_2 F_p(\xi), x \in (b, a], \end{cases}$$

$$v_{p+1}(x) = \varphi(x) + \begin{cases} T_1 F_p(\xi), x \in [0, b], \\ T_2 F^p(\xi), x \in (b, a], p = 0, 1, 2 \dots \end{cases}$$

збігаються рівномірно на проміжку $[0, a]$ до єдиного розв'язку крайової задачі (1);

2. в області \bar{D}_1 мають місце нерівності:

$$v_p(x) \leq v_{p+1}(x) \leq y(x) \leq z_{p+1}(x) \leq z_p(x), x \in [0, b],$$

$$z_p(x) \leq z_{p+1}(x) \leq y(x) \leq v_{p+1}(x) \leq v_p(x), x \in (b, a].$$

Література

1. Маринець В. В. Розрахунок на прогин тришарових балок / В. В. Маринець, В. Л. Рего // Механіка і фізика руйнування буд. матеріалів. – 1998, Вип. 3. – С. 140-145.
2. Маринець В. В. Теорія крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь / В. В. Маринець, В. Л. Рего, К. В. Маринець. – Ужгород: Говерла, 2013. – 196 с.

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ У СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Музичин Світлана Василівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

В даний час основним завданням перебудови шкільної освіти є переорієнтація на пріоритет розвиваючої функції навчання. Це означає, що на перший план виходить завдання інтелектуального розвитку особистості, тобто розвиток навчально-пізнавальної діяльності. Мабуть, жоден шкільний предмет не може конкурувати з можливостями математики у вихованні мислячої особистості.

Уже декілька десятиліть тригонометрія, як окрема дисципліна шкільного курсу математики не існує, вона плавно розтеклася не тільки в геометрію і алгебру основної школи, а й в алгебру і початки аналізу.

Тригонометричні рівняння і нерівності займають одне з центральних місць в курсі математики середньої школи, як за змістом навчального матеріалу, так і за способами навчально-пізнавальної діяльності, які можуть і повинні бути сформовані при їх вивченні та застосуванні до розв'язання великого числа завдань теоретичного і прикладного характеру.

У шкільній математичній освіті з розв'язанням тригонометричних рівнянь і нерівностей пов'язані декілька напрямків:

1. Розв'язування рівнянь і нерівностей;
2. Розв'язування систем рівнянь і нерівностей;
3. Доведення нерівностей.

Так само слід зауважити, що розв'язання тригонометричних рівнянь і нерівностей створює передумови для систематизації знань учнів, пов'язаних з усім навчальним матеріалом з тригонометрії (наприклад, властивості тригонометричних функцій, прийоми перетворення тригонометричних виразів і т.д.) і дає можливість встановити дієві зв'язки з вивченим матеріалом з алгебри (рівняння, рівносильність рівнянь, нерівності, тотожні перетворення алгебраїчних виразів і т.д.). [1]

Тому вчитель стикається з досить складною проблемою виділення тих ідей досліджуваного матеріалу, які лежать в основі способів розв'язання розглянутих завдань, з метою їх подальшого узагальнення та систематизації. Це важливо і для усвідомленого засвоєння учнями теорії, і для оволодіння деякими досить загальними способами вирішення математичних задач.

Зазначені особливості повинні бути враховані вчителем при розробці методики навчання школярів розв'язанню тригонометричних рівнянь.

Тригонометричні рівняння і нерівності займають гідне місце в процесі навчання математики та розвитку особистості в цілому.

Література

1. *Адров І. А.* Модульний урок в Х класі на тему «Розв'язання тригонометричних рівнянь» / І.А. Адров, І.В. Ромашко // Математика в школі. – 2001. – № 4. – С. 28-32.
2. *Смоляков А. Н.* Прийоми розв'язання тригонометричних рівнянь / А. Н. Смоляков, П.Ф. Севрюков. // Математика в школі. – 2004. – № 1. – С. 24-26.

ДЕЯКІ МЕТОДИ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ У НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

Мушак Каріна Олександрівна

2 курс, магістр, спеціальність 113 «Прикладна математика»

При автоматизації завдань, які виникають у навчальному закладі, досить часто постає задача латинської транслітерації прізвищ студентів, назв населених пунктів та ін. Відмітимо, що розроблені сайти, які дозволяють автоматизувати цей процес [1]. Але при частому використанні алгоритму транслітерації доцільно його реалізувати у середовищі MS Word, MS Excel та ін. На основі Постанови КМ України «Про впорядкування транслітерації українського алфавіту латиницею» [2] нами була розроблена функція мови VBA, яка дозволяє використовувати можливості пакету прикладних програм MS Office.

Function Транслітерація\$(s\$)

Dim i%, n%, c\$, cc\$, ss\$, p%

ss = ""

s = LCase(s)

c = Mid(s, 1, 1)

If c = "є" Or c = "ї" Or c = "й" Or c = "ю" Or c = "я" Then

Select Case c

Case "є"

cc = "ye"

Case "ї"

cc = "yi"

Case "й"

cc = "y"

Case "ю"

cc = "yu"

Case "я"

cc = "ya"

End Select

ss = ss & cc

p = 2

Else

p = 1

End If

n = Len(s)

For i = p To n

c = Mid(s, i, 1)

Select Case c

Case "а"

cc = "a"

Case "б"

cc = "b"

Case "в"

cc = "v"

Case "г"

cc = "h"

Case "р"

cc = "g"

Case "д"

cc = "d"

Case "е"

cc = "e"

Case "є"

cc = "ie"

Case "ж"

cc = "zh"

Case "з"

cc = "z"

c = Mid(s, i

+ 1, 1)

If c = "г"

Then

cc = "zg"

End If

Case "и"

cc = "y"

Case "і"

cc = "i"

Case "ї"

cc = "i"

Case "й"

cc = "i"

Case "к"

cc = "k"

Case "л"

cc = "l"

Case "м"

cc = "m"

Case "н"

cc = "n"

Case "о"

cc = "o"

Case "п"

cc = "p"

Case "р"

cc = "r"

Case "с"

cc = "s"

Case "т"

cc = "t"

Case "у"

cc = "u"

Case "ф"

cc = "f"

Case "х"

cc = "kh"

Case "ц"

cc = "ts"

Case "ч"

cc = "ch"

Case "ш"

cc = "sh"

Case "щ"

cc = "shch"

Case "ю"

cc = "iu"

Case "я"

cc = "ia"

Case "ь"

cc = ""

Case ""

cc = ""

Case " "

cc = " "

Case "-"

cc = "-"

Case Else

cc = ""

End Select

ss = ss & cc

Next i

c = Mid(ss, 1, 1)

s = Mid(ss, 2)

cc = UCase(c)

ss = cc & s

Транслітерація

= ss

End

Function

Приведемо приклади використання розробленої функції.

Біла Церква	Bila Tserkva	Короп'є	Koropie
Вінниця	Vinnytsia	Мар'їне	Marine
Житомир	Zhytomyr	Наталія	Nataliia
Закарпаття	Zakarpattia	Ужгород	Uzhhorod
Згурський	Zghurskyi	Чинадієво	Chynadiievo
Івано-Франківськ	Ivano-Frankivsk	Шевченко	Shevchenko
Київ	Kyiv	Юрій	Yurii

Література

- Електронний ресурс: <http://ukrlit.org/transliterationsia>.
- Електронний ресурс: <http://zakon0.rada.gov.ua/laws/show/55-2010-%D0%BF>.

ПРОЕКТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ РЯДІВ

Назаров Володимир Сергійович

2 курс, магістр, спеціальність 113 «Прикладна математика»

Розробка і впровадження інформаційних технологій в різні сфери людської діяльності є актуальною задачею на сучасному етапі розвитку науки. Однією з найбільш поширених проблем, які виникають в різних сферах господарської діяльності людини є проблема прогнозування, яка полягає в необхідності визначення характеристик станів системи в майбутні періоди часу на основі ретроспективних даних. Розробці моделей і методів розв'язання задачі прогнозування присвячено багато наукових досліджень [1].

Дослідження присвячено розробці інформаційної технології прогнозування динамічних рядів. В основі аналітичного блоку інформаційно-аналітичної системи, яка є інструментальним засобом для прогнозування, лежить прогнозуюча схема на базі відомих моделей, основною характеристикою якої є підвищення ефективності процесів прогнозування на основі часових рядів [1]. Так як важливим джерелом інформації в процесі дослідження, наприклад, соціально-економічних систем, є судження експертів, то складовою частиною аналітичного блоку ІАС є моделі і методи прогнозування на основі нечітких експертних оцінок.

Інформаційно-аналітична система, в якій впроваджені моделі та методи, засновані на нечітких експертних оцінках для прогнозування часових рядів, разом із зазначеною прогнозуючою схемою є невід'ємною частиною спроектованої ІТ. Процес розробки ІАС здійснювався відповідно до рівнів системної моделі, яка включає в себе цілі, проблеми, методи та інструменти. Відомі моделі і методи прогнозування базуються на використанні інтегральної інформації про передісторію прогнозованих процесів [1]. Структурна схема аналітичного блоку ІАС наведена на рис.1.

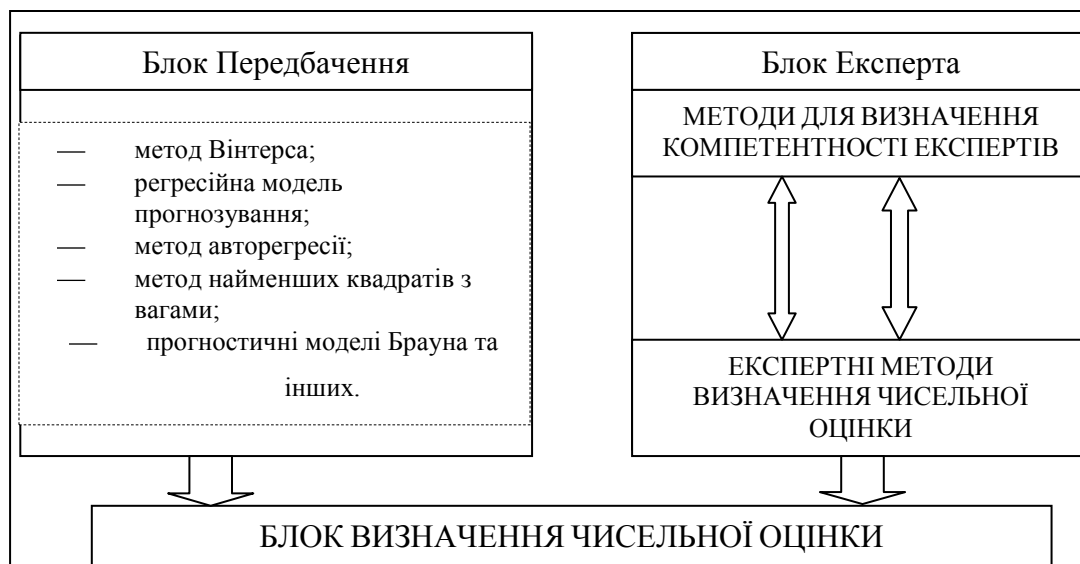


Рис.1. Структурна схема аналітичного блоку ІАС

Література

1. Mulesa O., Geche F., Batyuk A., Buchok V. (2018) Development of Combined Information Technology for Time Series Prediction. In: Shakhovska N., Stepashko V. (eds) Advances in Intelligent Systems and Computing II. CSIT 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 689. Springer, Cham. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-70581-1_26

АНАЛІЗ ВЕЛИКИХ МАСИВІВ ДАНИХ

Нестерчук Микита Олександрович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Розглядається задача визначення фальшивих транзакцій у банківській сфері. У задачі задано близько 300 тисяч векторів 30-мірних векторів, при чому кількість фальшивих транзакцій складає близько 500 векторів.

Використовуючи методи статистичного аналізу зменшуємо розмірність векторів.

Використовуючи методи й алгоритми попередньої обробки даних, будемо репрезентативну вибірку для використання алгоритмів машинного навчання.

У даній роботі використовуються результати роботи кількох технік попередньої обробки даних для підготовки роботи алгоритму логістичної регресії.

Даний алгоритм дозволяє фільтрувати транзакції, обмежувати підозрілі дії з рахунком.

Проведені дослідження, які показують якість роботи алгоритму в залежності від вибраного порогу поділу транзакції.

Література

1. Флах П. Машинное обучение. Наука и искусство построение алгоритмов, которые извлекают знания из данных/ П. Флах. – М: ДМК Пресс, 2015. – 400 с.
2. Рашка С. Python и машинное обучение/ С. Рашка. – М: ДМК Пресс, 2017. – 418 с.
3. Електронний ресурс: <https://www.kaggle.com/gargmanish/how-to-handle-imbalance-data-study-in-detail>
4. Електронний ресурс: <https://www.kaggle.com/npramod/techniques-to-deal-with-imbalanced-data>

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ОСНОВ СТОХАСТИКИ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ

Нодь Еніка Олександрівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Одним із основних мотивуючих факторів введення елементів комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей в загальноосвітню школу є їх зв'язок з реальним життям. В сучасному житті ми постійно стикаємося із необхідністю того чи іншого вибору, прийняттям рішення, пов'язаного з ризиком. Часто необхідно вміти оцінити шанси на успіх, ступінь достовірності одержуваної нами інформації у вигляді результатів соціологічних опитувань, прогнозу погоди, відомостей про банківські кредити і т. п. І кожен учень щодня зустрічається з стохастичними ситуаціями: чи встигне вчасно прийти до школи або запізниться, чи впорається він із контрольною роботою, чи виграє його улюблена футбольна команда тощо? Уявлення про ймовірність і достовірності події, про справедливі або несправедливі ігри необхідні учневі для прийняття найкращого варіанту рішення. Без наявності мінімального рівня стохастичної грамотності неможливо на сьогодні адекватно сприймати соціальну, економічну і політичну інформації, приймати на їх основі обгрунтовані рішення.

Вивчення початків стохастики у шкільній математиці спрямоване на формування в учнів середньої та старшої школи, як загальної ймовірнісної інтуїції, так і конкретних способів оцінки даних. Відповідно, основним завданням при навчанні основ стохастики є: формування відповідного словника, навчання найпростішим прийомам збору, представлення та аналізу інформації, навчання розв'язання комбінаторних завдань перебором можливих варіантів, створення початкових та в подальшому основних уявлень про частоту і ймовірності випадкових подій, навчити обчислювати ймовірності випадкових подій, оцінювати шанси їх настання [1-3].

Реалізація будь-якої теми в шкільному курсі стикається з низкою проблем. На даний момент існують деякі проблеми з реалізацією стохастичної лінії в шкільних підручниках. До реалізації цієї проблеми в діючих шкільних підручниках автори підійшли по-різному. В одних підручниках елементи стохастики включені окремими параграфами. Автори ж інших деяких підручників видають новий зміст у формі додаткових частин до посібників. Проте майже у всіх підручниках наведений матеріал супроводжується багатьма ілюстративними прикладами різного ступеня складності.

У роботі досліджуються теоретичні ізади реалізації вивчення основ стохастики у старшій школі, а також проведено порівняльний аналіз навчальної літератури за темою дослідження та описано методику вивчення стохастики на прикладі 11 класу профільного напрямку.

Література

1. Бобик О. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник / О. І. Бобик, Г. І. Берегова, Б. І. Копитко. – К.: ВД “Професіонал”, 2007. – 560 с
2. Волков Ю. І. Початки стохастики: Навчальний посібник / Ю. І. Волков, Н.М. Войналович. – Кіровоград, 2008. – 168 с.
3. Жалдак М. І. Стохастика. Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, І. М. Біляй. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. – 304 с.

СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Опачко Єва Романівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

В сучасній статистичній теорії існує багато різноманітних методів прогнозування економічної інформації. Особливістю прогнозування часових рядів є те, що аналізуються лише дані спостережень без додаткової інформації, без аналізу впливу зовнішніх сил. Звичайно, такий аналіз виглядає досить неповним, але доволі часто прогнози часових рядів є більш точними.

Нехай X_1, X_2, \dots, X_t – значення спостережень за деяким процесом протягом t періодів. Ця послідовність є числовими значеннями, кожне з яких має відповідний індекс, який залежить від номера періоду, в який він спостерігався. Така послідовність, записана у порядку зростання індексу, називається часовим рядом.

Послідовність $\varepsilon = (\varepsilon_n)$ називається білим шумом, якщо математичне сподівання $M\varepsilon_n = 0$, $M\varepsilon_n^2 < \infty$ та $M\varepsilon_n\varepsilon_m = 0$ для $\forall n \neq m$ [2]. Процеси білого шуму є основами для побудови більш складних моделей часових рядів.

Процес $\{x_t\}$ рухомого середнього порядку q (MA(q)), будується за допомогою білого шуму ε_t за рівнянням:

$$x_t = \varepsilon_t + \psi_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots + \psi_q \cdot \varepsilon_{t-q}.$$

де $x_t = X_t - \mu$, відхилення процесу від його математичного сподівання, $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q$ – деякі сталі. Якщо значення випадкового процесу визначається лінійною комбінацією скінченного числа його попередніх значень з додаванням білого шуму, то такий процес називають процесом авторегресії порядку p (AR(p)), і його загальне рівняння має вигляд

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t,$$

де ε_t – білий шум. Процес ARMA(p, q) являє собою суму AR(p)- та MA(q)-процесів:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_q X_{t-q}.$$

Особливістю цього процесу є те, що X_t залежить і від своїх попередніх значень і від збурень минулих періодів. ARIMA (p, d, q) (I – Integrated) – процес авторегресії – інтегрованого рухомого середнього. При цьому p – параметр AR-частини, d – степінь інтеграції, q – параметр MA-частини. В операторному вигляді записується

$$\alpha_p(L)\Delta^d x_t = \beta_q(L)\varepsilon_t,$$

де $LX_t = X_{t-1}$ – оператор зміщення.

Метою прикладного статистичного аналізу часових рядів є побудова математичної моделі ряду, за допомогою якої можна пояснити поведінку ряду і здійснити прогноз на майбутні періоди [1].

Література

1. Леоненко М. М. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці: навч. посіб. / М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко. – Київ : Інформтехніка, 1995. – 379 с.
2. Канторович Г. Г. Анализ временных рядов: в 5 ч. Ч. 1./ Г. Г. Канторович // Экономический журнал ВШЭ. – 2002. – №1. – С. 85-116.

ДВОСТОРОННІЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Орос Руслана Юріївна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Розглядається чотириточкова задача Вале-Пуассена: у просторі вектор-функцій $C_4[0;l] \equiv C^4(0;l) \cap C[0;l]$.

Знайти розв'язок системи диференціальних рівнянь:

$$Y^{(4)}(x) = F(x, Y(x), Y(\Lambda(x)), Y(\Theta(x))) \equiv F[Y(x)], x \in [0; l], \quad (1)$$

який задовольняє умови:

$$Y(0) = A_1, Y(l/3) = A_2, Y(2l/3) = A_3, Y(l) = A_4, \quad (2)$$

де $Y(x) = (y_i(x))$, $F[Y(x)] = (f_i[Y(x)])$, $A_s = (a_{is})$, $i = \overline{1, n}$, $s = \overline{1, 4}$ –

вектори; $f_i[Y(x)] = f_i(x, y_1(x), \dots, y_n(x), y_1(\lambda_1(x)), \dots, y_n(\lambda_n(x)), y_1(\Theta_1(x)),$

$\dots, y_n(\Theta_n(x)), \lambda_i(x) = x - \tau_i(x), \Theta_i(x) = x + \delta_i(x), i = \overline{1, n}$.

Відхилення $\tau_i(x) \geq 0, \delta_i(x) \geq 0$ – відомі неперервні функції на відрізку $[0;l]$, які визначають початкові множини

$$\bar{E}_i = \{\bar{x} | x - \tau_i(x) \leq \bar{x} \leq 0, x \in [0; l]\},$$

$$\bar{S}_i = \{\bar{x} | l \leq \bar{x} \leq x + \delta_i(x), x \in [0; l]\}, i = \overline{1, n}.$$

Нехай $\bar{E} = \cup_i \bar{E}_i$, $\bar{S} = \cup_i \bar{S}_i, i = \overline{1, n}$ та

$$Y(x) |_{\bar{E}} = \Phi(x), Y(x) |_{\bar{S}} = \Psi(x), \quad (3)$$

де $\Phi(x) = (\phi_i(x))$, $\Psi(x) = (\psi_i(x))$ – відомі з простору $C(\bar{E})$ та $C(\bar{S})$ відповідно вектор-функції, які задовольняють умови:

$$\Phi(0) = A_1, \Psi(l) = A_4. \quad (4)$$

де $A_s = (a_{is}), i = \overline{1, n}, s = \overline{1, 4}$ – вектори;

В роботі будується одна модифікація двостороннього методу, встановлюється достатня умова існування та єдиності розв'язку розглядуваної двосторонньої задачі.

Література

1. Pytovka O. A. modified two-sided approxima tien method for a four – paint Valle-Poussin type problem / O.A. Pytovka // Miskole Mathematical Notes. – 2008. – Vol .9, № 2 – P.137-146.

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ПОЧАТКІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Погоріляк Руслана Василівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

У повсякденному житті нам постійно доводиться зустрічатися з випадковістю, і теорія ймовірностей вчить нас як діяти раціонально з урахуванням ризику, пов'язаного з прийняттям тих чи інших рішень. Прикладом застосування теорії ймовірностей у повсякденному житті може слугувати вибір найбільш доцільної форми страхування. При плануванні сімейного бюджету або подорожі за кордон часто доводиться оцінювати витрати, які, у певній мірі, мають випадковий характер. Ці приклади показують, що ознайомлення із законами теорії ймовірності необхідні кожному.

Статистика ж, за допомогою отриманої інформації та методів й інструментів теорії ймовірностей робить об'єктивні висновки про досліджуване явище. Саме тому вивчення початків теорії ймовірностей і математичної статистики є дійсно актуальним.

Але насправді вивчення початків теорії ймовірностей та математичної статистики починається з елементів комбінаторики, тому важливими є питання методики формування основних понять комбінаторики, доведення основних формул та методики навчання розв'язування комбінаторних задач.

Існують різні підходи до вивчення видів сполук залежно від їх трактування та послідовності означуваності. Успіх у формуванні цих математичних понять залежить від способу та послідовності їх введення. Наприклад, перед розглядом видів сполук важливо визначити поняття «впорядкована множина» та «рівні впорядковані множини». Сполуки без повторень розглядаються в наступній послідовності: розміщення, перестановки, комбінації. Згадані поняття учні засвоюють добре, коли вони вводяться абстрактно-дедуктивним методом, спочатку означають поняття, а потім наводять практичне його застосування.

В існуючій літературі є різні погляди на зміст і структуру навчального матеріалу теми «Початки теорії ймовірностей». Найбільше суперечок виникає щодо того, перевагу якому з означень ймовірності події, класичному чи статистичному, надати у шкільному курсі. Оскільки теорія ймовірностей вивчає події, для яких характерна властивість стійкості частот, то число, навколо якого групуються частоти події, при великій кількості випробувань, називається статистичною ймовірністю події [1]. Але на основі цього означення важко побудувати логічно досконалу теорію, оскільки в ньому нічого не сказано про те, якою має бути кількість випробувань і на скільки може відхилитися частота від ймовірності при даному n . Саме тому більшість авторів підручників розглядають класичне означення ймовірності: ймовірністю події називається відношення кількості результатів випробування, сприятливих для події до кількості всіх рівноможливих і попарно несумісних результатів випробування [2].

Слід зазначити, що введення даних понять майже у всіх підручниках супроводжується розглядом численних прикладів, які полегшують розуміння цих понять та сприяють їх кращому засвоєнню.

Таким чином, головне завдання педагога полягає в повному розкритті вибраної методики та всебічного й послідовного донесення матеріалу до учнів.

Література

1. Вивальнюк Л.М. Посібник для шк. та кл. з поглибл. вивченням математики / Л.М. Вивальнюк, М.М. Мурач, О.І. Соколенко та ін. – К.: Освіта. – 1998. – 301 с.
2. Шефтель З. Г. Теорія ймовірностей. / З. Г. Шефтель. – К.: Вища шк., 1977. – 192 с.

ОЦІНКИ ШВИДКОСТІ ЗБІЖНОСТІ В ЦЕНТРАЛЬНІЙ ГРАНИЧНІЙ ТЕОРЕМІ

Приймич Олеся Іванівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Нехай задано послідовність серій випадкових величин $\xi_{n1}, \dots, \xi_{nm}$, при n фіксованому випадкові величини ξ_{ni} незалежні і однаково розподілені, $M\xi_{ni} = 0$; $D\xi_{ni} = \frac{1}{n}$, $F_n(x)$ – функція розподілу ξ_{ni} , $f_n(t)$ – характеристична функція ξ_{ni} . Позначимо $S_n = \xi_{n1} + \dots + \xi_{nm}$, $\Phi_n(x)$ – функція розподілу S_n , $\varphi_n(t)$ – характеристична функція S_n , $\Phi(x)$ – функція розподілу стандартного нормального закону.

Введемо псевдомоменти

$$\begin{aligned} \nu_{n0} &= \int_{-\infty}^{\infty} \max(1, |x|^3) \left| d\left(F_n(x/\sqrt{n}) - \Phi(x)\right) \right|, \\ \kappa_{n0} &= \int_{-\infty}^{\infty} \max(1, 3|x|^2) |F_n(x/\sqrt{n}) - \Phi(x)| dx, \\ \kappa_n &= 3 \int_{-\infty}^{\infty} |x|^2 |F_n(x/\sqrt{n}) - \Phi(x)| dx. \end{aligned}$$

Теорема 1. Для всіх $n \geq 1$ справедливі нерівності

$$\rho_n \leq C^{(1)} \frac{\nu_{n0}}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

$$\rho_n \leq C^{(2)} \max \left\{ \frac{\kappa_{n0}}{\sqrt{n}}; \frac{(\kappa_{n0})^{\frac{n}{n+1}}}{\sqrt{n}} \right\} \quad (2)$$

$$\rho_n \leq C^{(3)} \max \left\{ \frac{\kappa_n}{\sqrt{n}}; \frac{(\kappa_n)^{\frac{n}{3n+1}}}{\sqrt{n}} \right\}, \quad (3)$$

де $C^{(1)}$, $C^{(2)}$, $C^{(3)}$ – деякі сталі.

Лема 1. Нехай $\omega_n(t) = \left| f_n(t\sqrt{n}) - e^{-\frac{t^2}{2}} \right|$. Для будь-яких $t \in R$ мають місце наступні нерівності:

$$\omega_n(t) \leq \nu_{n0} \min \left(1, \frac{|t|^3}{6} \right), \quad (4)$$

$$\omega_n(t) \leq \kappa_n \frac{|t|^3}{6}, \quad (5)$$

$$\omega_n(t) \leq \kappa_{n0} \min \left(|t|, \frac{|t|^3}{6} \right). \quad (6)$$

Лема 2. Нехай $c \in (0; e^{-6})$. Нехай для деяких $\theta > 0$ і $s \in [0; 3]$ і для будь-якого $t \in R$ виконується умова

$$\omega_n(t) = \left| f_n(t\sqrt{n}) - e^{-\frac{t^2}{2}} \right| \leq \theta_n \min(|t|^s, |t|^3). \quad (7)$$

Якщо $\theta_n \leq c$ і $|t| \leq T_1 = \sqrt{-2 \ln \theta_n}$, то

$$\left| f_n(t\sqrt{n}) \right| \leq e^{-c_1 t^2}, \quad (8)$$

де $c_1 = \frac{1}{4} - \sqrt{c}(-2 \ln c)^{\frac{1}{2}} > 0$, а якщо $\theta_n \leq c$ і $|t| > T_1$, то

$$\left| f_n(t\sqrt{n}) \right| \leq \theta_n (1 + |t|^s). \quad (9)$$

Якщо ж $\theta_n > c$, то при $|t| \leq T_2 = \frac{c}{\theta_n}$,

$$|f_n(t\sqrt{n})| \leq e^{-c_2 t^2}, \quad (10)$$

де $c_2 = \frac{1}{2} - c\sqrt{e} > 0$.

Лема 3. Нехай виконуються умови леми 2. Тоді для всіх $n \geq 2$ справедлива нерівність

$$\rho_n \leq C \max \left\{ \frac{\theta_n}{\sqrt{n}}; \frac{(\theta_n)^p}{\sqrt{n}} \right\},$$

де

$$p = \begin{cases} 1, & \theta_n \geq 1, \\ \min \left\{ 1; \frac{n}{sn+1} \right\}, & \theta_n < 1, \end{cases}$$

C – деяка абсолютна стала.

У випадку $s > 0$ $\rho_1 \leq C \left(1 + \frac{1}{s}\right) \max \left\{ \theta_1; (\theta_1)^{\frac{1}{s+1}} \right\}$.

Література

1. *Золотарев В. М.* Современная теория суммирования независимых случайных величин / В.М. Золотарев – М.: Наука. 1986 – 416 с.
2. *Боярищева Т. В.* Деякі узагальнення оцінок Золотарьова для послідовності серій / Т.В. Боярищева, М. В. Далекорей, М. М. Михасюк, І. Й. Поляк, П. В. Слюсарчук // Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. математика і інформатика. – 2017, Вип. 30, №1. – С. 32–42.
3. *Слюсарчук П. В.* Узагальнення одного результату В. М. Золотарьова / П. В. Слюсарчук, І. Й. Поляк // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія математика. – 1998. – Вип.3. – С. 184-189.

ІНТЕГРУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВИРОДЖЕНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ

Ремета Вікторія Юріївна

2 курс, магістр, спеціальність III «Математика»

Основною метою роботи є встановлення умов існування розв'язків лінійних крайових задач для вироджених лінійних диференціальних систем. Для таких систем розвинуто якісну теорію і розроблено ефективні методи знаходження розв'язків.

В роботі розглядається задача про знаходження умов існування розв'язку $x(t) \in C^1[a; b]$ виродженої лінійної неоднорідної крайової задачі

$$B(t) \frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t), \quad t \in [a; b].$$

Доведено, що в разі аналітичності матриць $A(t), B(t)$ звідність виродженої лінійної системи диференціальних рівнянь до центральної канонічної форми є необхідною і достатньою умовою існування в ній загального розв'язку типу Коші, і він має вигляд $x(t, c) = X_{n-s}(t)c + \tilde{x}(t)$, де $X_{n-s}(t)$ – фундаментальна матриця розміру $n \times (n - s)$, складена з $n - s$ лінійно незалежних розв'язків відповідної однорідної системи, $c \in R^{n-s}$ – вектор довільних дійсних сталих; $\tilde{x}(t)$ – частинний розв'язок неоднорідної диференціальної системи.

У випадку звідності виродженої системи до центральної канонічної форми встановлено необхідні та достатні умови існування розв'язку задачі Коші та лінійної крайової задачі для неї та побудовано відповідні розв'язки.

Література

1. *Самойленко А. М.* Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями / А. М. Самойленко, М. І. Шкіль, В. П. Яковець. – К.: Вища школа., 2000. – 294 с.
2. *Самойленко А. М.* О приводимости вырожденной линейной системы к центральной канонической форме / А. М. Самойленко, В. П. Яковець // Доп. НАН України. – 1993. – № 4. – С. 10–15.
3. *Бойчук О. А.* Вироджені крайові задачі / О. А. Бойчук, Л. М. Шегда // Нелінійні коливання. – 2007. – 10, № 3. – С. 303–312.

ВИКОРИСТАННЯ АЛГОРИТМІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ФУТБОЛЬНИХ МАТЧІВ

Роботишин Микола Васильович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Інформаційні технології у XXI ст. використовуються майже в усіх сферах діяльності людини. Спорт не є винятком. Тут також виникає ряд задач прогнозування, які використовуються, наприклад, тренерами команд при виборі вигравної тактики. Метою дослідження є застосування та порівняння алгоритмів машинного навчання для прогнозування результатів футбольних матчів. Даній тематиці присвячено багато публікацій, наприклад, [1,2,3]. Для аналізу використовуються дані з бази даних [4], що містить результати більше 3000 матчів. Кожен футбольний матч представляється у вигляді вектору $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, що містить ознаки футбольного матчу (статистика команд, букмекерські коефіцієнти, рейтинг гравців), на основі яких прогнозується результат. Результатом матчу є ціле число $Y \in \{0,1,2\}$, де 0 – нічия, 1 – перемога першої команди, 2 – перемога другої команди. Важливо, що дана задача не є задачею бінарної класифікації, оскільки класів є 3. Також не існує очевидної залежності між даними.

Дана задача належить до так званого класу “навчання з учителем”. Дані діляться на 2 частини: тренувальні та тестові. Ідея полягає у тому, що на основі тренувальних даних знаходяться параметри моделей, які ґрунтуються на використанні нейромереж та функцій класифікації SVM.

Розв’язання задачі складається з наступних етапів [5]:

Крок 1. Підготовка даних і збереження їх у потрібному форматі.

Крок 2. Тренування моделі – ітераційний процес, який полягає у знаходженні коефіцієнтів функції згортки.

Крок 3. Тестування та корегування моделі.

Крок 4. Впровадження моделі.

Для реалізації алгоритмів використано мову програмування Python. Вибір зумовлений широким поширенням, гнучкістю використання математичних операцій та можливістю підключення ряду спеціалізованих бібліотек (наприклад: scikit-learn, pandas, TensorFlow).

Література

1. Aizenberg, I., Moraga, C., Paliy: A Feedforward Neural Network based on Multi-Valued Neurons. In: Reusch, B. (ed.) Computational Intelligence, Theory and Applications. Advances in Soft Computing, XIV, pp. 599–612. Springer, Heidelberg (2005).
2. Lewis, Michael M.: Moneyball: The Art of Winning an Unfair Game. pp. 210-286. New York: W. W. Norton (2003).
3. Machine learning by Stanford university: веб-сайт. URL: <https://www.coursera.org/learn/machine-learning/home/welcome> (дата звернення 25.02.2018).
4. European Soccer Database: веб-сайт. URL: <https://www.kaggle.com/hugomathien/soccer/data> (дата звернення 15.11.2017).
5. The seven steps of machine learning: веб-сайт. URL: <https://towardsdatascience.com/the-7-steps-of-machine-learning-2877d7e5548e> (дата звернення 13.04.2018).

НАБЛИЖЕНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ДЛЯ СИСТЕМ КВАЗІЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Рошко Оксана Гаврилівна

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Розглядається крайова задача: в просторі функцій $C_0(0, l) = C^2(0, l) = C^2(0, l) \cap C^1[0, l]$, $l > 0$ знайти розв'язок системи диференціальних рівнянь

$$Y''(x) = F(x, Y(x)) \equiv F[Y(x)], \quad (1)$$

який задовольняє крайовим умовам

$$A_1 Y(0) - A_2 Y'(0) = \Gamma_1, \quad B_1 Y(l) + B_2 Y'(l) = \Gamma_2, \quad (2)$$

де $Y(x) = (y_i(x))$, $F[Y(x)] = (f_i[Y(x)])$, $\Gamma_j = (\gamma_i^{(j)})$, $j = 1, 2$, $i = \overline{1, n}$ – вектори-стовпці, $\gamma_i^{(j)}$ – задані сталі, $A_j = [a_{ik}^{(j)}]$, $B_j = [b_{ik}^{(j)}]$, $k = \overline{1, n}$ – матриця з невід'ємними сталими елементами, δ_{ik} – символ Кронекера, причому $a_{ii}^{(1)} + a_{ii}^{(2)} \neq 0$, $b_{ii}^{(1)} + b_{ii}^{(2)} \neq 0$, $a_{ii}^{(1)} + b_{ii}^{(1)} \neq 0$, для всіх $i = \overline{1, n}$.

Задача полягає у відшуванні єдиного класичного розв'язку $Y(x)$ задачі (1), (2) за допомогою двосторонніх наближень.

Інтегруючи систему (1) в межах від 0 до x та враховуючи крайові умови (2), задача (1), (2) зводиться до еквівалентного інтегрального рівняння вигляду:

$$Y(x) = \Omega(x) + \int_0^1 G(x, \xi) F[Y(\xi)] d\xi \equiv \Omega + HF(Y(\xi)). \quad (3)$$

де $\Omega(x) = (\omega_i(x))$ – вектор-стовпець, $G(x, \xi)$ – функція Гріна.

Підстановкою $Y(x) - \Omega(x) = Z(x)$ крайова задача (1), (2) зводиться до задачі з однорідними крайовими умовами. Після цього вводяться відповідні позначення та будуються двосторонні наближення $Z_{p+1}(x)$, $V_{p+1}(x)$ і певним чином вибираються початкові наближення $Z_0(x)$, $V_0(x)$. Із теореми Лагранжа про скінченні прирости отримується оцінка $W_p(x)_{C[0, l]} \leq R(Pnd)^p$, де $W_p(x) = Z_p(x) - V_p(x)$, $R = W_0(x)_{C[0, l]}$. Тоді справедлива теорема.

Теорема. Нехай права частина системи (1) $F(Y(x)) \in C_1(\overline{D})$.

Тоді послідовності функцій $Z_p(x)$, $V_p(x)$, побудовані за певним законом, рівномірно збігаються при $Pnd < 1$ до єдиного класичного розв'язку крайової задачі (1), (2), причому в області \overline{D} мають місце нерівності:

$$Z_p(x) \leq Z_{p+1}(x) \leq Y(x) \leq V_{p+1}(x) \leq V_p(x), \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Література

1. *Маринець В.В.* Теорія крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь / В.В. Маринець, В.Л. Рего, К.В. Маринець. – Ужгород: Говерла, 2013. – 196 с.
2. *Маринець В.В.* Про деякі модифікації двостороннього методу наближеного інтегрування крайових задач / В.В. Маринець, В.Л. Рего // Науковий вісник УжДУ. – 1995. – Вип. 1. – С. 46-52.

ОЦІНКИ РОЗПОДІЛУ СУПРЕМУМУ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З ПРОСТОРУ ОРЛІЧА ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ З ВИПАДКОВИМИ ФАКТОРАМИ

Рябець Василь Васильович

4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Неперервна парна опукла функція $U = \{U(x), x \in \mathbb{R}\}$ називається C – функцією Орліча (C – функцією), якщо $U(0) = 0$ та $U(x)$ – монотонно зростає при $x > 0$.

C – функція $U = \{U(x), x \in \mathbb{R}\}$ задовольняє g – умову, якщо існують константи $z_0 \geq 0, K > 0$ та $A > 0$ такі, що при $x \geq z_0, y \geq z_0$ має місце нерівність $U(x)U(y) \leq AU(Kxy)$.

Нехай (Ω, \mathcal{L}, P) стандартний імовірнісний простір, U – довільна C – функція. Простором Орліча випадкових величин називаємо сім'ю випадкових величин $L_U(\Omega)$, що для кожної $\xi \in L_U(\Omega)$ існує константа $r_\xi > 0$, що $EU\left(\frac{\xi}{r_\xi}\right) < \infty$.

Сім'я $L_U(\Omega)$ є простором Банаха відносно норми $\|\xi\|_U = \inf_{r>0} \left\{EU\left(\frac{\xi}{r}\right) \leq 1\right\}$.

Норма $\|\xi\|_U$ – називається нормою Люксембурга. Для всіх $x > 0$ та $\xi \in L_U(\Omega)$, $\|\xi\|_U \neq 0$ має

місце нерівність $P\{|\xi| > x\} \leq \left(U\left(\frac{x}{\|\xi\|_U}\right)\right)^{-1}$.

Випадковий процес $X = \{X(t), t \in T\}$, де T – деяка параметрична множина, належить простору $L_U(\Omega)$, якщо для будь-якого $t \in T$ випадкова величина $X(t)$ належить простору $L_U(\Omega)$.

У роботі були розглянуті оцінки для розподілу супремуму випадкових процесів з простору Орліча на компактi та на нескінченності, а також застосування даних результатів до розв'язання задач гіперболічного типу математичної фізики.

Література

1. *Slyvka-Tylyshchak A.I.* Justification of the Fourier method for equations of homogeneous string vibration with random initial conditions/A.I. Slyvka-Tylyshchak // Annales Univ. Sci. Budapest., Sect. Comp. – 2012. – 38. – P. 211-231.
2. *Kozachenko Yu. V.* On the increase rate of random fields from space on unbounded domains / Yu.V. Kozachenko, A.I. Slyvka-Tylyshchak // Statistics, optimization and information computing. – June 2014. – Vol. 2. – P. 79-92.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ КАРЛО ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ КОЕФІЦІЄНТІВ РЕГРЕСІЇ І ПЕРЕВІРЦІ ГІПОТЕЗ

Славська Аліна Іванівна

2 курс, магістр, спеціальність 113 «Прикладна математика»

Розглянемо модель парної лінійної регресії

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i, \quad (1)$$

яка оцінена рівнянням

$$\hat{y}_i = b_1 + b_2 x_i. \quad (2)$$

Експеримент Монте-Карло – штучний контрольований експеримент, який дозволяє визначити якість оцінювання невідомих істинних значень β_1, β_2 . Експеримент Монте-Карло має наступні етапи.

I етап:

- вибираються істинні значення β_1, β_2 ;
- у кожному спостереженні вибирається значення X ;
- використовується деякий процес генерування випадкових значень випадкового фактора u у кожному спостереженні.

II етап:

у кожному спостереженні генерується Y за формулою (1).

III етап:

застосовується регресійний аналіз для обчислення оцінок b_1, b_2 .

Нами була розроблена комп'ютерна програма, яка дозволяє будувати розподіл випадкових величин b_1, b_2 . Розглянемо приклади роботи програми.

Нехай задані істинні значення $\beta_1 = 2; \beta_2 = 0,5$. Тоді регресійна модель має вигляд:

$$y_i = 2 + 0,5x_i + u_i. \quad (3)$$

При $\bar{u} = 0; \sigma_u^2 = 1$ у серії з 10 експериментів були отримані такі значення:

Таблиця 1.

Оцінки b_1, b_2 в серії з 10-ти експериментів

№ експерименту	b_1	b_2	№ експерименту	b_1	b_2
1	1,63	0,54	6	1,16	0,54
2	2,56	0,43	7	1,66	0,51
3	0,89	0,61	8	1,87	0,51
4	1,32	0,54	9	1,89	0,51
5	1,18	0,58	10	2,23	0,47

При проведенні великого числа експериментів оцінки b_1, b_2 групуються навколо істинних значень і розподілені за нормальним законом розподілу.

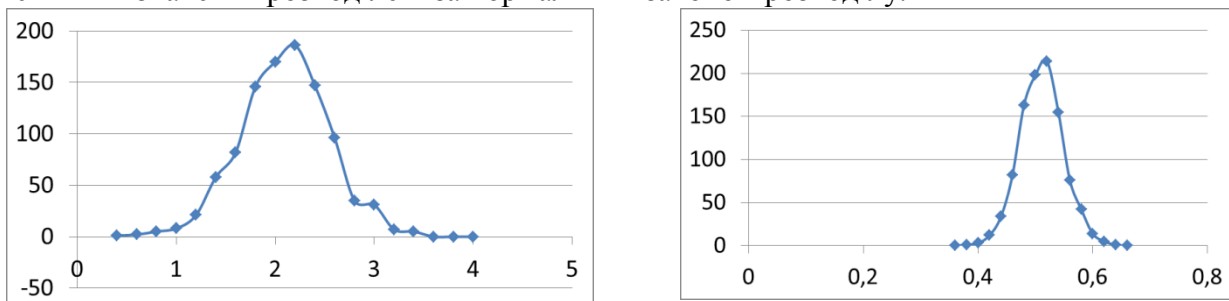


Рис. 1. Розподіл випадкових величин b_1, b_2 у серії з 1000 експериментів

Література

- Доугерти К. Введение в эконометрику: Пер. с англ./ К. Доугерти. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 465 с.

ОЦІНКА ШВИДКОСТІ ЗБІЖНОСТІ В ЦГТ ДЛЯ ПОСЛІДОВНОСТІ СЕРІЙ

Сочка Світлана Олександрівна
4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Ухач Тетяна Іванівна
4 курс, напрям підготовки 6.040201 «Математика»

Слюсарчук Петро Володимирович
Зав. кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу

Розглядається узагальнення на випадок послідовності серій незалежних випадкових величин однієї із оцінок Золотарьова [1], що виражаються через псевдомоменти. Нехай задано послідовність серій випадкових величин $\xi_{n1}, \dots, \xi_{nn}$; при n фіксованому випадкові величини ξ_{ni} незалежні і однаково розподілені, $M\xi_{ni} = 0$; $D\xi_{ni} = \frac{1}{n}$, $F_n(x)$ – функція розподілу ξ_{ni} , $f_n(t)$ – характеристична функція ξ_{ni} . Позначимо $S_n = \xi_{n1} + \dots + \xi_{nn}$, $\Phi_n(x)$ – функція розподілу S_n , $\Phi(x)$ – функція розподілу стандартного нормального закону. Нехай $2 < r \leq 3$,

$$v_{n0}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \max(1, |x|^r) |d(F_n(x/\sqrt{n}) - \Phi(x))|.$$

Теорема 1. Для всіх $n \geq 1$ справедлива нерівність

$$\sup_x |\Phi_n(x) - \Phi(x)| \leq C \frac{v_{n0}(r)}{n^{\frac{r-2}{2}}},$$

де C – деяка абсолютна стала.

Нехай виконується умова $\int_{-\infty}^{+\infty} |f_n(t)| dt = f_n < +\infty$. Тоді випадкові величини ξ_{ni} будуть мати щільність. Позначимо $P_n(x)$ – щільність розподілу S_n , $\varphi(x)$ – щільність розподілу стандартного нормального закону.

Теорема 2. Нехай виконується умова $\int_{-\infty}^{+\infty} |f_n(t)| dt = f_n < +\infty$. Тоді для всіх $n \geq 2$ і для довільного $c \in (0; 2^{-1}e^{-\frac{1}{2}})$ при $v_{n0}(r) \leq c$ справедлива нерівність

$$\sup_x |P_n(x) - \varphi(x)| \leq \frac{v_{n0}(r)}{n^{\frac{r-2}{2}}} \left(C^{(1)} + C^{(2)} \frac{f_n}{n^{\frac{3-r}{2}}} \right),$$

а при $v_{n0}(r) > c$

$$\sup_x |P_n(x) - \varphi(x)| \leq C^{(3)} \frac{v_{n0}(r)}{n^{\frac{r-2}{2}}} (C^{(3)} + C^{(4)} f_n) + \frac{1}{2\pi} \int_{|t| > T\sqrt{n}} |f_n(t)|^n dt,$$

де $T = \left(\frac{c}{v_{n0}(r)} \right)^{\frac{1}{r-2}}$, $C^{(1)}$ $C^{(4)}$ – деякі абсолютні сталі.

Література

1. Zolotarev V.M. Exactness of an approximation in the central limit theorem / V.M. Zolotarev // Proceedings of the Second Japan – USSR Symposium on Probability Theory. – Berlin: Springer-Verlag, 1973. – P. 531-543.

КЛІЄНТ-СЕРВЕРНА СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ЗАДАЧ ЕКСПЕРТНОГО ОЦІНЮВАННЯ ІЗ СТРУКТУРОВАНОЮ МНОЖИНОЮ КРИТЕРІЇВ

Стегура Яна Юріївна

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Деякі складні задачі експертного оцінювання мають структуровану множину критеріїв. Однією з найбільш поширених структур множини критеріїв є ієрархія. У вершині ієрархії (інколи кажуть на верхньому чи на першому рівні) знаходиться найбільш важливий критерій. Деяка підмножина критеріїв утворює другий (по важливості) рівень ієрархії, інша підмножина – третій і т. д. На нижньому рівні ієрархії знаходяться безпосередньо альтернативи.

Метод аналізу ієрархій (МАІ, запропонований Т. Сааті [1]) реалізує декомпозицію задачі експертного оцінювання на більш прості складові частини. У результаті визначається відносна значимість альтернатив за ієрархічною системою критеріїв. Відносна значимість виражається чисельно у виді векторів пріоритетів. Отримані таким способом значення векторів пріоритетів є оцінками в шкалі відношень і відповідають так називаним твердим оцінкам [2].

Система підтримки прийняття рішень (СППР) – це інтерактивна автоматизована інформаційна система, яка допомагає особі, що приймає рішення використовувати дані та моделі для виявлення і вирішення завдань і прийняття рішень [3].

У процесі розв'язку задачі прийняття рішень, як правило, беруть участь три групи осіб: особи, що приймають рішення (ОПР), експерти (Е) та консультанти (К). Тому природньою вимогою до сучасних СППР є забезпечення коректної участі роботи всіх учасників процесу прийняття рішення. Таку можливість може забезпечити СППР заснована на клієнт-серверній архітектурі.

Розглядається реалізація СППР із використанням технології ASP.NET [4]. Основу системи складають наступні модулі: модуль реєстрації та авторизації користувачів; модуль інтерфейсу користувачів за ролями (адміністратор, ОПР, Е, К); модуль з реалізацією МАІ; модуль взаємодії із базою даних.

Література

1. *Саати Т.Л.* Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т.Л. Саати. – М.: Радио и связь, 1989. – 316 с.
2. *Волошин О.Ф.* Моделі та методи прийняття рішень / О.Ф. Волошин, С.О. Машенко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 336 с.
3. *Бідюк П.І.* Проектування комп'ютерних інформаційних систем підтримки прийняття рішень / П.І.Бідюк, Л.О.Коршевнюк; – К.: ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 275 2010. – 340 с.
4. *Фримен А.* ASP.NET MVC 5 с примерами на C# 5.0 для профессионалов, 5-е издание / А. Фримен – М.: «Вильямс», 2014. – 736 с.

НАБЛИЖЕНА ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ З ІНТЕГРАЛЬНИМИ ЧЛЕНАМИ У КРАЙОВИХ УМОВАХ

Танчинець Ірина Андріївна

2 курс, магістр, спеціальність 111 «Математика»

Розглянемо систему нелінійних диференціальних рівнянь, підпорядковану крайовим умовам вигляду:

$$x'(t) = f(t, x(t)), \quad (1)$$

$$\int_0^T B(s)x'(s)ds = d, \quad (2)$$

де $t \in [0, T]$, функція $f: [0, T] \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$ - неперервна, $D \subset \mathbb{R}^n$ - замкнена обмежена область, $B: [0, T] \subset L(\mathbb{R}^n)$ - задана неперервна матрична функція, d - заданий n -вимірний вектор, а $L(\mathbb{R}^n)$ - алгебра n -вимірних квадратних матриць з дійсними компонентами.

Задача полягає у відшуванні розв'язку системи диференціальних рівнянь (1), який задовольняє інтегральні крайові умови (2), у класі неперервно диференційованих функцій $x: [0, T] \rightarrow D$.

Крайові умови (2) перепишемо наступним чином:

$$x(T) = d + x(T) - \int_0^T B(s)x'(s)ds \quad (3)$$

Замість нелінійної задачі (1), (2) з інтегральними крайовими умовами доцільно розглядати систему диференціальних рівнянь (1) при певних параметризованих лінійних двоточкових крайових умовах, до яких потрібно приєднати певну систему алгебраїчних чи трансцендентних рівнянь. Для дослідження розв'язків останньої будується відповідна модифікація чисельно-аналітичного алгоритму, з покращеними характеристиками збіжності. Встановлюються умови збіжності побудованої послідовності функцій до деякої граничної функції, а також її зв'язок з розв'язком вихідної крайової задачі.

Література

1. *Самойленко А.М.* Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений/ А.М. Самойленко. – К.: Наукова думка, 1992. – 279 с.
2. *Ronto M.* Parametrization for non-linear problems with integral boundary conditions/ M. Ronto// – Electronic Journal of Qualitative Theory of differential Equations, QTDE. – 2012. – No. 99. – P.1 – 23.

АЛГОРИТМ ОБМЕЖЕНОГО ЛЕКСИКОГРАФІЧНОГО ПОШУКУ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРО УПАКУВАННЯ СКІНЧЕНОЇ МНОЖИНИ

Ференс Дмитро Ярославович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Розглянемо задачу булевого програмування:

максимізувати

$$x_0 = f_0(x), \quad (1)$$

за умов

$$f(x) \leq b, \quad (2)$$

$$x \in D, \quad (3)$$

Де $f: R^n \rightarrow R^m$, $b \in R^m$, $D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ – дискретна множина, $D_j = \{0,1\}$, $j = 1, 2, \dots, n$. Множину розв'язків, які задовольняють умови (2),(3), позначимо через X^D . На основі лексикографічного впорядкування векторів визначається поняття лексикографічного максимуму множини.

Існуючі алгоритми лексикографічного пошуку призначені для пошуку оптимального розв'язку в одному порядку. Однак, це процес може займати дуже довгий час. Опишемо загальний алгоритм обмеженого лексикографічного пошуку в різних порядках.

Алгоритм BoutingLexSearch($f_0(x), X^D, s$)

Крок 0. Вибираємо початковий порядок $order_0$. Визначаємо критерій $k_1(j), k_2, \dots, k_t(t)$ оцінки координат розв'язку.

Крок k , ($k > 0$). Отримуємо точку x^k як лексикографічний максимум множини допустимих значень розв'язків X^D в порядку $order_{k-1}$, $x^k = \max_{order_{k-1}}^L X^D$. Використовуючи значення s , знаходимо верхню границю лексикографічного інтервалу пошуку \bar{x}^k . На лексикографічному інтервалі $\bar{x}^k \leq^L x \leq^L x^k$ організуємо пошук кращого розв'язку в порядку $order_{k-1}$. Для цього може бути використаний алгоритм лексикографічного або будь-який інший придатний алгоритм випадкового або точного пошуку адаптований для роботи на лексикографічному інтервалі. Одночасно з цим уточнюємо значення критеріїв $k_1(j), k_2, \dots, k_t(t)$ за кожною координатою розв'язку. В результаті отримуємо точку y^k – кращу за значенням цільової функції зі знайдених на лексикографічному інтервалі $\bar{x}^k \leq^L x \leq^L x^k$ в даному порядку.

Якщо $f_0(y^k) > f_0^{best}$, тоді запам'ятовуємо розв'язок як кращий $x^{best} = y^k$, $f_0^{best} = f_0(y^k)$. Якщо $f_0(y^k) > f_0^{bks}$, тоді закінчуємо обчислення оскільки отримано кращий із відомих на даний момент розв'язків, $x^{opt} = y^k$, $f_0^{opt} = f_0(y^k)$, $f_0^{bks} = f_0^{opt}$. Якщо виконані умови закінчення роботи алгоритм, тоді також завершаємо обчислення, при цьому $x^{opt} = x^{best}$, $f_0^{opt} = f_0^{best}$.

Впорядкувавши вектори k^j , $j = 1, \dots, n$, що відповідають критеріям оцінки координат розв'язку, в порядку лексикографічного спадання, отримуємо новий порядок $order_k$. Переходимо до наступного кроку алгоритму.

Література:

1. Чупов С.В. Стохастичний алгоритм лексикографічного пошуку розв'язку булевої задачі про ранець / С.В. Чупов // Праці VII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень" (29 вересня-4 жовтня 2014 р. м. Ужгород). – Ужгород: Ужгородський нац. ун-т, 2014. – с. 263-264.
2. Червак Ю. Ю. Лексикографічна оптимізація в дискретному програмуванні/ Ю.Ю. Червак, В.І. Гренджа, С.В. Чупов // Міжнар. конф. "Питання оптимізації обчислень" (Київ, 6-9 жовтня 1997р.). – Праці НАН України. – Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова, 1997. – С. 317-319.

МЕТОДИ ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ У ФАЙЛАХ БАЗ ДАНИХ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ ДЛЯ РІЗНИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ

Хір Анастасія Михайлівна

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Розглядається задача оптимальної організації та пошуку інформації у файлах баз даних (БД), що забезпечує доступ до інформації БД за мінімально допустимий час. Зазвичай, за критерій ефективності береться середня кількість порівнянь, необхідних для пошуку запису (математичне сподівання кількості порівнянь, необхідних для пошуку запису у файлі). На практиці це теоретичне середнє часто відрізняється від реальної середньої кількості порівнянь. Насамперед, це пов'язано з тим, що ймовірності звертання до записів у файлах БД підпорядковані нерівномірним законам розподілу ймовірностей звертання до записів: одні записи шукаються часто, інші вкрай рідко.

Нехай усі записи впорядкованого файла розбиті на n блоків по m записів у кожному ($N=nm$) і p_i – ймовірність звертання до i -го запису файла. Серед нерівномірних розподілів ймовірностей розглядаються близькі до реальності розподіли такі як:

1. бінарний розподіл : $p_i = \frac{1}{2^i} \quad (i=1,2,\dots,N-1), \quad p_N = \frac{1}{2^{N-1}}$
2. закон Зіпфа : $p_i = \frac{1}{iH_N} \quad (i=1,2,\dots,N), \quad H_N = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k};$
3. узагальнений закон : $p_i = \frac{1}{i^c H_N^c} \quad (i=1,2,\dots,N), \quad H_N^c = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k^c}, \quad 0 < c < 1.$

При $c=0,8614$ маємо розподіл, який відповідає правилу «80-20» яке часто зустрічається в комерційних структурах це правило говорить, що 80% запитів працюють з 20% файла.

У роботі розглядається модель визначення параметрів оптимального блокового пошуку, тобто знаходження значення оптимального параметру n_{on} для різних c та N .

Література

1. Цегелик Г. Г. Моделирование та оптимізація доступу до інформації файлів баз даних для однопроцесорних та багатопроцесорних систем / Г. Г.Цегелик. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 192 с.

ДРОБОВЕ АНІЗОТРОПНЕ ВІНЕРІВСЬКЕ ПОЛЕ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Цуперяк Світлана Степанівна

2 курс, магістр, спеціальність III «Математика»

Означення. [2] Дробовим анізотропним вінерівським полем з m -вимірним параметром α , де $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), 0 < \alpha_i < 2, 1 \leq i \leq m$, називається гауссове випадкове поле $\{B^{(\alpha)}(t): t \in R^m\}$ з нульовим середнім значенням та коваріаційною функцією:

$$K_\alpha(t, s) = \frac{1}{2^m} \prod_{i=1}^m (|t_i|^{\alpha_i} + |s_i|^{\alpha_i} - |t_i - s_i|^{\alpha_i}),$$

де $t = (t_1, \dots, t_m), s = (s_1, \dots, s_m) \in R^m$.

Нехай $\{B^{(\alpha)}(t): t \in [0, 1]^m\}$ – дробове анізотропне вінерівське поле з багатовимірним параметром $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \alpha_i \in (0, \alpha_i^*]$, яке спостерігається на ребрах $E_i = \{t_1, \dots, t_m | t_1 = 1, \dots, t_{i-1} = 1, 0 \leq t_i \leq 1, \dots, t_m = 1, 1 \leq i \leq m\}$ одиничного m -вимірного паралелепіпеда в точках

$$\left\{ \left(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, \frac{k}{2^n}, 1, \dots, 1 \right), 0 \leq k \leq 2^n, 1 \leq i \leq m \right\}.$$

Величини $\alpha_i^*, 1 \leq i \leq m$ вважаються відомими і належать інтервалу $(0, 2)$.

Позначимо через $B_i^{(\alpha)}(t_i), 0 \leq t_i \leq 1$ звуження випадкового поля $B^{(\alpha)}$ на ребро $E_i, 1 \leq i \leq m$. Цей випадковий процес має наступну коваріаційну функцію: $K_\alpha(t_i, s_i) = \frac{1}{2} (|t_i|^{\alpha_i} + |s_i|^{\alpha_i} - |t_i - s_i|^{\alpha_i})$. Таким чином, звуження $B_i^{(\alpha)}(t_i)$ є випадковим процесом дробового броунівського руху з параметром $\alpha_i, 1 \leq i \leq m$.

Введемо наступне позначення:

$$\Delta B_{k,n} = B_i^{(\alpha)}\left(\frac{k+2}{2^n}\right) - 2B_i^{(\alpha)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right) + B_i^{(\alpha)}\left(\frac{k}{2^n}\right), 0 \leq k \leq 2^n - 1$$

та розглянемо послідовності бакстерівських сум [1]:

$$\hat{S}_n = \sum_{k=0}^{2^n-1} (\Delta B_{k,n})^2, S_n = 2^{n(\alpha_i-1)}, n \geq 1.$$

Теорема. Статистика $\hat{\alpha}_n = 1 - \frac{\log_2 \hat{S}_n}{n}, n \geq 1$ є сильно конзистентною оцінкою параметра $\alpha_i, 1 \leq i \leq m$.

За спостереженнями на ребрах одиничного куба за допомогою методу бакстерівських сум отримано сильно конзистентну оцінку параметра, що входить показником до коваріаційної функції дробового анізотропного вінерівського поля та побудовано неасимптотичні довірчі області для цього параметра у даній моделі.

Література

1. Kamont A. On the fractional anisotropic Wiener field / A. Kamont // Probability and Mathematical Statistics. – 1996. – Vol. 16. Fasc. 1. – P. 85-98.
2. Levy P. Le mouvement Brownian plan / P. Levy // Amer. J. Math. – 1940. – Vol. 62. – P. 487-550.

АНАЛІТИЧНЕ ОПИСАННЯ ДИСКРЕТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Шеремета Олена Михайлівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

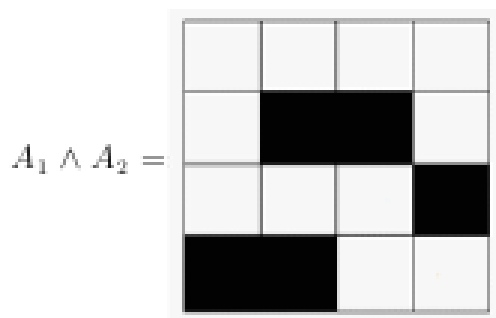
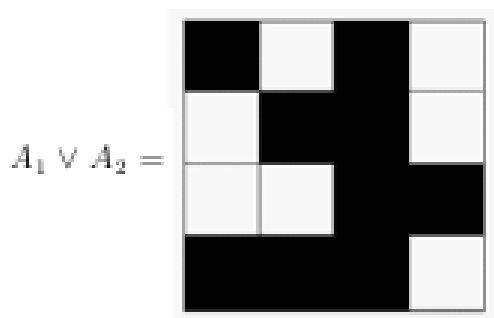
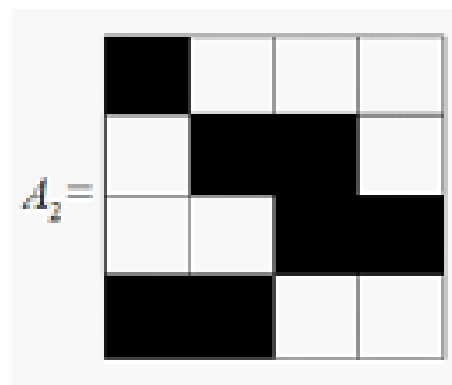
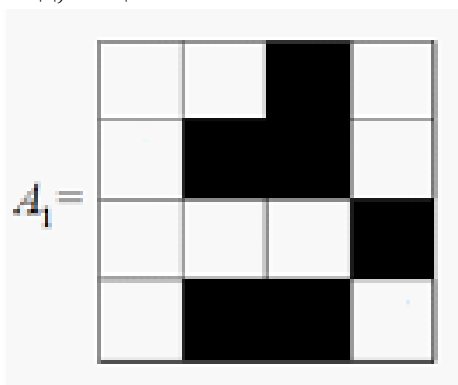
В роботі розглядається алгебра $P = \{U_n = (A_n, \Omega)\}$, де A_n – множина всіх бінарних квадратних матриць порядку n , $\Omega = \{\vee, \wedge, T_i, i = 1, 2, \dots, k\}$, $X \vee Y = \max(X, Y)$, $X \wedge Y = \min(X, Y)$, T_i – множина унарних операцій, які в даній роботі задають перестановку елементів матриці, що еквівалентно поворотам кратним 90° відносно осей або центра симетрії квадрата.

Розглянемо алгебру $U_4 = (A_4, \Omega) \in P$. Бінарні матриці A_4 представляють собою булеві зображення, які зручно розглядати на множині пікселів (клітинок), які мають таку нумерацію

$$T_0 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline 13 & 14 & 15 & 16 \\ \hline \end{array}$$

У бінарному зображенні знаком позначені пікселі, в яких значення відповідної клітини бінарної матриці рівне одиниці і порожні клітинки \blacksquare у протилежному випадку. Операції диз'юнкції і кон'юнкції на бінарних зображеннях в алгебрах класу P еквівалентні операціям перетину і об'єднання.

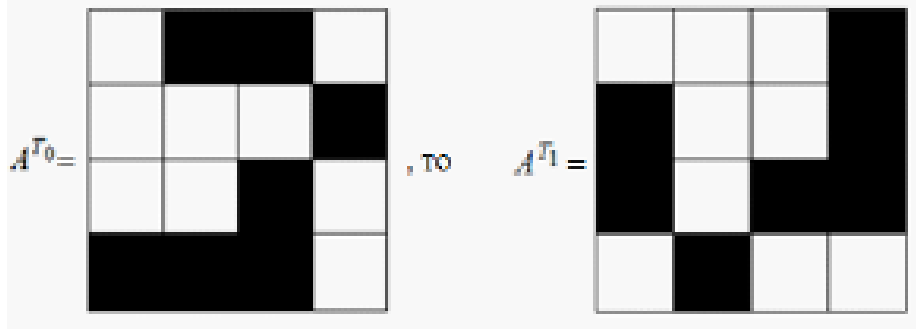
Наприклад, якщо



ТО

Унарні операції $T_i, i = 1, 2, \dots, 8$, які виконують поворот зображення A , будемо позначати через A^{T_0} . Визначимо ці операції наступним чином.

1. Операція T_1 задає поворот A^{T_0} на 180° навколо головної діагоналі квадрата (операція транспонування): перший рядок A^{T_0} записується в перший стовпчик A^{T_1} ; другий рядок – в другий стовпчик і т.д. Наприклад, якщо.



2. Операція T_2 задає поворот A^{T_0} на 90° за годинниковою стрілкою відносно центра симетрії квадрата: перший рядок A^{T_0} записується в останній стовпчик A^{T_2} , другий – в передостанній і т.д.

3. Операція T_3 задає поворот A^{T_0} на 90° проти годинникової стрілки відносно центра симетрії квадрата: перший рядок A^{T_0} записується у перший стовпчик A^{T_3} у зворотному порядку; другий рядок – у другий стовпчик у зворотному порядку і т.д.

4. Операція T_4 задає поворот A^{T_0} на 180° відносно допоміжної діагоналі квадрата: перший рядок A^{T_0} записується в останній стовпчик A^{T_4} із зворотнім записом елементів і т.д.

5. Операція T_5 задає поворот A^{T_0} на 180° відносно осі симетрії квадрата паралельно осі OX : перший рядок A^{T_0} записується в останній рядок A^{T_5} і т.д.

6. Операція T_6 задає поворот A^{T_0} на 180° відносно осі симетрії квадрата паралельно осі OY : перший рядок A^{T_0} записується як перший рядок A^{T_6} у зворотному порядку і т.д.

7. Операція T_7 задає поворот A^{T_0} на 180° відносно центра симетрії квадрата: перший рядок A^{T_0} записується в останній рядок A^{T_7} у зворотному порядку і т.д.

8. Операція T_8 : перший рядок A^{T_0} записується в перший стовпчик A^{T_8} з інверсією і т.д. Очевидно, що $T_8 = T_7$.

Операції $T_1 - T_7$ визначені таким чином, щоб зберігалась структура зображення A . На рис.1 показано виконання операцій $T_i, i = 1, 2, \dots, 8$ за допомогою матриць перетворень, а на рис. 2 – застосування цих операцій до заданого зображення A .

У подальшому використаємо позначення $Z_k = \{0, 1, \dots, k - 1\}, k \geq 2$, зокрема $Z_8 = \{0, 1, \dots, 7\}$. Суперпозицію поворотів T_i і $T_k, i, k \in Z_8$, будемо позначати як $T_i T_k$, і $A^{T_i T_k} = (A^{T_i})^{T_k}$.

В роботі розглядається задача описання дискретних зображень формулами алгебри $P = \{U_n = (A_n, \Omega)\}$ [1]. Аналітично описати дискретне зображення, це означає побудувати таку формулу алгебри $P = \{U_n = (A_n, \Omega)\}$, яка при підстановці базових зображень буде задане зображення.

Доведено теорему, що на полі 12×12 формули X_1, X_2, \dots, X_6 описують довільні дискретні зображення. Знайдено набір базисних зображень, які дозволять прозора і ефективно будувати дані формули.

Література

1. Мич І.А. Повні системи тотожностей в одному класі алгебр / І. А. Мич, В. В. Ніколенко // Наук. вісн. Ужгор. універ.: Математика і інформатика. – 2017. – 30, № 1.–С.79-86.

ВИВЧЕННЯ ОСНОВ ВЕБ-ДИЗАЙНУ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ІНФОРМАТИКИ

Шипович Дарина Петрівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Ми живемо у час сучасних технологій, час, коли інформаційні технології все більше і більше спрощують і пришвидшують людську працю. Кожного дня з'являються багато додатків, які покликані спрощувати взаємодію користувачів з пристроями та різного роду інформаційними системами. Найважливішим аспектом у розробці будь-якого додатку є інтерфейс цього додатку. Саме від нього залежить зручність та швидкість роботи користувача. Слід відмітити, що на даний час все більше і більше уваги приділяється саме інтерфейсу додатків і є ряд спеціалізованих професій, які безпосередньо пов'язані його розробкою.

Найбільш поширеними на даний час є веб-додатки. І вони не є винятком стосовно проблеми розробки зручного дизайну. При цьому слід відмітити, що проблема полягає не тільки у виборі оптимального співвідношення кольорів та оптимального розміщення елементів, а й у адаптивності стосовно розмірів пристрою, на якому запущено додаток. Особливо відчутною дана проблематика є при переході до мобільних пристроїв.

Розробці ефективного дизайну присвячено багато публікацій та методик і їх складність зростає з кожним днем. У зв'язку з цим дуже важливо учням середньої школи дати якомога більше основ з веб-дизайну, що спростить подальше вивчення цієї захопливої сфери. Враховуючи, що інформаційні технології змінюються дуже швидко, актуальною є проблема і неперервного оновлення шкільних початкових програм та навчально-методичних комплексів.

Метою моєї роботи є розробка навчального матеріалу з основ веб-дизайну, який був би доступним для учня середньої школи. Також важливою задачею є розробка тестових завдань та їх адаптація до використання у сучасних навчально-методичних комплексах. Такого роду системи є дуже важливим елементом навчання у організації не тільки самоконтролю, а й у організації самостійного навчання учня.

Література

1. *Березовський В.С.* Основи комп'ютерної графіки / В.С. Березовський, В.О. Потієнко, І.О. Завадський. – К.: Вид. група ВНУ, 2010. – 400 с.
2. *Караванова Т.П.* Інформатика: методи побудови алгоритмів та їх аналіз. Необчислювальні алгоритми: Навч. посіб. для 9-10 кл. із поглибл. вивч. інформатики / Т.П. Караванова. – К.: Генеза, 2007. – 216 с.
3. *Караванова Т.П.* Інформатика: методи побудови алгоритмів та їх аналіз. Обчислювальні алгоритми: Навч. посіб. для 9-10 кл. із поглибл. вивч. інформатики / Т.П. Караванова. – К.: Генеза, 2008. – 333 с.
4. *Левченко О.М.* Основи Інтернету / О.М. Левченко, І.О. Завадський, Н.С. Прокопенко. – К.: Вид. група ВНУ, 2009. – 320 с.
5. *Разработка пользовательского интерфейса / Т. Мандел.* – М.: ДМК Пресс, 2001. – 416 с.
6. Наказ Міністерства освіти і науки України від 27.08.2010 р. №834 «Про затвердження Типових навчальних планів загальноосвітніх навчальних закладів III ступеню».

ЗАДАЧІ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ТА ОПТИМАЛЬНИХ ШЛЯХІВ У СКЛАДСЬКИХ ПРИМІЩЕННЯХ

Шиптур Євген Олександрович

4 курс, напрям підготовки 6.040301 «Прикладна математика»

Інформатизація суспільства призводить до пришвидшення усіх без винятку галузей діяльності людини. Найяскравішими прикладами є зміни у сфері торгівлі і виробничих процесів. Очевидно, що для забезпечення таких великих потоків продукції необхідно дуже ретельно продумати усі логістичні складові від зберігання до кінцевої доставки. Особливістю такої системи є її динамічність. Вона повинна швидко адаптовуватись до змін у структурі асортименту та змін у структурі запитів. Очевидно, що такі вимоги потребують розробки інформатизованих систем зі здатністю до аналізу даних та самонавчання в реальному часі.

Метою роботи є розробка інформаційної системи для забезпечення ефективної роботи складських приміщень торгівельних організацій та виробничих організацій. Дана система повинна забезпечувати як визначення оптимального плану розміщення товарів на складів, так і визначення оптимальних маршрутів доставки товару у місце призначення. Система повинна також виявляти неоптимальні розміщення товарів в процесі її використання на основі наявних запитів.

Для реалізації даної задачі було вибрано мову програмування С#. Вибір зумовлений наявністю великої кількості спеціалізованих бібліотек та широкою підтримкою технології .Net.

Література

1. *Ахо А.* Построение и анализ вычислительных алгоритмов / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. – М.: изд. Мир, 1979. – 536 с.
2. *Харари Ф.* Теория графов / Ф. Харари. – М.: Мир, 1973. – 197 с.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Шкодин Христина Михайлівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

Функція є одним із основних математичних і загальнонаукових понять, яке відіграє велику роль у пізнанні реального світу. Жодне з інших понять не відображає явищ реальної дійсності з такою безпосередністю і конкретністю, як поняття функціональної залежності [1].

Поняття функції – основне поняття вищої математики. Багато понять шкільної математики базуються на понятті функції, а також розв'язання багатьох завдань, безпосередньо не пов'язаних з поняттям функції, використовує певні її властивості. Вивчення функцій у шкільному курсі математики сприяє засвоєнню учнями основ математичного світогляду, спонукає їх до постійного пошуку нестандартних розв'язків, привчає мислити величинами в їх змінності та взаємозв'язку, до вміння застосовувати отримані знання на практиці у різних задачах.

Шкільна математика – це не наука, а предмет, основна мета якого – вивчення реальних ситуацій за допомогою математичних моделей. Початковою математичною моделлю є функція, тому функції, їх властивості та графіки функцій, як у явній, так і в неявній формі, є основою шкільного курсу математики. Вивчення матеріалу функціональної лінії у шкільній математиці має основною навчальною метою усвідомлення учнями на тому чи іншому рівні поняття функції як однієї з основних математичних моделей, що дозволяє описувати й вивчати різноманітні залежності між реальними величинами, а також оволодіння найпростішими методами дослідження функцій.

Функціональний матеріал дає можливість поставити цілі розвитку всіх пізнавальних процесів, зокрема критичного мислення, функціонального стилю мислення, світогляду, розкривати загальнонаукову і загальнокультурну роль математики, здійснювати естетичне виховання, професійну орієнтацію учнів [2, 3].

Методична схема вивчення функції:

1. Розглянути допоміжну задачу, за допомогою якої мотивується вивчення нової функції.
2. На основі математизації емпіричного матеріалу сформулювати визначення функції.
3. Скласти таблицю значень функції і побудувати “по точках” її графік.
4. Провести дослідження основних властивостей функції.
5. Розглянути задачі і приклади на застосування вивчених властивостей функції.

Особливість схеми-дослідження функції має наглядно-геометричний підхід, аналітичне дослідження має обмежений характер. Схема застосовується при вивченні лінійної, квадратичної, степеневі та інших функцій, з якими учні знайомляться в курсі алгебри.

Література

1. *Слепкань З. І.* Методика навчання математики / З. І. Слепкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
2. *Капіносов А. М.* Основи технології навчання. Проектуємо урок математики / А. М. Капіносов. – Х.: Вид. група “Основа”, 2006. – 140 с.
3. *Столяр А. А.* Логічні проблеми викладання математики / А. А. Столяр. К.: Вища школа, 2000. – 430 с.

ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Якубович Марина Володимирівна

2 курс, магістр, спеціальність 014.04 «Середня освіта. Математика»

На сьогодні нерівності, а також системи нерівностей широко використовуються як в теоретичних дослідженнях, так і при розв'язанні важливих практичних задач [3]. Нерівності служать не тільки допоміжним інструментом. В кожному із розділів математики – алгебри і теорії чисел, геометрії і топології, теорії ймовірностей та теорії функцій, математичній фізиці і теорії диференціальних рівнянь і т. д. – можна вказати фундаментальні результати, сформульовані у виді нерівностей. Задачі, розв'язання яких достатньо складне без застосування класичних нерівностей, – також часто зустрічаються на математичних олімпіадах різних рівнів [4].

Досить важливим питанням методики навчання є введення в програму профільного навчання математики елективного курсу «Методи доведення нерівностей».

Елективність – принцип вибору предметів для вивчення самими учнями. Полягає в тому, що з певного року навчання лише частина предметів є обов'язковими, а решта – можуть вибиратися учнями (зі схваленням учителями) з числа рекомендованих для даного року навчання або для того чи іншого профілю. Елективний принцип застосовується в середній і вищій школі багатьох країн і особливо в США. З 1991 року елективний принцип застосовується в середній загальноосвітній школі України [1, 2].

Задачі на доведення нерівностей в основному розв'язуються алгебраїчним способом, який є одним із кращих засобів розвитку самостійного, творчого мислення для школярів. За допомогою спеціально підібраних задач, які можуть зацікавити учнів своєю видимою простотою і тим, що їх розв'язок не відразу одержується, можна показати учням красу та простоту логічних міркувань. Задачі на доведення нерівностей часто розв'язуються декількома способами. Це дає можливість звернути увагу старшокласників не тільки на найбільш раціональний, доцільний спосіб розв'язання даної задачі, але і на ті способи, які можуть застосовуватися при розв'язуванні інших задач, а в деяких випадках виявляються єдиними.

У роботі описано традиційні та деякі спеціальні методи розв'язування задач на доведення нерівностей та розроблено програму для елективного курсу на базі проведеного дослідження для учнів 11 класу профільної школи.

Література

1. Гук В. Є. Допрофільне навчання: сутність, зміст, технології // Управління школою. 2005. – № 11. – С. 15-30.
2. Ермаков Д. С. Элективные курсы для профильного обучения // Педагогика. – 2005. – № 2. – С. 28-30.
3. Собкович Р. Основні методи доведення нерівностей / Р. Собкович, Н. Кульчицька. – Івано-Франківськ, 2014. – 100 с.
4. Федак І. В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх / І.В. Федак. – Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 340 с.

