

**Завдання заочного етапу Всеукраїнської олімпіади
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
з МАТЕМАТИКИ
(кожна задача оцінюється за 10-бальною шкалою)**

1. На яку цифру закінчується число 3^{2019} ?

2. Обчисліть

$$x^2y - xy^2 + y^2z - yz^2 + z^2x - zx^2,$$

якщо $x = 1, y = 2, z = 0,5$.

3. Розв'яжіть рівняння

$$x^2 - \sqrt{x^2 + 5} - 1 = 0.$$

У відповідь запишіть добуток його коренів.

4. Розв'яжіть нерівність

$$(x + 4)(x - 3)\sqrt{x^2(x^2 - 4)} \leq 0.$$

У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків.

5. Знайдіть висоту рівнобедреного трикутника, проведену до основи (u см), у якому точка дотику вписаного кола ділить бічну сторону на відрізки 2 см і 3 см, починаючи з вершини.

6. У паралелограмі $ABCD$ $AC = 12$ см, $BD = 10$ см, $\angle AOB = 60^\circ$, де O – точка перетину діагоналей. Обчисліть скалярний добуток векторів $\vec{OB} \cdot \vec{OC}$.

7. Точка F рівновіддалена від вершин прямокутного трикутника ABC на 26 см. Знайдіть відстань (u см) від точки F до площини (ABC) , якщо гіпотенуза $AB = 20$ см.

8. Дано функцію $f(x) = 2x - 1$. Обчисліть $f(3) + f^{-1}(3)$, якщо $f^{-1}(x)$ – функція, обернена до $f(x)$.

9. Знайдіть площу трикутника, який обмежують осі координат та дотична до функції $f(x) = e^x$, проведена через точку з абсцисою $x_0 = 0$.

10. Знайдіть значення параметра a , при якому рівняння

$$ax^2 - (a + 1)x + 1 = 0$$

має один розв'язок. У відповідь запишіть суму таких значень.