

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра інформаційних управляючих систем та технологій**

**ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Декан факультету  
інформаційних технологій  
**Ігор ПОВХАН**  
«\_\_\_\_\_» 2025 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ**

Рівень вищої освіти	<b>Бакалавр</b>
Галузь знань	<b>F Інформаційні технології</b>
Спеціальність	<b>F3 Комп'ютерні науки</b>
Спеціалізація	
Освітня програма	<b>Інформатика</b>
Статус дисципліни	<b>Обов'язкова</b>
Мова навчання	<b>Українська</b>

Робоча програма навчальної дисципліни «Математичний аналіз» для здобувачів вищої освіти галузі знань **F Інформаційні технології** спеціальності **F3 Комп'ютерні науки** освітньої програми «**Інформатика**».

**Розробник:** Ігор Шапочка, доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформаційних управляючих систем та технологій.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри інформаційних управляючих систем та технологій протокол №11 від 06 червня 2025 р.

Завідувач кафедри  Олександр МІЦА

Схвалено науково-методичною комісією факультету інформаційних технологій протокол №10 від 12 червня 2025 р.

ТВО голова науково-методичною комісії  Ігор ПОВХАН

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів – 5	Рік підготовки:	
	1-й	1-й
Кількість модулів – 2	Семестр:	
	2-й	2-й
Тижневих годин: для денної форми навчання: аудиторних – 4 год самостійної роботи студента – 4,8 год	Лекції:	
	44 год	12 год
	Практичні:	
	28 год	8 год
Вид підсумкового контролю: залік	Лабораторні:	
Форма контролю: усне опитування	Самостійна робота:	
	78 год	130 год

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**» є ознайомлення студентів з теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики; формування цілісної системи теоретичних знань математичного апарату, необхідного для вирішення теоретичних та практичних завдань в галузі комп'ютерних наук, а також сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Відповідно до освітньої програми «**Інформатика**» вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти спеціальності **ФЗ Комп'ютерні науки** таких компетентностей: ЗК-1, ЗК-3, ЗК-6, ЗК-7, ФК-1.

## 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз» потребує попередніх знань з навчальної дисципліни «Алгебра та аналітична геометрія» та предметів «Алгебра» та «Алгебра і початки аналізу» в обсязі, передбаченому програмами загальноосвітньої середньої школи.

## 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Інформатика**» вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти спеціальності **ФЗ Комп'ютерні науки** таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук	ПРН-1
Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.	ПРН-2

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Математичний аналіз**»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Вміння знаходити область визначення числової функції.	ПРН-2
Вміння знаходити обернену функцію.	ПРН-2
Вміння знаходити нулі та інтервали знакосталості функції.	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на парність (непарність).	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на періодичність.	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на обмеженість	ПРН-2
Вміння знаходити границю елементарної функції усередині області визначення.	ПРН-2
Вміння знаходити границю функції (послідовності) за теоремою про арифметичні дії.	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на неперервність.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння класифікувати точки розриву функції.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння знаходити похідні й диференціали функцій за правилами й формулами диференціювання.	ПРН-2
Вміння знаходити рівняння дотичної та нормалі до кривої.	ПРН-2

Вміння знаходити рівняння асимптоти до графіка функції.	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на монотонність й локальні екстремуми.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на опуклість і точки перегину.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння знаходити найбільше та найменше значення функції на відрізку.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння знаходити границю за правилом Лопіталя.	ПРН-2
Вміння записувати формулу Тейлора функції із залишковим членом у формі Пеано та Лагранжа.	ПРН-2
Вміння знаходити область означення функції кількох змінних.	ПРН-2
Вміння знаходити рівняння ліній рівня функції двох змінних.	ПРН-2
Вміння знаходити частинні похідні $n$ -го порядку функції кількох змінних.	ПРН-2
Вміння обчислювати похідну функції кількох змінних за напрямом.	ПРН-2
Вміння знаходити градієнт функції кількох змінних.	ПРН-2
Вміння знаходити похідні вектор-функції	ПРН-2
Вміння знаходити рівняння дотичної прямої і нормальної площини до просторової кривої.	ПРН-2
Вміння знаходити рівняння дотичної площини і нормальної прямої до поверхні.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння досліджувати функцію 2-х змінних на локальний екстремум	ПРН-2
Вміння знаходити найбільше та найменше значення функції 2-х змінних у замкненій області.	ПРН-2
Вміння досліджувати функцію на умовний екстремум.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл безпосереднім інтегруванням.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл заміною змінних.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл інтегруванням частинами.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл від раціональної функції.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл від деяких тригонометричних виразів.	ПРН-2
Вміння знаходити невизначений інтеграл від деяких ірраціонального виразів.	ПРН-2
Вміння обчислювати визначений інтеграл за формулою Ньютона-Лейбніца.	ПРН-2
Вміння знаходити площу криволінійної трапеції.	ПРН-2
Вміння обчислювати невластиві інтеграли.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння досліджувати на збіжність невластиві інтеграли за допомогою ознак збіжності.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння обчислювати подвійний інтеграл.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння обчислювати потрійний інтеграл.	ПРН-1, ПРН-2
Вміння обчислювати криволінійний інтеграл 1-го роду.	ПРН-2
Вміння обчислювати криволінійний інтеграл 2-го роду.	ПРН-2
Вміння знаходити площу плоскої області, обмеженої заданими кривими.	ПРН-2
Вміння знаходити об'єм тіла, обмеженого заданими поверхнями.	ПРН-2
Вміння знаходити довжину кривої, заданою рівнянням.	ПРН-2

## 5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

### Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв’язування задач під час практичних занять;
- виконання самостійної роботи;
- 12 тестів на сайті електронного навчання ДВНЗ «УжНУ»;
- 2 модульні контрольних оцінювання;
- підсумковий семестровий залік.

### Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: вибіркоче усне опитування перед початком розв’язування завдань під час практичних занять; фронтальна перевірка виконання завдань для самостійної роботи; оцінка активності студента у процесі занять, внесених пропозицій, оригінальних рішень, уточнень і визначень, доповнень попередніх відповідей і т. ін.; письмова (до 15 хв.) контрольна робота, що має одне тематичне завдання; тестування на сайті електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет» в курсі «Математичний аналіз».

Форма модульного контролю: тест, кожен з яких складається з 20-ти типових практичних завдань.

Форма підсумкового семестрового контролю: усне опитування студента за випадково вибраними двома практичними завданнями із бази завдань у відповідному електронному курсі на сайті електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет».

### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота											Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	40	100
5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5		

T1, T2, T3, ..., T11 – теми

### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота								Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	40	100
7	8	8	8	8	7	7	7		

### Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Практичні заняття	7	24	7	24
Комп’ютерне тестування при тематичному оцінюванні	6	36	6	36
Модульна контрольна робота	1	40	1	40
<b>Разом</b>		<b>100</b>		<b>100</b>

### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Протягом семестру проводяться два підсумкові модульні контролі, зміст яких відповідає змістовним модулям. Максимальна кількість балів при оцінюванні кожного модульного контролю становить 40 балів. Модульна контрольна робота складається з двадцяти типових тематичних завдань. Максимальна оцінка за правильне розв'язання кожного завдання складає 2 бали (0 або 2 бали) і виставляється згідно критеріїв викладених у таблиці 1.

Таблиця 1

Зміст завдання	Бали
Отримано правильну відповідь.	2
Учасник не приступив до розв'язування завдання або вказав неправильну відповідь	0

### Критерії оцінювання комп'ютерного тестування

Контроль виконання 12-ти тестів здійснюється за допомогою сайту електронного навчання ДВНЗ «УжНУ» у курсі «Математичний аналіз». Кожен тест складається з 6–10-ти тематичних завдань різних типів: розрахункові з вказанням тільки відповіді, множинного вибору, відповідності, вбудовані відповіді. Максимальна оцінка за правильне розв'язання кожного тесту складає 6 балів. Оцінка за тест виставляється у відсотковому співвідношенні правильно виконаних завдань до числа всіх завдань тесту із заокругленням до цілого числа.

### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Підсумковий залік представляє собою усне опитування студента за випадково вибраним заліковим білетом. Кожен заліковий білет складається з одного теоретичного питань і двох стандартизованих (типових) практичних завдань із підручників [1, 2] та практикумів [3, 4] (див. пункт 8, основна література). Орієнтований перелік питань до заліку:

1. Множини.
2. Відображення (функції).
3. Аксиоми дійсних чисел.
4. Поняття границя послідовності.
5. Властивості границі послідовності.
6. Нескінченно малі та великі послідовності.
7. Арифметичні властивості границі послідовності.
8. Монотонні послідовності. Число Ейлера.
9. Поняття границі функції в точці.
10. Властивості границі функції.
11. Односторонні границі.
12. Критерій Коші існування границі функції.
13. Границя монотонної функції.
14. Важливі границі функцій.
15. Неперервні функції в точці.
16. Властивості неперервних в точці функцій.
17. Класифікація точок розриву.
18. Властивості неперервних на відрізьку функцій.
19. Неперервність елементарних функцій.
20. Поняття похідної функції.
21. Геометричний зміст похідної.
22. Поняття диференційованої функції. Диференціал.
23. Арифметичні властивості похідної.

24. Похідна складеної функції.
25. Похідна оберненої функції.
26. Похідні та диференціали вищих порядків.
27. Похідні неявно заданих та параметрично заданих функцій.
28. Формула Лейбніца.
29. Основні теореми про диференційовані функції.
30. Правило Лопіталя.
31. Формула Тейлора.
32. Монотонність і похідна.
33. Опуклість і похідна.
34. Екстремуми функцій однієї змінної.
35. Асимптоти. Побудова графіків функцій.
36. Первісна та невизначений інтеграл.
37. Основні методи інтегрування.
38. Інтегрування раціональних функцій.
39. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.
40. Поняття визначеного інтеграла Рімана.
41. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом.
42. Інтегральні суми Дарбу.
43. Критерії інтегрованості.
44. Класи інтегрованих функцій.
45. Інтеграл із змінною межею.
46. Формула Ньютона-Лейбніца.
47. Заміна змінних та інтегрування частинами в інтегралі Рімана.
48. Геометричні застосування інтеграла Рімана.
49. Поняття невластивого інтегралу.
50. Ознаки збіжності невластивих інтегралів.
51. Критерій Коші збіжності невластивого інтегралу.
52. Абсолютна збіжність невластивих інтегралів.
53. Функції багатьох змінних. Поняття відстані (метрики).
54. Границя функції багатьох змінних.
55. Неперервні функції багатьох змінних.
56. Поняття часткової похідної функції багатьох змінних.
57. Диференційованість та повний диференціал функції багатьох змінних.
58. Диференціювання складених функцій багатьох змінних.
59. Часткові похідні та диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних.
60. Диференціювання неявно заданих функцій багатьох змінних.
61. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.
62. Екстремуми функцій багатьох змінних.
63. Умовний екстремум функції багатьох змінних.
64. Поняття кратного інтеграла Рімана.
65. Зведення кратного інтеграла Рімана до повторного.
66. Заміна змінних у кратному інтегралі Рімана. Сферична та циліндрична система координат.
67. Геометричні застосування кратного інтеграла Рімана.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	Залікова оцінка за національною шкалою
90–100	<b>A</b>	<i>Зараховано</i>
82–89	<b>B</b>	
74–81	<b>C</b>	
64–73	<b>D</b>	
60–63	<b>E</b>	
35–59	<b>FX</b>	<i>Незараховано з можливістю повторного складання</i>
0–34	<b>F</b>	<i>Незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>

— «**A**» (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» (82–89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— «**C**» (74–81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» (64–73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вмів виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «D» виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на заліку та при виконанні залікових завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— «**E**» (60–63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вмів виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «E» виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на заліку та при виконанні залікових завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— «**FX**» (35–59 балів) виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— «**F**» (0–34 балів) виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

## 6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 6.1. Зміст навчальної дисципліни

#### **Модуль 1. Множини. Функції однієї та кількох змінних. Границя функції. Диференціальне числення функцій однієї та кількох змінних.**

Тема 1. Множини. Дії над множинами. Аксиоматика множини дійсних чисел. Відображення множин. Границя числової послідовності.

Множини. Дії над множинами. Аксиоматика множини дійсних чисел. Числова послідовність. Границя послідовності. Границя обмеженої монотонної послідовності.

Тема 2. Числові функції. Основні характеристики поведінки функції.

Числові функції. Основні поняття. Способи задавання функції. Обернена функція. Складена функція. Класифікація функцій. Основні характеристики поведінки функції. Нулі і знак функції на множині. Парність і непарність функції. Періодичність функції. Монотонність функції. Опуклість функції. Обмеженість функції.

Тема 3. Границя функції. Еквівалентні нескінченно малі функції. Неперервність функції. Точки розриву функції.

Границя функції. Границя функції в точці. Однобічні границі функції. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Знаходження границі функції. «Визначеності» й невизначеності. Порівняння нескінченно малих функцій. Таблиця еквівалентних нескінченно малих функцій. Неперервність функції в точці. Точки розриву функції. Властивості функцій, неперервних на відрізку.

Тема 4. Похідна та диференціал функції. Основні формули диференціювання.

Похідна функції. Диференційованість функції. Правила диференціювання. Основні формули диференціювання. Диференціал функції. Геометричний і механічний зміст похідної та диференціала.

Тема 5. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.

Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Похідні вищих порядків від функцій, заданих параметрично. Теорема Ферма. Теореми про середнє значення. Правило Лопітала.

Тема 6. Формула Тейлора. Застосування формули Тейлора

Многочлен і формула Тейлора. Різні форми Тейлорової формули. Розвинення за формулою Тейлора–Маклорена. Застосування Тейлорової формули.

Тема 7. Дослідження функцій однієї змінної. Локальні екстремуми функції. Опуклість функцій і точки перегину. Асимптоти графіка функції.

Монотонність функцій. Локальні екстремуми функції. Найменше та найбільше значення функції. Опуклість функцій і точки перегину. Асимптоти графіка функції. Схема повного дослідження функції

Тема 8. Функції кількох змінних. Границя функції кількох змінних.

Арифметичний простір і його підмножини. Функції кількох змінних. Границя функції кількох змінних.

Тема 9. Похідні та диференціали функцій кількох змінних. Частинні похідні. Похідна неявної функції. Формула Тейлора для функції двох змінних.

Частинні похідні 1-го порядку. Диференційованість функції кількох змінних. Повний диференціал функції. Похідна складеної функції. Похідна неявної функції. Частинні похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функції двох змінних.

Тема 10. Вектор-функції. Похідна за напрямом і градієнт функції. Дотична площина й нормаль до поверхні.

Поняття векторної функції. Границя й неперервність вектор-функції. Похідна вектор-функції. Геометричний і механічний зміст похідної вектор-функції. Похідна за напрямом. Градієнт функції. Геометричний зміст градієнта. Дотична площина й нормаль до поверхні. Геометричний зміст частинних похідних і диференціала.

Тема 11. Екстремуми функції двох змінних. Достатні умови локального екстремуму.

Локальні екстремуми функції двох змінних. Достатні умови локального екстремуму. Найбільше та найменше значення функції всередині замкненої області. Умовний екстремум.

## **Модуль 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної та кількох змінних.**

Тема 1. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.

Первісна. Невизначений інтеграл. Основні правила інтегрування. Основні формули інтегрування. Метод безпосереднього інтегрування. Метод інтегрування заміною змінної. Уведення функції під знак диференціала. Метод інтегрування частинами.

Тема 2. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів.

Раціональні функції. Розклад на елементарні дроби. Метод невизначених коефіцієнтів. Інтегрування раціональних дробів. Універсальна тригонометрична підстановка. Окремі випадки підстановок. Перетворення підінтегрального виразу. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.

Тема 3. Визначений інтеграл Рімана. Умови інтегрованості. Методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона–Лейбніца.

Задача про площу плоскої фігури. Поняття визначеного інтеграла за відрізком. Умови інтегрованості. Властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона–Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

Тема 4. Застосування визначеного інтеграла Рімана.

Обчислення площі плоскої фігури у прямокутних координатах. Обчислення площі криволінійного сектора в полярних координатах. Об'єм тіла. Обчислення об'єму тіла обертання та площі поверхні обертання. Деякі фізичні застосування

Тема 5. Невластиві інтеграли. Ознаки збіжності невластивих інтегралів 1-го та 2-го родів.

Невластивий інтеграл з нескінченними межами інтегрування (1-го роду). Ознаки збіжності невластивих інтегралів 1-го роду. Невластиві інтеграли від необмежених функцій (2-го роду). Ознаки збіжності невластивих інтегралів 2-го роду

Тема 6. Інтеграл за геометричними об'єктами. Подвійні інтеграли. Обчислення подвійного інтеграла у ПДСК. Подвійний інтеграл у полярних координатах.

Міри геометричних об'єктів. Визначений інтеграл за геометричним об'єктом. Задача про об'єм криволінійного циліндра. Поняття подвійного інтеграла. Основні властивості подвійного інтеграла. Обчислення подвійного інтеграла у ПДСК. Подвійний інтеграл у полярних координатах. Загальний випадок заміни змінної. Застосування подвійних інтегралів.

Тема 7. Потрійні інтеграли.

Означення потрійного інтеграла. Обчислення потрійного інтеграла. Перехід до сферичних координат у потрійному інтегралі. Основні властивості потрійного інтеграла. Обчислення потрійного інтеграла. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Перехід до

сферичних координат у потрійному інтегралі. Перехід до циліндричних координат у потрійному інтегралі. Застосування потрійного інтеграла.

Тема 8. Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го родів.

Задача про довжину дуги кривої. Диференціал довжини дуги кривої. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду. Основні властивості криволінійного інтеграла 1-го роду. Обчислення криволінійного інтеграла 1-го роду. Застосування криволінійного інтеграла 1-го роду. Означення криволінійного інтеграла 2-го роду. Обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду.

## 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>2-й семестр</b>						
<b>Модуль 1</b>						
Тема 1. Множини. Дії над множинами. Аксиоматика множини дійсних чисел. Відображення множин. Границя числової послідовності.	8	2	2			4
Тема 2. Числові функції. Основні характеристики поведінки функції.	8	2	1			5
Тема 3. Границя функції. Еквівалентні нескінченно малі функції. Неперервність функції. Точки розриву функції.	8	2	1			5
Тема 4. Похідна та диференціал функції. Основні формули диференціювання.	8	2	2			4
Тема 5. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Бернуллі-Лопітала.	7	2	1			4
Тема 6. Формула Тейлора. Застосування формули Тейлора.	7	2	1			4
Тема 7. Дослідження функцій однієї змінної. Локальні екстремуми функції. Опуклість функцій і точки перегину. Асимптоти графіка функції.	8	2	2			4
Тема 8. Функції кількох змінних. Границя функції кількох змінних.	7	2	1			4
Тема 9. Похідні та диференціали функцій кількох змінних. Частинні похідні. Похідна неявної функції. Формула Тейлора для функції двох змінних.	7	2	1			4
Тема 10. Вектор-функції. Похідна за напрямом і градієнт функції. Дотична площина й нормаль до поверхні.	7	2	1			4

Тема 11. Екстремуми функції двох змінних. Достатні умови локального екстремуму.	7	2	1			4
Разом за модуль	82	22	14			46
<b>Модуль 2</b>						
Тема 1. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.	9	3	2			4
Тема 2. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів.	9	3	2			4
Тема 3. Визначений інтеграл Рімана. Умови інтегрованості. Методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.	8	3	1			4
Тема 4. Застосування визначеного інтеграла Рімана.	8	3	1			4
Тема 5. Невластиві інтеграли. Ознаки збіжності невластивих інтегралів 1-го та 2-го родів.	9	3	2			4
Тема 6. Інтеграл за геометричними об'єктами. Подвійні інтегралы. Обчислення подвійного інтеграла у ПДСК. Подвійний інтеграл у полярних координатах.	9	3	2			4
Тема 7. Потрійні інтегралы. Обчислення потрійного інтеграла. Перехід до сферичних координат у потрійному інтегралі.	8	2	2			4
Тема 8. Криволінійні інтегралы 1-го та 2-го родів.	8	2	2			4
Разом за модуль	68	22	14			32
<b>Разом за семестр</b>	<b>150</b>	<b>44</b>	<b>28</b>			<b>78</b>

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Заочна форма					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>2-й семестр</b>						
<b>Модуль 1</b>						
Тема 1. Множини. Дії над множинами. Аксиоматика множини дійсних чисел. Відображення множин. Границя числової послідовності.	8	0,5	0,5			7
Тема 2. Числові функції. Основні характеристики поведінки функції.	8	0,5	0,5			7
Тема 3. Границя функції. Еквівалентні нескінченно малі функції. Неперервність функції. Точки розриву функції.	8	0,5	0,5			7
Тема 4. Похідна та диференціал функції. Основні формули диференціювання.	8	0,5	0,5			7

Тема 5. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Бернуллі-Лопітала.	8	0,5	0,5			7
Тема 6. Формула Тейлора. Застосування формули Тейлора.	8	0,5	0,5			7
Тема 7. Дослідження функцій однієї змінної. Локальні екстремуми функції. Опуклість функцій і точки перегину. Асимптоти графіка функції.	8	0,5	0,5			7
Тема 8. Функції кількох змінних. Границя функції кількох змінних.	8	0,5	0,5			7
Тема 9. Похідні та диференціали функцій кількох змінних. Частинні похідні. Похідна неявної функції. Формула Тейлора для функції двох змінних.	8	1				7
Тема 10. Вектор-функції. Похідна за напрямом і градієнт функції. Дотична площина й нормаль до поверхні.	8	0,5	0,5			7
Тема 11. Екстремуми функції двох змінних. Достатні умови локального екстремуму.	8	0,5	0,5			7
Разом за модуль	88	6	5			77
<b>Модуль 2</b>						
Тема 1. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.	8	1	0,5			6,5
Тема 2. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів.	8	1	0,5			6,5
Тема 3. Визначений інтеграл Рімана. Умови інтегрованості. Методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.	8	1	0,5			6,5
Тема 4. Застосування визначеного інтеграла Рімана.	8	1	0,5			6,5
Тема 5. Невластиві інтеграли. Ознаки збіжності невластивих інтегралів 1-го та 2-го родів.	7	0,5				6,5
Тема 6. Інтеграл за геометричними об'єктами. Подвійні інтегралы. Обчислення подвійного інтеграла у ПДСК. Подвійний інтеграл у полярних координатах.	8	0,5	0,5			7
Тема 7. Потрійні інтегралы. Обчислення потрійного інтеграла. Перехід до сферичних координат у потрійному інтегралі.	8	0,5	0,5			7
Тема 8. Криволінійні інтегралы 1-го та 2-го родів.	7	0,5				6,5
Разом за модуль	62	6	3			53
<b>Разом за семестр</b>	<b>150</b>	<b>12</b>	<b>8</b>			<b>130</b>

### 6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1.	Множини. Функції. Границя послідовності.	2	1
2.	Границя функції. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Неперервність функції. Точки розриву функції.	2	0,5
3.	Похідна. Техніка диференціювання. Застосування похідної.	2	0.5
4.	Похідні вищих порядків. Правило Бернуллі-Лопітала. Формула Тейлора.	2	1
5.	Дослідження функцій за допомогою похідних. Побудова графіків функцій.	2	0.5
6.	Функції кількох змінних. Похідні й диференціали функцій кількох змінних.	2	0,5
7.	Дотична й нормаль до поверхні. Градієнт. Екстремуми функції кількох змінних.	2	1
8.	Невизначений інтеграл. Інтегрування внесенням під знак диференціала. Методи замінування змінної і інтегрування частинами.	2	0.5
9.	Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів.	2	0,5
10.	Визначений інтеграл. Обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла.	2	1
11.	Обчислення і дослідження невластивих інтегралів.	2	
12.	Подвійний інтеграл у декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Застосування подвійного інтеграла.	2	0,5
13.	Потрійний інтеграл.	2	0,5
14.	Криволінійний інтеграл 1-го роду. Обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду. Застосування криволінійного інтеграла 2-го роду.	2	
<b>Разом</b>		<b>28</b>	<b>8</b>

#### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1.	Множини. Функції. Границя послідовності	6	9,5
2.	Границя функції. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Неперервність функції. Точки розриву функції	6	9,5
3.	Похідна. Техніка диференціювання. Застосування похідної	5,5	9,5
4.	Похідні вищих порядків. Правило Бернуллі-Лопіталя. Тейлорова формула	5,5	9,5
5.	Дослідження функцій за допомогою похідних. Побудова графіків функцій	5,5	9,5
6.	Функції кількох змінних. Похідні й диференціали функцій кількох змінних	5,5	9,5
7.	Дотична й нормаль до поверхні. Градієнт. Екстремуми функції кількох змінних	5,5	9,5
8.	Невизначений інтеграл. Інтегрування внесенням під знак диференціала. Методи замінування змінної і інтегрування частинами.	5,5	9,5
9.	Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування ірраціональних виразів	5,5	9
10.	Визначений інтеграл. Обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла	5,5	9
11.	Обчислення і дослідження невластивих інтегралів	5,5	9
12.	Подвійний інтеграл у декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Застосування подвійного інтеграла	5,5	9
13.	Потрійний інтеграл	5,5	9
14.	Криволінійний інтеграл 1-го роду. Обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду. Застосування криволінійного інтеграла 2-го роду	5,5	9
<b>Разом</b>		<b>78</b>	<b>130</b>

## 7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

- Технічні засоби: комп'ютер та проектор для демонстрації презентацій лекцій (в аудиторії), мережа Інтернет.
- Програмне забезпечення: браузер (веб переглядач), Acrobat Reader, Google Meet, Figma (для онлайн лекцій, практичних занять, консультацій), Geogebra.

## 8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

### Основна література

1. Математика в технічному університеті: Підручник / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова; КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ: Видавничий дім «Кондор», 2019. Т.2. 504 с.
2. Математика в технічному університеті: Підручник / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова; КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. Т.3. 456 с..
3. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: Навчальний посібник / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 249 с
4. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 3. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних: Навчальний посібник / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 188 с

### Допоміжна література

1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 1 Київ: Либідь, 1993. 320 с.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 2 Київ: Либідь, 1994. 304 с.
3. Жалдак М. І., Михалін Г. О. Деканов С. Я. Математичний аналіз. Функції багатьох змінних: Навчальний посібник. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. 430 с.

### Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://moodle.uzhnu.edu.ua/course/view.php?id=27> — сторінка курсу на сайті електронного навчання ДВНЗ «Ужгородський національний університет».
2. <http://www.nbuv.gov.ua> — Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.
3. [https://www.twirpx.com/files/science/mathematics/short\\_courses/engineers/#ai\\_1040](https://www.twirpx.com/files/science/mathematics/short_courses/engineers/#ai_1040) — підрозділ сервісу, який за допомогою веб-інтерфейсу, розміщеного за посиланням <http://www.twirpx.com>, забезпечує зберігання, накопичення та обміну матеріалів, представлених користувачами у електронному вигляді.
4. <https://www.geogebra.org> — сайт вільно поширюваного середовища динамічної математики, яке дає можливість створювати «живі креслення» для використання в геометрії, алгебрі.

**Результати перегляду  
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

Протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

Протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

Протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

Робоча програма перезатверджена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

Протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)