

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан ФМЦТ



Микола МАЛІЯР

2024 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

Рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
Галузі знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Комп'ютерна та бізнес-математика
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння та їх застосування» для здобувачів вищої освіти галузі знань 11 Математика та статистика спеціальності 111 Математика, освітньої програми «Комп'ютерна та бізнес-математика».

**Розробник:**

Рого В. Л., старший викладач кафедри алгебри та диференціальних рівнянь


Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри  
*алгебри та диференціальних рівнянь*

протокол № 10 від 21 травня 2024 р.

Завідувач кафедри  Олександр РЕЙТІЙ

Схвалено науково-методичною комісією ФМЦТ

протокол № 10 від 26 червня 2024 р.

Голова науково-методичної комісії  Наталія ЮРЧЕНКО

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

<b>Найменування показників</b>	<b>Розподіл годин за навчальним планом</b>	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 9	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 270	3-й	–
Кількість модулів – 4	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання:  аудиторних – 4  самостійної роботи студента – 4	5, 6-й	–
	Лекції:	
	70 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	64 год.	–
Вид підсумкового контролю: семестровий іспит	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	136 год.	–

## 2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Диференціальні рівняння та їх застосування**» є дати здобувачам вищої освіти знання основ теорії звичайних диференціальних рівнянь, навчити їх складати математичні моделі при дослідженні різних явищ природи, фізичних, соціальних та інших процесів, знаходити розв'язки таких задач, давати їх фізичну інтерпретацію, вміти проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Відповідно до освітньої програми «**Комп'ютерна та бізнес-математика**» для спеціальності **111 Математика**, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (**ЗК-01**);

здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (**ЗК-02**);

знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (**ЗК-03**);

здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (**СК-01**);

здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язування тієї самої задачі (**СК-02**);

здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів і систем (**СК-06**);

здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (**СК-08**).

## 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «**Диференціальні рівняння та їх застосування**» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми:

ОК 5 Математичний аналіз функції однієї змінної

ОК 7 Алгебра

ОК 8 Лінійна алгебра

## 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Комп'ютерна та бізнес-математика**», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами

вищої освіти таких програмних результатів навчання (РН):

<b>Програмні результати навчання</b>	<b>Шифр РН</b>
Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.	<b>РН-01</b>
Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.	<b>РН-03</b>
Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.	<b>РН-04</b>
Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.	<b>РН-10</b>
Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді, здійснювати базові перетворення математичних моделей.	<b>РН-11</b>
Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.	<b>РН-16</b>
Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.	<b>РН-19</b>
Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.	<b>РН-21</b>

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «**Диференціальні рівняння та їх застосування**»:

<b>Очікувані результати навчання з дисципліни</b>	<b>Шифр РН</b>
<b>Знання.</b> Запам'ятовування та відтворення базових термінів, принципів і методів теорії звичайних диференціальних рівнянь: основні типи інтегрованих скалярних рівнянь та методи їх інтегрування, методи побудови загального розв'язку звичайних лінійних диференціальних рівнянь та систем, рівнянь із частинними похідними першого порядку.	<b>РН-04</b>
<b>Розуміння.</b> Здатність визначати типи диференціальних рівнянь на підставі відповідних означень, встановлювати зв'язок між типами диференціальних рівнянь і відповідними методами їх інтегрування, подавати словесні формулювання в математи-	<b>РН-11</b>

чній формі й навпаки, прогнозувати майбутні розв'язки задач на підставі наявних даних.	
<b>Застосування.</b> Уміння: а) використовувати вивчений матеріал для знаходження загальних, частинних та особливих розв'язків скалярних рівнянь першого порядку, пониження порядку рівнянь, побудови розв'язків лінійних рівнянь і систем та рівнянь із частинними похідними першого порядку, дослідження стійкості систем диференціальних рівнянь; б) самостійно розв'язувати задачі теорії звичайних диференціальних рівнянь у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність.	<b>РН-16</b>  <b>РН-19</b>
<b>Аналіз.</b> Здатність: а) до виділення окремих змістових розділів теорії звичайних диференціальних рівнянь, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення структурних принципів теорії звичайних диференціальних рівнянь; б) бачити помилки й огріхи в логіці міркувань, бачити різницю між теоретичним прогнозом і отриманими на практиці результатами у рамках обмеженого часу.	<b>РН-10</b>  <b>РН-03</b>
<b>Оцінка.</b> Уміння оцінювати значення вивченого матеріалу для розв'язування конкретних задач теорії звичайних диференціальних рівнянь, засновувати свої судження й умовиводи на чітких критеріях, узгоджених із теоретичними висновками.	<b>РН-01</b>
<b>Синтез.</b> Уміння комбінувати базові принципи й методи теорії звичайних диференціальних рівнянь, щоб обрати найдоцільніший шлях інтегрування рівнянь чи розв'язування задач Коші.	<b>РН-21</b>

## 5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

### Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- семестрові іспити.

### Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань, аудиторні самостійні роботи.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: іспит.

#### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 1-3	Теми 4-5	60	100
20	20		

#### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 1-2	Теми 3-4	60	100
20	20		

#### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 3)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 1-6	Теми 7-9	60	100
20	20		

#### Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 4)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 1-2	Теми 3-4	60	100
20	20		

### Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	2	20	2	20	2	20	2	20
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	2	20	2	20	2	20	2	20
Модульна контрольна робота	1	60	1	60	1	60	1	60
<b>Разом</b>		<b>100</b>		<b>100</b>		<b>100</b>		<b>100</b>

#### Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 4 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 тестового характеру, інші – розрахункові. Завдання підбираються рівними за ступенем важкості й оцінюються однаковою кількістю балів (у випадку 4 завдань – по 15 балів кожне).

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

#### Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— «**A**» («відмінно», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— «**B**» («добре», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **«С»** («добре», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **«D»** («задовільно», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка **«D»** виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— **«E»** («задовільно», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка **«E»** виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— **«FX»** («незадовільно», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— **«F»** («незадовільно», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Іспит виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно» (**E**).

## 6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 6.1. Зміст навчальної дисципліни

#### Модуль 1

- Тема 1. Поняття про диференціальні рівняння та диференціальні моделі.
- Тема 2. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної. Основні поняття й означення.
- Тема 3. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровані в квадратурах.
- Тема 4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.
- Тема 5. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них.

#### Модуль 2

- Тема 1. Неявні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування.
- Тема 2. Деякі застосування диференціальних рівнянь першого порядку.
- Тема 3. Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття й означення.
- Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

#### Модуль 3

- Тема 1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку.
- Тема 2. Лінійні однорідні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- Тема 3. Лінійні неоднорідні рівняння  $n$ -го порядку.
- Тема 4. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку.
- Тема 5. Диференціальні моделі коливних процесів.
- Тема 6. Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку.
- Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття й означення.
- Тема 8. Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.
- Тема 9. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.

#### Модуль 4

- Тема 1. Основи теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь.
- Тема 2. Метод функцій Ляпунова. Фазова площина.
- Тема 3. Лінійні однорідні рівняння з частинними похідними першого порядку.
- Тема 4. Квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку.

## 6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
<b>5-й семестр</b>						
<b>Модуль 1</b>						
<b>Тема 1. Поняття про диференціальні рівняння та диференціальні моделі.</b> Диференціальні рівняння та математичне моделювання. Основні означення й поняття. Складання диференціальних рівнянь виключенням довільних сталих.		2	1			4
<b>Тема 2. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної.</b> Основні поняття й означення. Задача Коші. Умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Класифікація розв'язків. Геометричне та механічне тлумачення диференціального рівняння першого порядку та його розв'язків.		2	1			4
<b>Тема 3. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах.</b> Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них. Однорідні рівняння. Рівняння, звідні до однорідних.		4	4			8
<b>Тема 4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.</b> Лінійне рівняння та методи його розв'язування. Властивості розв'язків лінійних рівнянь. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккаті.		4	4			8
<b>Тема 5. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них.</b> Рівняння		4	4			8

у повних диференціалах. Інтегровальний множник та деякі способи його знаходження. Теореми про існування та загальний вигляд інтегровального множника.						
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		16	16			32
<b>Модуль 2</b>						
<b>Тема 1. Неявні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування.</b> Основні поняття й означення. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Рівняння степеня $n$ . Метод введення параметра. Рівняння Лагранжа та рівняння Клеро.		4	6			10
<b>Тема 2. Деякі застосування диференціальних рівнянь першого порядку.</b> Диференціальні моделі задач механіки, біології, економіки та інших наук.		4				4
<b>Тема 3. Диференціальні рівняння вищих порядків.</b> Основні поняття й означення. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Рівняння, яке містить тільки незалежну змінну і похідну порядку $n$ .		2				4
<b>Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.</b> Рівняння, яке не містить шуканої функції та кількох послідовних похідних. Рівняння, яке не містить незалежної змінної. Рівняння, однорідне відносно шуканої функції та її похідних. Рівняння з точними похідними.		4	6			10
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		14	14			28
<b>Разом за семестр</b>		<b>30</b>	<b>30</b>			<b>60</b>
6-й семестр						
<b>Модуль 3</b>						
<b>Тема 1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку.</b> Основні поняття й означення.		2				4

Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння. Лінійно залежні та незалежні функції. Основна теорема. Формула Остроградського-Ліувілля.						
<b>Тема 2. Лінійні однорідні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі сталими коефіцієнтами.</b> Основні поняття й означення. Метод Ейлера. Диференціальні рівняння, звідні до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.		4	2			6
<b>Тема 3. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку.</b> Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння. Метод варіації довільних сталих. Метод Коші. Метод невизначених коефіцієнтів.		4	4			8
<b>Тема 4. Лінійні однорідні рівняння другого порядку.</b> Канонічна форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. Побудова загального розв'язку у випадку, якщо відомий один частинний розв'язок. Інтегрування лінійних рівнянь за допомогою степеневих рядів.		2	2			4
<b>Тема 5. Диференціальні моделі коливних процесів.</b> Рівняння механічних коливань. Якісне дослідження вільних і вимушених коливань.		2				4
<b>Тема 6. Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку.</b> Основні означення й поняття. Існування розв'язку крайової задачі. Функція Гріна крайової задачі. Крайові задачі на власні значення.		2	2			4
<b>Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь.</b> Основні означення й поняття. Механічне тлумачення нормальної системи та її розв'язків. Зведення диференціального рівняння $n$ -го порядку до нормальної системи й обернена задача.		4	2			6

<b>Тема 8. Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.</b> Лінійно залежні та лінійно незалежні сукупності функцій. Формула Якобі. Основна теорема. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Знаходження експоненти матриці.		4	4			8
<b>Тема 9. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.</b> Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації довільних сталих. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод інтегровних комбінацій.		4	4			8
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		28	24			52
<b>Модуль 4</b>						
<b>Тема 1. Основи теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь.</b> Основні означення й поняття. Дослідження на стійкість точок спокою. Стійкість за першим наближенням. Критерії Рауса – Гурвіца, Льєнара – Шипара.		3	2			6
<b>Тема 2. Метод функцій Ляпунова. Фазова площина.</b> Дослідження на стійкість за методом функцій Ляпунова. Класифікація точок спокою автономної системи.		3	2			6
<b>Тема 3. Лінійні однорідні рівняння з частинними похідними першого порядку.</b> Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння. Задача Коші для лінійного однорідного рівняння.		3	2			6
<b>Тема 4. Квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку.</b> Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку. Задачі Коші для		3	2			6

квазілінійного рівняння першого порядку.						
Модульна контрольна робота			2			
Разом за модуль		12	10			24
<b>Разом за семестр</b>		<b>40</b>	<b>34</b>			<b>76</b>

### 6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Диференціальне рівняння та його розв'язки. Інтегральні криві. Поле напрямів. Ізокліни.	2
2	Рівняння з відокремлюваними змінними. Задачі практики, що призводять до диференціальних рівнянь.	2
3	Однорідні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	4
4	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	4
5	Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник та способи його відшукування.	4
6	Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Знаходження розв'язків у параметричному вигляді, особливі розв'язки.	4
7	Рівняння Лагранжа та Клеро.	2
8	Способи пониження порядку диференціальних рівнянь. Неповні рівняння. Автономні рівняння. Однорідні та квазіоднорідні рівняння вищих порядків. Рівняння з точними похідними.	8
9	Лінійні однорідні рівняння $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера.	2
10	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації сталих.	2
11	Диференціальні рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами.	2
12	Лінійні диференціальні рівняння другого порядку.	2
13	Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Метод зведення системи до рівняння $n$ -го порядку, метод Ейлера. Знаходження матричної експоненти.	6
14	Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів, метод варіації сталих.	4
15	Стійкість лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Дослідження на стійкість точок спокою. Стійкість за першим наближенням. Критерій Рауса – Гурвіца.	2

16	Класифікація положень рівноваги лінійної автономної системи на площині. Особливі точки нелінійних систем.	2
17	Відшукування загальних розв'язків лінійних та квазілінійних рівнянь із частинними похідними першого порядку.	2
18	Задачі Коші для лінійних та квазілінійних ДРЧП першого порядку.	2
19	Модульні контрольні роботи	8
<b>Разом</b>		<b>64</b>

#### 6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання навчального матеріалу лекційних занять	36
2	Виконання індивідуальних завдань	36
3	Підготовка до іспиту (5-й семестр)	32
4	Підготовка до іспиту (6-й семестр)	32
<b>Разом</b>		<b>136</b>

#### 6.5. Індивідуальні завдання

Зразок варіанту індивідуального завдання №1 (до модуля 1):

1. За допомогою ізоклін наближено побудувати інтегральні криві рівняння  $xy' = 3y$ .
2. Зінтегрувати рівняння, відокремивши змінні:  $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$ .
3. Зінтегрувати однорідне рівняння:  $xy' - y = x \operatorname{tg}(yx^{-1})$ .
4. Зінтегрувати рівняння, звівши його до однорідного:  
 $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$ .
5. Знайти криві, у яких піддотична дорівнює сумі абсциси та ординати точки дотику.

Зразок варіанту індивідуального завдання №2 (до модуля 1):

1. Знайти загальний розв'язок лінійного рівняння:  $y' = 2x(x^2 + y)$ .
2. Зінтегрувати рівняння Бернуллі:  $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$ .
3. Зінтегрувати рівняння, звівши його до лінійного:  
 $yx^{-1}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$ .
4. Зінтегрувати рівняння в повних диференціалах:  
 $(1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$ .
5. Знайти інтегрувальний множник та зінтегрувати рівняння:  
 $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №3 (до модуля 2):

Зінтегрувати рівняння та дослідити на особливі розв'язки:

1)  $y = y'^2 + 2y'^3$ ;

2)  $xy'(y' + 2) = y$ ;

3)  $2xy' - y = \ln y'$ ;

4)  $y'^2 - 2xy' = 8x^2$ ;

5)  $y = xy' - 2y'^3$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №4 (до модуля 2):

1. Зінтегрувати рівняння шляхом пониження порядку:

а)  $yy'' = y'^2 - y'^3$ ; б)  $2xy''' = y''$ ; в)  $xy'' + y' - x^2 - 1 = 0$ .

2. Розв'язати задачі Коші:

а)  $y''' = 3yy'$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 4,5$ ;

б)  $x^2 y'' - 3xy' = 6x^{-2} y^2 - 4y$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 4$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №5 (до модуля 3):

1. Розв'язати лінійне однорідне рівняння методом Ейлера:

$$y^{(5)} - 10y''' + 9y' = 0.$$

2. Розв'язати лінійне неоднорідне рівняння зі сталими коефіцієнтами методом варіації сталих:  $y'' + 4y = \sec(2x)$ .

3. Записати вигляд загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння з невизначеними коефіцієнтами (числових значень коефіцієнтів не знаходити):  $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = e^{2x} \sin(2x) + x^2 e^{2x} + x \cos(2x)$ .

4. Знайти розв'язок задачі Коші:  $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ .

5. Розв'язати рівняння Ейлера:  $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 10x^3$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №6 (до модуля 3):

1. Розв'язати лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = x - 2y, \\ z' = x + 3y + z; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x' = 3x - y + z, \\ y' = x + y + z, \\ z' = 4x - y + 4z. \end{cases}$$

2. Розв'язати лінійну неоднорідну систему диференціальних рівнянь мето-

дом варіації сталих: 
$$\begin{cases} x' = y + \operatorname{tg}^2(t) - 1, \\ y' = -x + \operatorname{tg}(t). \end{cases}$$

3. Побудувати загальний розв'язок лінійної неоднорідної системи диференціальних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів (числових значень

$$\text{коефіцієнтів не знаходити): } \begin{cases} x' = 2x - y - z + 4e^{-2t} \\ y' = 2x - y - 2z - 6\cos t + t - 1, \\ z' = 2z - x + y - 3t^2. \end{cases}$$

4. Знайти експоненту матриці  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$ .

Зразок варіанту індивідуального завдання №7 (до модуля 4):

1. Дослідити на стійкість за першим наближенням нульовий розв'язок системи:

$$\begin{cases} x' = 2xy - x + y, \\ y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y. \end{cases}$$

2. За допомогою критерію Гурвіца дослідити на стійкість нульовий розв'язок рівняння:  $y^{(5)} + 4y^{(4)} + 9y''' + 16y'' + 19y' + 13y = 0$ .

3. Визначити тип особливої точки та побудувати її фазовий портрет:

$$y' = \frac{-2x + 5y}{x + 2y}.$$

4. Знайти та дослідити положення рівноваги системи:  $\begin{cases} x' = \ln(1 - y + y^2), \\ y' = 3 - \sqrt{x^2 - 8y}. \end{cases}$

Зразок варіанту індивідуального завдання №8 (до модуля 4):

1. Розв'язати систему диференціальних рівнянь у симетричній формі:

$$\frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{z} = -\frac{dz}{y}.$$

2. Записати множину розв'язків рівняння з частинними похідними:

$$x^2 z \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 z \frac{\partial z}{\partial y} = x + y.$$

3. Розв'язати задачу Коші для лінійного диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2, \quad y = 1, \quad z = x^2.$$

4. Знайти поверхню, яка задовольняє рівняння  $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x - 3y)$  і проходить через криву  $x = 1, yz + 1 = 0$ .

## 7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

### Основна література

1. *Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. 3-є видання, перероб. і доповн. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 528 с.
2. *Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О.* Диференціальні рівняння в задачах: Підручник. – К.: Либідь, 2003. – 502 с.
3. *Кривошея С. А., Перестюк Н. А., Бурим В. М.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
4. *Перестюк М. О., Свіщук М. Я.* Збірник задач з диференціальних рівнянь. – К.: Либідь, 2004. – 208 с.
5. *Рего В. Л., Варга Я. В.* Диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування: навчальний посібник з курсу «Диференціальні рівняння», частина І. – Ужгород: УжНУ, 2021. – 124 с.
6. *Рего В. Л., Варга Я. В., Король І. І.* Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: навчальний посібник з курсу «Диференціальні рівняння», частина ІІ. – Ужгород: УжНУ, 2022. – 124 с.
7. *Рего В. Л., Варга Я. В., Король І. І., Сливка-Тилищак Г. І.* Теорія стійкості. Диференціальні рівняння з частинними похідними першого порядку: навчальний посібник з курсу «Диференціальні рівняння», частина ІІІ. – Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2024. – 88 с.

### Допоміжна література

1. *Головатий Ю. Д., Кирилич В. М., Лавренюк С. П.* Диференціальні рівняння: навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 407 с.
2. *Замалетдінова Ф. І.* Методи розв'язування диференціальних рівнянь. – Львів. Вид-во Львівського ун-ту, 1961. – 200 с.
3. *Ляшко І. І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., Калайда О. Ф.* Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1981 – 504 с.
4. *Шкіль М. І., Сотніченко М. А.* Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1992. – 304 с.
5. *Триш Б. М.* Практикум з вищої математики. Модуль 8. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 112 с.

### Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій ДВНЗ «УжНУ»), зокрема URL посібників 5.-7. зі списку основної літератури:  
<https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/38291>

<https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/44854>

<https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/63193>

2. <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/29974> (електронні цикли лекцій, практичних занять та варіанти індивідуальних завдань в Інфо-центрі ДВНЗ «Уж-НУ»)

## Результати перегляду робочої програми навчальної дисципліни

Робоча програма перезатверджена на 2025/ 2026 н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

Пр.. № 10 від «18» 06 2025 р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Олександр РЕЙТІЙ  
(підпис) (Ім'я, прізвище)

Робоча програма перезатверджена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ н. р. без змін; зі змінами (Додаток \_\_\_\_).  
(потрібне підкреслити)

протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р. Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (Прізвище, ініціали)