

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КОМП’ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ



ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан інженерно-технічного
факультету

доц. Йолана ГОЛИК

17 жовтня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

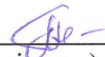
Рівень вищої освіти – перший (бакалавр)
Галузь знань – F– інформаційні технології
Спеціальність – F7 – комп’ютерна інженерія
Освітня програма – «комп’ютерні системи та мережі»
Статус дисципліни – обов’язкова
Мова навчання – українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» для здобувачів вищої освіти галузі знань F – «Інформаційні технології» спеціальності F7 – «Комп'ютерна інженерія» освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі» – 18 с.

Розробник: Гапак О.М., доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж, канд. пед. наук, доцент


Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж

протокол № 13 від «25» червня 2025 р.

Завідувач кафедри  доц. Петро Горват
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-технічного факультету

протокол № 6 від « 27 » червня 2025 р.

Голова науково-методичної комісії  доц. Володимир ЦИГИКА
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 4	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 120	1-й
Кількість модулів – 2	Семестр
	1-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3,3 години самостійної роботи студента – 3,3 години	Лекції
	30 год
	Практичні (семінарські)
	14 год
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні
	16 год
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота
	60 год

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна лінійної алгебри та аналітичної геометрії є фундаментом подальшої освіти інженера, який має важливе значення як для вивчення загально технічних так і спеціальних дисциплін.

Мета вивчення навчальної дисципліни лінійної алгебри та аналітичної геометрії: дати студентам фундаментальну базову підготовку, необхідну для розв'язання як теоретичних, так і практичних задач; допомогти студентам у формуванні особистості, його інтелекту і здатності до логічного і алгоритмічного мислення; виховати у студентів математичної культури, розуміння ролі і місця математики в сучасній цивілізації і в світовій культурі; навчити методам розв'язання систем алгебраїчних рівнянь, методам застосування векторів при

розв'язанні інженерних задач, методам побудови та аналізу кривих і поверхонь; виробити практичні навички користування сучасними засобами обчислювальної техніки.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен:

Знати: елементи теорії визначників, матриць, систем лінійних рівнянь, векторів, прямих на площині та в просторі, кривих та поверхонь другого порядку

Уміти: виконувати математичні перетворення та розрахунки, які необхідні для розробки та використання технічного об'єкту (ТО) та програмного об'єкту (ПО) і які потребують застосування основних понять, законів і методів лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Вивчення даної дисципліни базується на знанні студентами курсу «Математика» в обсязі середньої школи. Використовується при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Чисельні методи».

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

- інтегральна (здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності у комп'ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов);
- загальні (ЗК1 здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу; здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК2 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК3 здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; ЗК10 здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя);

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна є фундаментальною дисципліною для усіх технічних спеціальностей. Передумовами вивчення навчальної є опанування студентами курсу «Алгебра» та «Геометрія» в обсязі середньої школи.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.	ПРН1
Мати навички проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах	ПРН2
Вміти системно мислити та застосовувати творчі здібності до формування нових ідей	ПРН8
Уміти здійснювати пошук інформації в різних джерелах для розв'язання задач комп'ютерної інженерії	ПРН 11
Усвідомлювати необхідність навчання впродовж усього життя з метою поглиблення набутих та здобуття нових фахових знань, удосконалення креативного мислення.	ПРН20

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Математичний аналіз»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Уміння сприймати та розуміти надану математичну інформацію у повному обсязі. Уміння застосовувати математичні знання у процесі розв'язання професійних задач, побудови математичних моделей.	ПРН1, ПРН2
Уміння застосовувати дослідницькі навички в спеціалізованих дисциплінах	ПРН8, ПРН11
Уміння застосовувати творчі здібності, які характеризують готовність до створення принципово нових ідей, що відрізняються від традиційних; системно мислити.	ПРН20

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Робоча програма з дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», що вивчається на першому курсі ІТФ напряму підготовки «Комп'ютерна інженерія» містить два модулі. Перший змістовий модуль складається з чотирьох тем (Т1, Т2, Т3, Т4), другий – із двох тем (Т1, Т2), третій – із п'яти тем (Т1, Т2, Т3, Т4, Т5). Використовуються методи усного контролю та письмового контролю. Поточний контроль передбачає: опитування студентів під час захисту лабораторних робіт та опитування на лекціях та практичних; контрольні роботи, індивідуальні, самостійні завдання. Підсумковий контроль передбачає екзамен.

Для контролю знань розроблено: перелік теоретичних та практичних завдань (наведено в додатку); завдання для самостійної роботи, зі змістом яких студенти ознайомлюються на початку семестру.

Оцінка ECTS, яку студент отримує після вивчення кредитного модуля дисципліни, визначається відповідно до рейтингу студента. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує протягом семестру за такі види робіт:

1. Модульна контрольна робота (МКР) тривалістю по 2 акад. години. Максимальна кількість балів за МКР – 50 балів.

2. Оцінювання студента на практичних заняттях, максимальна кількість балів – 20.

3. Виконання лабораторних робіт.

Протягом першого та другого модуля студенти виконують по 3 лабораторні роботи (максимальна кількість балів за три роботи – 20, а саме: 1 робота – 4 балів, 2 робота – 8 балів, 3 робота – 8 балів, 4 робота – 7 балів, 5 робота – 6, 6 робота – 7 балів).

4. Бали із індивідуальної та самостійної роботи студентів нараховуються за: підготовку рефератів, модернізацію завдань, за творчий підхід до виконання завдань, виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни та завдань підвищеної складності: 0-10 балів за кожен модуль.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру: 100 балів.

Необхідною умовою допуску до іспиту є відсутність заборгованостей з лабораторних робіт та зарахування контрольних робіт. В кінці вивчення дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів з двох модулів.

12. Розподіл балів, які отримують студенти за 1 модуль

Поточне тестування (опитування)				Самостійна робота	Письмова контроль- на робота	Сума
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2		100
T1	T2	T3	T4	T1	T2	
8	8	8	4	6	6	
				10	50	

Розподіл балів, які отримують студенти за 2 модуль

Поточне тестування(опитування)					Самостійна робота	Письмова контроль- на робота	Сума
Змістовий модуль 3					10	50	100
T1	T2	T3	T4	T5			
10	10	5	10	5			

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максима- льна кіль- кість балів (сумарна)	Кількість	Максима- льна кіль- кість балів (сумарна)
Практичні (семінарські) заняття	4	20	3	20
Лабораторні заняття (до- пуск, виконання та захист)	4	20	4	20
Комп'ютерне тестування при тематичному оціню- ванні	-	-	-	-
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	1	10	1	10
Модульна контрольна ро- бота	1	50	1	50
Разом		100		100

До складання іспиту допускаються лише студенти, які мають рейтинго-
вий бал не менше 35. Екзамен з навчальної дисципліни студент може не скла-
дати, якщо він оцінений за всіма модулями та його влаштовує рейтингова оцінка.
Студенти, які мають рейтинговий бал від 35 до 59 екзамен складають

обов'язково. Студент може підвищити на екзамені оцінку, при цьому рейтингова оцінка не може бути зменшена.

За результатами виконання студентом навчальної програми впродовж семестру рекомендується виставляти заліки та екзамени без додаткового опитування за такою шкалою:

Шкала оцінювання (ECTS та національна)

Сумарні бали	Оцінка ECTS	Екзамен (диф.залік)	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
82 – 89	B	Добре	
74 – 81	C		
64 – 73	D	Задовільно	
60 – 63	E		
35 – 59	FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Незараховано з можливістю повторного складання
1 – 34	F	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1 Зміст навчальної дисципліни

Змістовний модуль 1. Лінійна алгебра.

Тема 1. Елементи теорії визначників. Визначники 2-го і 3-го порядку та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення. Поняття про визначники вищих порядків. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).

Тема 2. Матриці та дії над ними. Поняття про матрицю. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число. Добуток матриць. Одиначна матриця. Транспонована матриця. Обернена матриця. Ранг матриці. Елементарні перетворення.

Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Загальний вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Правило Крамера. Матричний розв'язок системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання системи лінійних рівнянь. Умови сумісності, теорема Кронекера-Капеллі. Лінійні однорідні системи рівнянь.

Тема 4. Лінійні простори та лінійні оператори. Поняття лінійного простору, базис лінійного простору, лінійна залежність векторів. Лінійне відображення, власні вектори та власні значення.

Змістовний модуль 2. Векторна алгебра.

Тема 1. Вектори і лінійні операції над ними. Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиничний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори. Лінійні операції над векторами. Кут між векторами. Проекція вектора на вісь. Розклад вектора на складові по осях координат. Розклад вектора за базисом. Ділення відрізка в заданому відношенні. Напрямні косинуси вектора. Умова колінеарності та компланарності векторів.

Тема 2. Скалярний, векторний та змішаний добуток векторів. Означення скалярного добутку, його властивості, геометричний та фізичний зміст. Вираження скалярного добутку через координати векторів. Косинус кута між двома векторами. Означення векторного добутку, його властивості та геометричний зміст. Вираження векторного добутку через координати векторів. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів. Геометричний зміст змішаного добутку. Умова компланарності трьох векторів.

Змістовний модуль 3. Аналітична геометрія.

Тема 1. Пряма лінія на площині. Нормальний вектор прямої. Рівняння прямої, що проходить через дану точку перпендикулярно заданому вектору. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Напрямний вектор прямої. Канонічне рівняння прямої (рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку). Параметричне рівняння прямої. Пучок прямих, що прохо-

дять через дану точку.. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Нормальне рівняння прямої. Обчислення кута між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Віддаль від точки до прямої

Тема 2. Пряма і площина в просторі. Нормальний вектор площини. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору. Загальне рівняння площини. Рівняння площини, що проходить через три точки. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Віддаль від точки до площини. Загальне рівняння прямої в просторі. Векторне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Кут між прямою і площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини..

Тема 3. Перетворення координат. Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат.

Тема 4. Криві другого порядку. Поняття лінії другого порядку. Коло, еліпс, гіпербола, парабола їх геометричні властивості і рівняння. Технічне застосування геометричних властивостей кривих другого порядку. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.

Тема 5. Поверхні другого порядку. Сфера, циліндричні і конічні поверхні. Поверхні обертання, еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування.

6.2 Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Лінійна алгебра.						
Тема 1. Елементи теорії визначників.	8	2	1	1		4
Тема 2. Матриці та дії над ними	8	2	1	1		4
Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛР)	16	4	4	4		4
Тема 4. Лінійні простори та лінійні оператори	5	2				3
Разом за змістовим модулем 1	37	10	6	6		15
Змістовий модуль 1. Векторна алгебра						
Тема 1. Вектори і лінійні операції над ними.	12	2	1	1		8
Тема 2. Скалярний, векторний та змішаний добуток векторів.	13	4	1	1		7
Разом за змістовим модулем 2	25	6	2	2		15
Усього за модуль 1	62	16	8	8		30
Модуль 2						
Змістовний модуль 3. Аналітична геометрія						
Тема 1. Пряма лінія на площині.	14	4	2	2		6
Тема 2. Пряма і площина в просторі.	12	2	2	2		6
Тема 3. Перетворення координат	8	2				6
Тема 4. Криві другого порядку	16	4	2	4		6
Тема 5. Поверхні другого порядку	8	2				6
Разом за змістовим модулем 3	58	14	6	8		30
Усього за модуль 2	58	14	6	8		30
Усього годин	120	30	14	16		60

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Модуль 1	
1	Визначники 2-го, 3-го та вищих порядків. Матриці та дії над ними.	2
2	Правило Крамера. Матричний розв'язок системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання системи лінійних рівнянь. Умови сумісності, теорема Кронекера-Капеллі. Лінійні однорідні системи рівнянь.	4
3	Скалярний добуток векторів Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів.	2
	Разом за модуль 1	8
	Модуль 2	
4	Пряма лінія на площині.	2
5	Площина і пряма в просторі.	2
6	Криві другого порядку	2
7	Поверхні другого порядку	
	Разом за модуль 2	6
	Разом	14

6.4. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Модуль 1	
1	Початкове знайомство з роботою програми Mathcad. Символьні обчислення.	1
2	Матричні операції. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	5
3	Операції над векторами. Розв'язування задач векторної алгебри.	2
	Разом за модуль 1	8
	Модуль 2	
4	Пряма на площині. Різні види прямої на площині.	2
5	Площина і пряма в просторі.	2
6	Криві другого порядку.	4
	Разом за модуль 2	8
	Разом	16

6.5. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Визначники вищих порядків та їх обчислення.	4
2	Операції над матрицями. Розв'язання СЛР.	6
3	Знаходження власних значень та власних векторів.	6
4	Вектори та операції над ними.	14
5	Пряма на площині та в просторі. Площина.	5
6	Взаємне розташування прямої та площини в просторі.	10
7	Зведення кривих другого порядку до канонічного виду.	10
8	Поверхні другого порядку. Приклади поверхонь.	5
	Разом	60

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Використовуються традиційні методи навчання: лекції, лабораторні заняття, самостійна та індивідуальна робота студентів, консультації. Лабораторні роботи виконуються на персональних комп'ютерах із встановленою операційною системою Windows, Linux. Програмне забезпечення: математичні пакети вільного доступу, аналогу MathCad.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

Базова

1. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи / Г.Й. Призва і ін. – 400 с.
2. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 2. Спеціальні розділи / Г.Л. Кулініч і ін. – 400 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник.– Київ: Вища шк., 1993. – 648 с.
4. Вища математика: Збірник задач: Навч. Посібник /Дубовик В.П., Юрик І.І. та ін.– Київ: Вища шк., 1999. - 480 с.
5. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник: : У 2 чт. – К.: Техніка, 2000. – Ч. 1. – 792 с.
6. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник: : У 2 чт. – К.: Техніка, 2000. – Ч. 2. – 792 с.
7. Гапак О.М. Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт з курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія для студентів 1-го курсу інженерно-технічного факультету, напряму підготовки «Комп'ютерна інженерія» / І.Ю. Король, П.П. Горват, О.М. Гапак // Ужгород: видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. – 61 с.

ДОДАТКИ

Перелік питань до модульного контролю 1

I. Елементи теорії визначників

1. Визначники 2-го і 3-го порядку та їх властивості.
2. Мінори та алгебраїчні доповнення.
3. Поняття про визначники вищих порядків.
4. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).

II. Матриці та дії над ними

5. Поняття про матрицю.
6. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число, властивості даних операцій.
7. Добуток матриць, властивості добутку.
8. Одинична матриця. Транспонована матриця.
9. Обернена матриця.
10. Ранг матриці.
11. Елементарні перетворення над матрицями.

III. Загальна теорія систем лінійних рівнянь

12. Загальний вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
13. Означення розв'язку системи лінійних рівнянь.
14. Правило Крамера.
15. Матричний розв'язок системи лінійних рівнянь.
16. Метод Гаусса розв'язання системи лінійних рівнянь.
17. Умови сумісності, теорема Кронекера-Капеллі.
18. Лінійні однорідні системи рівнянь..

IV. Лінійні простори та лінійні оператори

19. Поняття n-вимірного векторного простору.
20. Поняття лінійного простору, базис лінійного простору, лінійна залежність векторів.
21. Лінійний оператор, власні вектори та власні значення.
22. Схема знаходження власних значень та відповідних їм власних векторів.

V. Вектори і операції над ними

23. Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиничний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори.
24. Лінійні операції над векторами.
25. Кут між векторами. Проекція вектора на вісь. Розклад вектора на складові по осях координат.
26. Розклад вектора за базисом.
27. Ділення відрізка в заданому відношенні.
28. Напрявні косинуси вектора.
29. Умова колінеарності та компланарності векторів.
30. Означення скалярного добутку, його властивості, геометричний та фізичний зміст.
31. Вираження скалярного добутку через координати векторів.

32. Косинус кута між двома векторами.

33. Означення векторного добутку, його властивості та геометричний зміст. Вираження векторного добутку через координати векторів.

34. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів. Геометричний зміст змішаного добутку. Умова компланарності трьох векторів.

35. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів. Геометричний зміст змішаного добутку. Умова компланарності трьох векторів.

Типові практичні завдання до модуля 1

1. Користуючись правилом Крамера, розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -3, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases}$$

2. Користуючись методом Гаусса, розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

3 Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним способом:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

4. Дослідити систему на сумісність за теоремою Кронекера-Капелі:

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 1, \\ 2x + y - 5z = -1, \\ x - y - z = -2. \end{cases}$$

5. Знайти ранг матриці:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

6. Знайти обернену матрицю до даної та зробити перевірку:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Перемножити дві матриці:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

8. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 & 6 & 1 \\ 5 & 0 & 7 & 13 & 4 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 5 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

9. Вектори $\overline{AB} = \{2; 6; 4\}$ і $\overline{AC} = \{4; 2; -2\}$ співпадають із сторонами $\triangle ABC$. Знайти координати вектора \overline{BN} , який співпадає з медіаною, проведеною з вершини B .

10. Вектори $\overline{AB} = \{2; 6; -4\}$ і $\overline{AC} = \{4; 2; -6\}$ співпадають із сторонами $\triangle ABC$. Знайти координати вектора \overline{CP} , який співпадає з медіаною, проведеною з вершини C .

11. Вектори $\overline{AB} = \{2; -1; 3\}$, $\overline{AD} = \{-1; 0; 1\}$ співпадають із сторонами паралелограма $ABCD$. Знайти координати і довжину вектора \overline{DB} .

12. Перевірити, чи компланарні вектори:
 $\vec{a} = \{-1; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{2; -3; -4\}$, $\vec{c} = \{-3; 12; 6\}$.

13. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{\pi}{3}$. Обчислити $(\vec{a} - 2\vec{b})^2$.

14. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{3\pi}{4}$. Знайти $(\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$.

15. Знайти при якому значенні α вектори $\vec{a} = \{\alpha; -3; 2\}$, і $\vec{b} = \{1; 2; -\alpha\}$ перпендикулярні?

16. $\vec{a} = \{1; -3; 4\}$, $\vec{b} = \{3; -4; 2\}$. Знайти $pr_a \vec{b}$.

17. Вектор $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, де $\vec{a} = \{1; 0; -2\}$, $\vec{b} = \{3; -1; 1\}$. Знайти $(\vec{a} - 2\vec{b})^2$.

18. Знайти координати вектора $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + 3\vec{b})$, якщо $\vec{a} = \{3; -1; -2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; -1\}$.

19. Знайти кут між векторами: $\vec{a} = \{-1; 1; 0\}$, і $\vec{b} = \{1; -2; 2\}$.

20. Знайти $\left(\vec{m} + 2\vec{n}\right) \times \left(2\vec{m} + \vec{n}\right)$, якщо $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$, $\left(\vec{m}, \vec{n}\right) = \frac{\pi}{6}$.

21. Чи лежать в одній площині точки: $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(2; 3; 0)$, $D(5; 0; -6)$ —?

22. Знайти вектор \vec{x} , перпендикулярний до векторів $\vec{a} = \{2, -1, 1\}$ і $\vec{b} = \{3, 2, 1\}$ і задовольняє умову $\vec{x} \cdot \vec{y} = 2$, де $\vec{y} = \{2, -1, 1\}$.

23. Знайти об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах: $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$; $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

24. Довести, що вектори $\vec{a} = \{2, 1, 1\}$, $\vec{b} = \{1, 2, -2\}$, $\vec{c} = \{1, 1, 2\}$ утворюють базис, і розкласти вектор $\vec{d} = \{4, 3, -2\}$ за цим базисом.

25. Знайти об'єм піраміди з вершинами: $A(2; 1; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(2; 0; 6)$, $D(2; 3; 8)$.

26. Знайти площу трикутника з вершинами: $A(1; -2; 8)$, $B(0; 0; 4)$, $C(6; 2; 0)$.

Перелік питань до модульного контролю 2

I. Пряма лінія на площині

36. Нормальний вектор прямої. Рівняння прямої, що проходить через дану точку перпендикулярно заданому вектору.
37. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
38. Напрямний вектор прямої. Канонічне рівняння прямої(рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку).
39. Параметричне рівняння прямої.
40. Пучок прямих, що проходять через дану точку.
41. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
42. Рівняння прямої, що проходить через дві точки.
43. Нормальне рівняння прямої.
44. Обчислення кута між двома прямими.
45. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.
46. Віддаль від точки до прямої.

II. Пряма і площина в просторі.

47. Нормальний вектор площини. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору.
48. Загальне рівняння площини.
49. Рівняння площини, що проходить через три точки.
50. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин.
51. Віддаль від точки до площини.
52. Загальне рівняння прямої в просторі.
53. Векторне рівняння прямої.
54. Параметричне рівняння прямої.
55. Канонічне рівняння прямої.
56. Рівняння прямої, що проходить через дві точки.
57. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих.
58. Кут між прямою і площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини.

III. Перетворення координат.

59. Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами.
60. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат і.

IV. Криві другого порядку.

61. Поняття лінії другого порядку.
62. Коло, еліпс, гіпербола, парабола їх геометричні властивості і рівняння.
63. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.

V. Поверхні другого порядку.

64. Сфера, циліндричні і конічні поверхні.
65. Поверхні обертання, еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування

Типові практичні завдання до модуля 2

Дано координати вершин піраміди: $A_1(1, 3, 6)$, $A_2(2, 2, 1)$, $A_3(-1, 0, 1)$, $A_4(-4, 6, -1)$. Знайти:

27. Рівняння прямої A_1A_2 ;

28. Довжину ребра A_1A_2 ;

29. Рівняння площини, що проходить через точки A_1, A_2, A_3 ;

30. Кут між прямими A_1A_2 і A_1A_3 .

Дано координати вершин трикутника: $A_1(1, 3)$, $A_2(2, 6)$, $A_3(-1, 1)$.

Знайти:

31. Рівняння прямої A_1A_2 ;

32. Рівняння висоти цього трикутника, опущеної із вершини A_2 ;

33. Внутрішній кут A_2 ;

34. Відстань від точки $A_4(5, 4)$ до прямої A_1A_2 .

35. Скласти рівняння еліпса, фокуси якого лежать на осі абсцис, симетрично початку координат, якщо $c = 4, \varepsilon = \frac{1}{2}$ та побудувати даний еліпс.

36. Скласти рівняння гіперболи, фокуси якої лежать на осі абсцис, симетрично початку координат, якщо $c = 3, \varepsilon = \frac{3}{2}$ та побудувати дану гіперболу.

37. Скласти рівняння параболи, вершина якої знаходиться в початку координат і параболою симетрична відносно осі OX і проходить через точку $A(9, 6)$.

38. Знайти центр, півосі, ексцентриситет гіперболи $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$.

39. Знайти центр та півосі еліпса $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$.

40. Знайти центр та радіус кола $2x^2 + 2y^2 + 8x - 6y - 15 = 0$.

41. Знайти вершину та параметр параболи $y^2 - 16x - 6y + 25 = 0$.

42. Знайти проекцію точки $A(1, -3, 2)$ на площину $6x + 3y - z - 41 = 0$.

43. Знайти проекцію точки $A(1; 2; 1,5)$ на пряму $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+1}{2}$.

44. Знайти відстань точки $A(1, -3, 2)$ до прямої $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$.

45. Знайти точку симетричну до точки $A(2; -5; 7)$ відносно прямої, що проходить через дві точки $A_1(5, 4, 6)$, $A_2(-2, -17, -8)$.