

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ**

ЗАТВЕРДЖУЮ

**Декан інженерно-технічного
факультету**

доц. Йолана ГОЛИК

“ 30 ” червня 2025 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Галузь знань – 12 – Інформаційні технології

Спеціальність – 123 – Комп'ютерна інженерія

Освітня програма – «Комп'ютерні системи та мережі»

Статус дисципліни – обов'язкова

Мова навчання – українська

Ужгород 2025

Робоча програма навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» для здобувачів вищої освіти галузі знань 12 Інформаційні технології спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі» – 24 с.

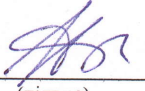
Розробники: Король Ю.Ю., доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж,
кандидат фіз-мат. наук

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж

протокол № 13 від «25» червня 2025 р

Завідувач кафедри  Петро ГОРВАТ
(підпис)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-технічного факультету
протокол № 6 від «27» червня 2025 р.

Голова науково-методичної комісії  Володимир ЦИГИКА
(підпис)

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 3.5	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 105	3-й
	Семестр
	5-й
	Лекції
	30 год.
	Практичні (семінарські)
	—
	Лабораторні
	22 год.
	Самостійна робота
	43 год.

2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета курсу "Алгоритми та методи обчислень" полягає в тому, щоб навчити студентів розробляти та реалізовувати алгоритми наближеного розв'язання різноманітних задач прикладної математики.

В результаті вивчення дисципліни СТУДЕНТ ПОВИНЕН:

ЗНАТИ: предмет чисельних методів, його основні поняття, вимоги до чисельних методів та реалізацію їх на ЕОМ;

- похибки результатів чисельного розв'язування задач (джерела та класифікації похибок);

- розв'язування рівнянь з одним невідомим (задача відокремлення коренів, методи поділу відрізка навпіл, простої ітерації, Ньютона, хорд та оцінки похибок);

- розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (знаходження оберненої матриці, метод Жордана-Гаусса);

- обчислення власних значень та власних векторів матриць;

- задачу наближення функцій (інтерполяційні многочлени Лагранжа і Ньютона);

- задачу чисельного інтегрування, квадратурні формули Ньютона-Котеса, формули прямокутників, трапецій і Сімпсона та оцінки їх залишкових членів;

- розв'язання задач лінійного програмування;

- чисельні методи розв'язування задач Коші для звичайних диференціальних рівнянь (постановка задачі Коші, наближені методи розв'язування, підходи до оцінки точності);

- розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

УМІТИ: обґрунтовувати вибір чисельного методу розв'язування математичної задачі, знати особливості його реалізації на ЕОМ;

- володіти алгоритмом методу, вміти скласти програму на одній з мов програмування;

- проводити необхідні обчислення і аналіз отриманих результатів.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

- інтегральна (здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності у комп'ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов);
- загальні (здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу; навички міжособистісної взаємодії);
- фахові (здатність використовувати сучасні методи і мови програмування для розроблення алгоритмічного та програмного забезпечення; здатність створювати системне та прикладне програмне забезпечення комп'ютерних систем та мереж).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» є опанування студентами розділів вищої математики, а саме, навчальної дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» (ОК6) та дисципліни «Математичний аналіз» (ОК7) освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі»

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.	ПРН1
Мати навички проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах.	ПРН2

Вміти розробляти програмне забезпечення для вбудованих і розподілених застосувань, мобільних і гібридних систем, розраховувати спеціальності обладнання.	ПРН10
--	-------

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Розуміння наукових положень, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.	ПРН1
Набуття навичок проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах.	ПРН2
Розробка програмного забезпечення для вбудованих і розподілених застосувань, мобільних і гібридних систем.	ПРН10

5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

5.1 Зміст навчальної дисципліни

Змістовний модуль № 1. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ, СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ ТА НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ. ОБЧИСЛЕННЯ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ ТА ВЛАСНИХ ВЕКТОРІВ МАТРИЦЬ. ІНТЕРПОЛЮВАННЯ ФУНКЦІЙ.

Тема 1. Вступ. Математичні моделі та чисельні методи

Предмет та методи обчислювальної математики, поняття про обчислювальний експеримент. Методи розв'язування математичних задач. Чисельні методи. Вимоги до чисельних методів. Стійкість. Коректність. Приклади задач, які чутливі до похибок вхідних даних. Приклади нестійких методів (алгоритмів).

Тема 2. Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.

Відокремлення коренів. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навіпіл, простої ітерації та його модифікації; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Метод Ньютона, хорд, комбінований; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки.

Тема 3. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса (схема з вибором головного елемента). Розкладання матриці на множники (LU- розкладання, метод квадратних коренів).

Тема 4. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь

Узагальнений метод Ньютона розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Умови збіжності.

Тема 5. Обчислення власних значень та власних векторів матриці.

Метод характеристичного рівняння матриці. Метод Фадєєва-Левєр'є. Метод Крилова. Метод Данилевського. Обчислення окремих власних значень.

Тема 6. Інтерполяція і наближення функцій

Постановка задачі наближення функцій. Канонічний многочлен. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяційні формули Ньютона. Похибки інтерполяційних формул Ньютона.

Змістовний модуль № 2. ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ТА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Тема 1. Чисельне інтегрування функцій.

Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона – Котеса. Квадратурні формули: прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.

Тема 2. Розв'язання задач лінійного програмування.

Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Симплекс метод задачі лінійного програмування.

Тема 3. Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

Основні поняття. Наближені методи розв'язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта. Підходи до оцінки похибки.

Тема 4. Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.

Загальний підхід до побудови лінійних багатокрокових методів. Методи Адамса-Башфорта, Адамса-Мултона. Метод предиктор-коректор.

Тема 5. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

Постановка задачі. Розв'язування крайової задачі методом прицілювання. Метод скінчених різниць. Власні значення стрічкових матриць. Ітераційні методи розв'язання системи різницевих рівнянь.

5.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	у тому числі					
	лекції	практичні	лабораторні	індив. робота	самостійна робота	
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовний модуль № 1. Методи розв'язання нелінійних рівнянь, систем лінійних та нелінійних рівнянь. Обчислення власних значень та власних векторів матриці. Інтерполювання функцій.						
Тема 1. Вступ. Математичні моделі та чисельні методи	3	2				1
Тема 2. Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.	10	2		2		6
Тема 3. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	11	2		3		6
Тема 4. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.	10	2		2		6
Тема 5. Обчислення власних значень та власних векторів матриці.	10	2		2		6
Тема 6. Інтерполяція і наближення функцій.	9	1		2		6
Разом за змістовним модулем 1	53	11		11		31
Разом за модуль 1	53	11		11		31
Модуль 2						
Змістовний модуль № 2 Обчислення власних значень та власних векторів матриць. Розв'язання задач лінійного програмування. Чисельні методи розв'язання задачі Коші та крайової задачі.						
Тема 1. Чисельне інтегрування функцій.	10	2		2		6
Тема 2. Розв'язання задач лінійного програмування.	12	3		3		6
Тема 3. Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	10	2		2		6
Тема 4. Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.	10	2		2		6
Тема 5. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.	10	2		2		6

Разом за змістовим модулем 2	52	11		11		30
Разом за модулем 2	52	11		11		30
Разом	105	22		22		61

5.3. Теми семінарських занять

Не передбачено навчальним планом.

5.4. Теми практичних занять

Не передбачено навчальним планом.

5.5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Змістовний модуль 1	
1.	Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим	2
2.	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (точні методи)	3
3.	Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь	2
4.	Обчислення власних значень та власних векторів матриці.	2
5.	Інтерполяція і наближення функцій	2

	Змістовний модуль 2	
7.	Чисельне інтегрування	2
8.	Розв'язання задач лінійного програмування.	2
9.	Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	2
10.	Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.	2
11.	Чисельні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.	2
	Разом	22

5.6. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Модуль 1	
1	Джерела похибок та їх класифікація. Дії з наближеними числами. Основні теореми про похибки. Похибки обчислень функції.	1
2	Відокремлення коренів рівняння. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навіпіл, простої ітерації та його	6

	модифікації; методи Ньютона, хорд та комбінований. Побудова алгоритмів та тестування програм.	
3	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса з вибором головного елемента. Матричний метод метод Гаусса з вибором головного елемента. Розкладання матриці на множники (метод квадратних коренів, LU- розкладання).	6
4	Ітераційні методи: простої ітерації, Ітерації Гауса-Зейделя.	6
5	Метод Ньютона розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.	6
6	Постановка задачі наближення функцій. Канонічний многочлен. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяційні формули Ньютона.	6
	Разом за модуль 1	31
Модуль 2		
9	Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона –Котеса. Квадратурні формули: прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.	6
10	Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Симплекс метод задачі лінійного програмування.	6
11	Наближені методи розв'язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта.	6
12	Загальний підхід до побудови лінійних багатокрокових методів. Методи Адамса-Башфорта, Адамса-Мултона. Метод предиктор-коректор.	6
14	Постановка задачі. Розв'язування крайової задачі методом прицілювання. Метод скінчених різниць.	6
	Разом за модуль 2	30
	Разом	61

5.7. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним планом.

6. МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Використовуються традиційні методи навчання: лекції, лабораторні заняття та організація самостійної роботи студентів, надання консультацій.

7. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

Робоча програма з дисципліни «Алгоритми та методи обчислень», що вивчається на третьому курсі напряму підготовки «Комп'ютерна інженерія» містить 2 модулі, перший з яких складається з 6 тем, другий з 5 тем. Використовуються методи усного контролю та письмового контролю. Поточний контроль передбачає: опитування студентів під час захисту лабораторних робіт та опитування на лекціях; контрольні роботи, індивідуальні, самостійні та тестові завдання. Проміжний контроль передбачає підсумковий екзамен (5-й семестр).

Для контролю знань розроблено: перелік теоретичних питань, (наведено в додатку); завдання для самостійної роботи, зі змістом яких студенти ознайомлюються на початку семестру.

Оцінка ECTS, яку студент отримує після вивчення кредитного модуля дисципліни, визначається відповідно до рейтингу студента. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує протягом семестру за такі види робіт:

1. Модульна контрольна робота (МКР) тривалістю по 2 акад. години. Максимальна кількість балів за МКР – 50 балів.

Виконання лабораторних робіт.

Протягом навчального року студенти виконують 10 лабораторних робіт: у першому модулі – 5 лабораторних робіт (максимальна кількість балів – 40), у другому модулі – 5 лабораторні роботи (максимальна кількість балів – 40).

Бали із індивідуальної та самостійної роботи студентів нараховуються за: підготовку рефератів, модернізацію завдань, за творчий підхід до виконання завдань, виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни: 0-10 балів за кожен модуль.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру: 100 балів. Необхідною умовою допуску до іспиту є відсутність заборгованостей з лабораторних робіт та зарахування контрольних робіт. В кінці дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів з двох модулів.

12. Розподіл балів, які отримують студенти за 1-й модуль

Поточне тестування						Самостійна робота	Письмова контроль- на робота	Сума
Змістовий модуль 1								
T1	T2	T3	T4	T5				
8	8	8	8	8				

Розподіл балів, які отримують студенти за 2-й модуль

Поточне тестування						Самостійна робота	Письмова контроль- на робота	Сума
Змістовий модуль 2								
T1	T2	T3	T4	T5				
8	8	8	8	8				

До складання екзамену допускаються лише студенти, які мають рейтинговий бал не менше 35. Екзамен з навчальної дисципліни студент може не складати, якщо він склав усі модулі та його влаштовує рейтингова оцінка. Студенти, які мають рейтинговий бал від 35 до 59 іспит складають обов'язково. Студент може підвищити на екзамені оцінку, при цьому рейтингова оцінка не може бути зменшена.

За результатами виконання студентом навчальної програми впродовж семестру рекомендується виставляти заліки та екзамени без додаткового опитування за такою шкалою:

Шкала оцінювання (ECTS та національна)

Сумарні бали	Оцінка ECTS	Екзамен (диф.залік)	Залік
90 – 100	A	Відмінно	
82 – 89	B		
74 – 81	C		
64 – 73	D		
60 – 63	E		
35 – 59	FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Незараховано з можливістю повторного складання
1 – 34	F	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

8. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт із курсу «Алгоритми та методи обчислень».

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Король І.Ю. Методичні вказівки та завдання до лабораторних робіт із курсу «Алгоритми та методи обчислень».для студентів 3-го курсу інженерно-технічного факультету, спеціальності «Комп'ютерна інженерія». / І.Ю. Король, Г.С. Тютюнникова // Ужгород: видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2020. – 60с.

2. Король І.Ю. Алгоритми та методи обчислень. / І.Ю. Король, Г.С. Тютюнникова // Навчально-методичний посібник для студентів 3-го курсу інженерно-технічного факультету, спеціальності «Комп'ютерна інженерія». Ужгород: видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. – 60с.

3. Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці. / Л.П.Фельдман, А.І. Петренко., О.А . Дмитрієва. К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.

ДОДАТОК 1

Перелік теоретичних питань для підготовки до модульного контролю

Змістовний модуль № 1

Елементи теорії похибок. Поняття наближеного числа. Абсолютна та гранична похибки. Відносна та гранична відносні похибки. Десятковий запис наближеного числа. Значуща цифра. Число вірних знаків. Зв'язок відносної похибки наближеного числа з кількістю вірних знаків. Похибки арифметичних операцій: суми, різниці добутку, частки і піднесення до степеня. Похибка функції однієї змінної. Похибка функції кількох змінних.

Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Постановка задачі чисельного розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Відокремлення коренів. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навпіл, простої ітерації та його модифікації; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Метод Ньютона, хорд, комбінований; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Застосування методу Ньютона для кратних коренів та знаходження екстремальних точок функції

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса (схема з вибором головного елемента). Матрична форма методу Гауса з вибором головного елемента. Застосування методу Гаусса для обчислення оберненої матриці та визначника. Розкладання матриці на множники (метод квадратних коренів, LU - розкладання).

Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Ітераційні методи: простої ітерації, Гауса-Зейделя. Розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності. Системи рівнянь з стрічковими матрицями. Метод прогонки.

Розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Узагальнений метод Ньютона. Умови збіжності.

Інтерполяція і наближення функцій. Постановка задачі наближення функцій. Канонічний поліном. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяція з кратними вузлами. Поліноми Ерміта.

Інтерполяційні формули Ньютона. Похибки інтерполяційних формул Ньютона.

Інтерполяція сплайнами. Метод найменших квадратів.

Чисельне диференціювання функцій. Формули чисельного диференціювання, одержані на основі формули Лагранжа. Формули чисельного диференціювання, одержані на основі першої формули Ньютона. Залишкові члени формул чисельного диференціювання. Формули диференціювання для практичних обчислень.

Чисельне інтегрування функцій. Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона –Котеса. Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.

Змістовний модуль № 2

Обчислення власних значень та власних векторів матриці. Метод характеристичного рівняння матриці. Метод Крилова. Метод Данилевського. QR-алгоритм. Обчислення окремих власних значень. Власні значення стрічкових матриць.

Розв’язання задач лінійного програмування. Системи лінійних алгебраїчних нерівностей. Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв’язання задачі лінійного програмування. Симплекс метод розв’язання задачі лінійного програмування

Чисельні методи розв’язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття. Наближені методи розв’язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта. Підходи до оцінки похибки. Інтерполяційні методи Адамса-Башфорта і Адамса-Мултона. Принцип подвійного перерахунку.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними. Постановка задачі. Розв’язування крайової задачі комбінуванням двох задач Коші. Метод скінчених різниць. Власні значення однорідної крайової задачі.

ДОДАТОК 2

Перелік практичних завдань для модульного контролю

Змістовний модуль № 1

Елементи теорії похибок. 1. В результаті вимірювань одержані два числа (наближені значення деякої величини): $a=3,74$; $b=5,2312$. Знайти їх суму, зберігаючи в запису тільки вірні цифри.

2. Дані два наближені числа: $a=3,74$; $b=5,2312$. Знайти їх добуток, зберігаючи в запису тільки вірні цифри. Оцінити відносну похибку добутку.

3. В результаті вимірювання одержано наближене значення радіуса кулі $R \approx 23,8$, Знайти об'єм кулі за формулою $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, зберігаючи в запису тільки вірні цифри. При обчисленнях взяти $\pi = 3.14$. Оцінити похибку результату. Чи буде точнішим результат, якщо взяти $\pi = 3.142$?

4. Задані наближені числа: $a=3,840$; $b=57,3$; $c=0.00247$. Знайти граничну відносну, граничну абсолютну похибки і число вірних цифр добутку цих чисел. Обчислити добуток, зберігаючи у відповіді тільки вірні цифри.

5. Знайти частку від ділення числа $a=34,73$ на число $b=23,48$. Знайти граничну відносну, граничну абсолютну похибки і число вірних цифр частки цих чисел.

Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. 1. Обчислити x^5 , де x – наближене число, $x= 2.3284$, і оцінити абсолютну і відносну похибки результату. Записати відповідь, зберігаючи тільки вірні цифри.

2. Нехай $y = \frac{2x^2 + 5}{\sqrt{x}}$. Знайти значення y при $x = \pi \approx 3.142$, зберігаючи у відповіді лише вірні цифри. Оцінити абсолютну і відносну похибки результату. Скільки значущих цифр повинно містити наближене значення числа π , щоб відповідь одержати із п'ятьма вірними цифрами?

3. Обчислити корінь рівняння $\sqrt{x} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 = 0$ методом поділу відрізка навіпіл з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

4. Обчислити корінь рівняння $x^3 - 2x - 5 = 0$ методом ітерацій або модифікованим методом ітерацій з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

5. Обчислити корінь рівняння $x - \sqrt{\ln(x+2)} = 0$ методом ітерацій або модифікованим методом ітерацій з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

6. Обчислити корінь рівняння $3^x + 5x - 2 = 0$ методом Ньютона з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

7. Обчислити корінь рівняння $3^x + 5x - 2 = 0$ комбінованим методом з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

8. Користуючись методом Ньютона обчислити кратні корені рівняння $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$.

9. Користуючись методом Ньютона обчислити координати точки екстремуму функції $f(x) = x^4 - 3x^2 + 75x - 10000$.

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. 1. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом Гаусса з вибором головного елемента:

$$A = \begin{pmatrix} 0.21 & 2.02 & -10 \\ 0.32 & 6.01 & -25 \\ 0.44 & 8.06 & 10.01 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.66 \\ 1.85 \\ 2.91 \end{pmatrix}.$$

2. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом LU-розкладання:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом LU-розкладання:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0.1 & 7 & -0.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

4. Методом квадратних коренів розв'язати систему рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b :

$$A = \begin{pmatrix} 3.45 & 0.78 & -0.97 \\ 0.78 & 2.63 & -0.89 \\ -0.97 & -0.89 & 2.41 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3.229 \\ 4.026 \\ 5.030 \end{pmatrix}.$$

5. Користуючись методом квадратних коренів розкласти матрицею A на добуток двох трикутних:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 25 \\ 12 & 16 & 49 \\ 25 & 49 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Розв'язати систему рівнянь $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} :$$

а) методом простої ітерації; б) методом Гауса-Зейделя; в) методом прого-
нки.

Розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. 1. Методом Ньютона знайти додатні розв'язки систему нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + 3\lg x_1 - x_2^2 = 0, \\ 2x_1^2 - x_1x_2 - 5x_1 + 1 = 0. \end{cases}$$

2. Розв'язати систему рівнянь з прикладу 1 за допомогою градієнтного методу.

3. Методом скорішого спуску розв'язати систему рівнянь $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

Інтерполяція і наближення функцій. 1. Побудувати канонічний інтерполяційний поліном для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

2. Побудувати інтерполяційний поліном Ньютона для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

3. Побудувати канонічний поліном Ньютона для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

4. Побудувати сплайн інтерполяцію для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

Чисельне диференціювання функцій. 1. Обчислити значення першої похідної від полінома

$$f(x) = -0.2x^4 - 0.2x^3 - 0.4x^2 - 0.3x + 1.5$$

у точці $x = 0.5$, користуючись формулами чисельного диференціювання різної точності.

2. Обчислити значення другої похідної від полінома

$$f(x) = -0.2x^4 - 0.2x^3 - 0.4x^2 - 0.3x + 1.5$$

у точці $x = 0.5$, користуючись формулами чисельного диференціювання різної точності.

Чисельне диференціювання функцій.

1. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою прямокутників, поділивши відрізок інтегрування на $n = 10$ та $n = 20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

2. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою середніх прямокутників, поділивши відрізок інтегрування на $n = 10$ та $n = 20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

3. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою трапецій, поділивши відрізок інтегрування на $n = 10$ та $n = 20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

4. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою Сімпсона, поділивши відрізок інтегрування на $n = 10$ та $n = 20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

Змістовний модуль № 2

Обчислення власних значень та власних векторів матриці.

1. Обчислити власні значення і власні вектори матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Користуючись методом Фадєєва-Лавєр'є побудувати характеристичне рівняння матриці та знайти його корені (власні значення)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Користуючись методом Крилова побудувати характеристичне рівняння матриці та знайти його корені (власні значення)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Користуючись методом QR-розкладанням матриці знайти наближені значення власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Знайти наближені значення максимального і мінімального за модулем власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання задач лінійного програмування.

1. Користуючись графічним методом знайти найбільше і найменше значення функції $z = 2x_1 + x_2 - 3$ за таких обмежень:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 1. \end{cases}$$

2. Користуючись графічним методом знайти найбільше і найменше значення функції $z = -2x_1 - 4x_2 + 25$ за таких обмежень:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 7x_2 \geq 28, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

1. Методом Ейлера на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

2. Удосконаленим методом Ейлера на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

3. Удосконаленим методом Ейлера-Коші на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

4. Удосконаленим методом Ейлера-Коші з ітераціями на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$.

5. Методом Рунге-Кутта 4-го порядку на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.

1. Задану задачу Коші: $y'_t = -y + \sin(y \cdot t)$, $t_0 = 0$, $y_0 = 1.5$, $t \in [0; 35]$.

Знайти розв'язок заданої задачі користуючись методом предиктор-коректор (явної і неявної формул Мілна): $y_{n+1}^{pred} = y_{n-3} + \frac{4}{3}h(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n)$,

$y_{n+1}^{kor} = y_{n-1} + \frac{1}{3}h(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}^{pred})$. Початкове наближення розв'язку в перших чотирьох точках знайти методом Рунге-Кутта 4-го порядку.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

1. Розв'язати крайову задачу:

$$y'' - (1 + x^2)y = x^2 + x,$$

$$y(-1) = y(1) = 0$$

а) методом прицілювання; б) різницеvim методом; в) методом прогонки.