

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КОМП’ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ**

ЗАТВЕРДЖУЮ

**В.о. декана інженерно-технічного
факультету**

Машук доц. Туряниця І.І.

24 травня 2021 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Галузь знань – 12 – Інформаційні технології

Спеціальність – 123 – Комп’ютерна інженерія

Освітня програма – Комп’ютерні системи та мережі

Статус дисципліни – обов’язкова

Мова навчання – українська

Ужгород 2021

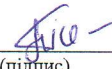
Робоча програма навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» для здобувачів вищої освіти галузі знань 12 – «Інформаційні технології» спеціальності 123 – «Комп'ютерна інженерія» освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі»

„18” травня 2021 року – 22 с.

Розробники: канд.фіз.мат.наук, доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж Король І.Ю.; старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж Тютюнникова Г.С.


Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж

протокол № 11 від «20» травня 2021 р.

Завідувач кафедри  доц. Горват П.П.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-технічного факультету

протокол № 4 від «24» травня 2021 р.

Голова науково-методичної комісії  доц. Гапак О.М.
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 4,5	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 135	3-й
Кількість модулів – 2	Семестр
	5-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3,7 годин самостійної роботи студента – 3,8 годин	Лекції
	36 год
	Практичні (семінарські)
	–
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні
	30 год
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота
	69 год

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» полягає в тому, щоб навчити студентів розробляти та реалізовувати алгоритми наближеного розв'язання різноманітних задач прикладної математики; допомогти студентам у формуванні особистості, його інтелекту і здатності до логічного і алгоритмічного мислення; виробити у студентів уміння самостійно розширювати математичні знання та застосовувати їх при розв'язанні прикладних задач; виробити практичні навички користування сучасними засобами обчислювальної техніки.

Основне завдання даного курсу – засвоїти чисельні методи та вміти застосовувати їх на практиці традиційним способом, а також з використанням сучасних комп'ютерних технологій та навчити формалізувати прикладну задачу і приводити її до типових сучасних задач відповідних теорій.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

- інтегральна (здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності у комп'ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов);
- загальні (ЗК1 - Здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу; ЗК6 - Навички міжособистісної взаємодії);
- фахові (ФК2 - здатність використовувати сучасні методи і мови програмування для розроблення алгоритмічного та програмного забезпечення; ФК3 - здатність створювати системне та прикладне програмне забезпечення комп'ютерних систем та мереж).

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень» є опанування студентами розділів вищої математики, а саме, навчальної дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» та дисципліни «Математичний аналіз» освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі»

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Комп'ютерні системи та мережі», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.	ПРН1
Мати навички проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах.	ПРН2
Вміти розробляти програмне забезпечення для вбудованих і розподілених застосувань, мобільних і гібридних систем, розраховувати спеціальності обладнання.	ПРН10

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Алгоритми та методи обчислень»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Уміння сприймати та розуміти надану математичну інформацію у повному обсязі. Уміння застосовувати математичні знання у процесі розв'язання професійних задач, побудови математичних моделей. Знати: чисельні методи, основні поняття, вимоги до чисельних методів та їх реалізацію на ЕОМ; розв'язування рівнянь з одним невідомим (відокремлення коренів, методи поділу відрізка навпіл, простої ітерації, Ньютона та хорд); розв'язання задач чисельного інтегрування та лінійного програмування; чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	ПРН1, ПРН2
Вміти обґрунтовувати вибір чисельного методу розв'язування математичної задачі; знати особливості його реалізації на ЕОМ; володіти алгоритмом методу та вміти скласти програму на одній з мов програмування; проводити необхідні обчислення та аналіз отриманих результатів.	ПРН10

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Робоча програма з дисципліни «Алгоритми та методи обчислень», що вивчається на третьому курсі спеціальності «Комп'ютерна інженерія» містить 2 модулі, перший з яких включає 7 тем, а другий містить 6 тем. Використовуються методи усного контролю та письмового контролю. Поточний контроль передбачає: опитування студентів під час захисту лабораторних робіт та опитування на лекціях; контрольні роботи, індивідуальні, самостійні та тестові завдання. Проміжний контроль передбачає підсумковий екзамен (5-й семестр).

Для контролю знань розроблено: перелік теоретичних питань, (наведено в додатку); завдання для самостійної роботи, зі змістом яких студенти ознайомлюються на початку семестру.

Оцінка ECTS, яку студент отримує після вивчення кредитного модуля дисципліни, визначається відповідно до рейтингу студента. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує протягом семестру за такі види робіт:

1. Модульна контрольна робота (МКР) тривалістю по 2 акад. години. Максимальна кількість балів за МКР – 50 балів.

2. Виконання лабораторних робіт.

Протягом навчального семестру студенти виконують 9 лабораторних робіт: у першому модулі – 5 лабораторних робіт (максимальна кількість балів – 40), у другому модулі – 4 лабораторні роботи (максимальна кількість балів – 40).

Бали з індивідуальної та самостійної роботи студентів нараховуються за: підготовку рефератів, модернізацію завдань, за творчий підхід до виконання завдань, виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни: 0-10 балів за кожен модуль.

Кожний модуль оцінюється максимально в 100 балів. В кінці дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середнє арифметичне балів з двох модулів.

Необхідною умовою допуску до іспиту є відсутність заборгованостей з лабораторних робіт та зарахування контрольних робіт. В кінці дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів з двох модулів.

Розподіл балів, які отримують студенти за модуль приведені в таблицях.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Лабораторні роботи					Самостійна робота	Письмова контрольна робота	Сума
ЛР1	ЛР2	ЛР3	ЛР4	ЛР5	10	50	100
8	8	8	8	8			

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Лабораторні роботи				Самостійна робота	Письмова контрольна робота	Сума
ЛР1	ЛР2	ЛР3	ЛР4	10	50	100
10	10	10	10			

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Лабораторні заняття (допуск, виконання та захист)	5	40	4	40
Самостійна робота	1	10	1	10
Модульна контрольна робота	1	50	1	50
Разом		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить чотири завдання. Перші два завдання включають теоретичний матеріал і, в залежності від відповіді студента на питання, вони оцінюються від 0 до 10 балів за кожне питання. Наступні 2 завдання – це практична частина, за допомогою якої можна дізнатись про засвоєння матеріалу. Третє та четверте завдання цієї частини оцінюється від 0 до 15 балів. Максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу дорівнює 50 балів.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

До складання екзамену допускаються лише студенти, які мають рейтинговий бал не менше 35. Екзамен з навчальної дисципліни студент може не складати, якщо він склав усі модулі та його влаштовує рейтингова оцінка. Студенти, які мають рейтинговий бал від 35 до 59 іспит складають обов'язково. Студент може підвищити на екзамені оцінку, при цьому рейтингова оцінка не може бути зменшена.

За результатами виконання студентом навчальної програми впродовж семестру рекомендується виставляти заліки та екзамени без додаткового опитування за такою шкалою:

Сумарні бали	Оцінка ECTS	Екзамен (диф. залік)	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
82 – 89	B	Добре	
74 – 81	C		
64 – 73	D	Задовільно	
60 – 63	E		
35 – 59	FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Незараховано з можливістю повторного складання
1 – 34	F	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1 Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Тема 1. Вступ. Математичні моделі та чисельні методи

Предмет та методи обчислювальної математики, поняття про обчислювальний експеримент. Методи розв'язування математичних задач. Чисельні методи. Вимоги до чисельних методів. Стійкість. Коректність. Приклади задач, які чутливі до похибок вхідних даних. Приклади нестійких методів (алгоритмів).

Тема 2. Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.

Відокремлення коренів. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навпіл, простої ітерації та його модифікації; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Метод Ньютона, хорд, комбінований; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки.

Тема 3. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса (схема з вибором головного елемента). Розкладання матриці на множники (LU-розкладання, метод квадратних коренів).

Тема 4. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Визначення норм векторів та матриць. Ітераційні методи: простої ітерації, ітерації Гауса-Зейделя.

Тема 5. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь. Узагальнений метод Ньютона розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 6. Обчислення власних значень та власних векторів матриці.

Метод характеристичного рівняння матриці. Метод Фадєєва-Левєр'є. Метод Крилова. Метод Данилевського. Обчислення окремих власних значень.

Тема 7. Інтерполяція і наближення функцій. Постановка задачі наближення функцій. Канонічний многочлен. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяційні формули Ньютона. Похибки інтерполяційних формул Ньютона.

Модуль 2

Тема 1. Чисельне інтегрування функцій. Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона –Котеса. Квадратурні формули: прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.

Тема 2. Розв'язання задач лінійного програмування. Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Симплекс метод задачі лінійного програмування.

Тема 3. Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття. Наближені методи розв'язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта. Підходи до оцінки похибки.

Тема 4. Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші. Загальний підхід до побудови лінійних багатокрокових методів. Методи Адамса-Башфорта, Адамса-Мултона. Метод предиктор-коректор.

Тема 5. Неявні методи розв'язання жорстких диференціальних рівнянь та їх систем. Поняття жорсткості диференціального рівняння. Неявні методи Ейлера. Багатокрокові методи Гіра.

Тема 6. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

Постановка задачі. Розв'язування крайової задачі методом прицілювання. Метод скінчених різниць. Власні значення стрічкових матриць. Ітераційні методи розв'язання системи різницевих рівнянь.

6.2 Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні	Лабораторні	Індив. робота	Самостійна робота
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Тема 1. Вступ. Математичні моделі та чисельні методи	4	2				2
Тема 2. Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.	16	4		4		8
Тема 3. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	10	4		2		4
Тема 4. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	12	4		2		6
Тема 5. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.	9	2		2		5
Тема 6. Обчислення власних значень та власних векторів матриці.	10	2		2		6
Тема 7. Інтерполяція і наближення функцій.	8	2		2		4
Разом за модулем 1	69	20		14		35
Модуль 2						
Тема 1. Чисельне інтегрування функцій.	8	2		2		4
Тема 2. Розв'язання задач лінійного програмування.	12	2		4		6
Тема 3. Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	14	2		4		8
Тема 4. Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.	12	4		2		6
Тема 5. Неявні методи розв'язання задачі Коші для жорстких диференціальних рівнянь та їх систем.	12	4		2		6
Тема 6. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.	8	2		2		4
Разом за модулем 2	66	16		16		34
Разом	135	36		30		69

6.3 Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
Модуль 1		
1.	Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим	2
2.	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (точні методи)	2
3.	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (ітераційні методи)	4
4.	Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь	2
5.	Обчислення власних значень та власних векторів матриці.	2
6.	Інтерполяція і наближення функцій	2
Модуль 2		
7.	Чисельне інтегрування	2
8.	Розв'язання задач лінійного програмування.	4
9.	Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	4
10.	Лінійні багатокрокові методи розв'язування задачі Коші.	2
11.	Методи розв'язування задачі Коші для жорстких диференціальних рівнянь та їх систем.	2
12.	Чисельні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.	2
	Разом	30

6.4 Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
Модуль 1		
1	Джерела похибок та їх класифікація. Дії з наближеними числами. Основні теореми про похибки. Похибки обчислень функції.	2
2	Відокремлення коренів рівняння. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навпіл, простої ітерації та його модифікації; методи Ньютона, хорд та комбінований. Побудова алгоритмів та тестування програм.	8
3	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса з вибором головного елемента. Матричний метод Гауса з вибором головного елемента. Розкладання матриці на множники (метод квадратних коренів, LU- розкладання).	6
4	Ітераційні методи: простої ітерації, Ітерації Гауса-Зейделя.	4
5	Метод Ньютона розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.	4
	Метод характеристичного рівняння матриці. Метод Фадєєва-Левєр'є Метод Крилова. Метод Данилевського. Обчислення окремих власних значень.	6
6	Постановка задачі наближення функцій. Канонічний многочлен. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяційні формули Ньютона.	5
	Разом за модуль 1	35
Модуль 2		
9	Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона–Котеса. Квадратурні формули: прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.	8
10	Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Симплекс метод задачі лінійного програмування.	8
11	Наближені методи розв'язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта.	4
12	Загальний підхід до побудови лінійних багатокрокових методів. Методи Адамса-Башфорта, Адамса-Мултона. Метод предиктор-коректор.	6

13	Поняття жорсткості диференціального рівняння. Неявні методи Ейлера. Неявні багатокрокові методи Гіра.	4
14	Постановка задачі. Розв'язування крайової задачі методом прицілювання. Метод скінчених різниць.	4
	Разом за модуль 2	34
	Разом	69

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Лабораторні роботи виконуються на персональних комп'ютерах із встановленою операційною системою Windows, Linux. Програмне забезпечення: пакет MathCad та інші аналогічні математичні пакети.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

Основна література

1. Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці. / Л.П. Фельдман, А.І. Петренко., О.А. Дмитрієва. К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
2. Андруник В.А. Чисельні методи в комп'ютерних науках / В.А. Андруник, В.А. Висоцька, В.В. Пасічник, Л.Б. Чирун, Л.В. Чирун // Навчальний посібник, том 2 за ред. В.В. Пасічника – Львів: Видавництво «Новий Світ – 2000», 2020. – 536 с.
3. Король І.Ю. Методичні вказівки та завдання до лабораторних робіт із курсу «Алгоритми та методи обчислень». для студентів 3-го курсу інженерно-технічного факультету, спеціальності «Комп'ютерна інженерія». / І.Ю. Король, Г.С. Тютюнникова // Ужгород: видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. – 60с.
4. Король І.Ю. Алгоритми та методи обчислень. / І.Ю. Король, Г.С. Тютюнникова // Навчальний посібник для студентів 3-го курсу інженерно-технічного факультету, спеціальності «Комп'ютерна інженерія». Ужгород: видавництво ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. – 124с.

Допоміжна

1. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Бинум, 2007. – 636 с.
2. Everitt B. A handbook of statistical analyses using R / B. Everitt, T. Hothorn. – 2nd ed. – Chapman and HALL/CRC, 2009. – 376 p.
3. Shumway R. H. Time series analyses and its applications: With R examples / R. H. Shumway, D. S. Stoffer. – 3-rd ed. – New York : Springer, 2011. – 596 p.

Перелік теоретичних питань до модульного контролю Модуль № 1

Елементи теорії похибок. Поняття наближеного числа. Абсолютна та гранична похибки. Відносна та гранична відносні похибки. Десятковий запис наближеного числа. Значуща цифра. Число вірних знаків. Зв'язок відносної похибки наближеного числа з кількістю вірних знаків. Похибки арифметичних операцій: суми, різниці добутку, частки і піднесення до степеню. Похибка функції однієї змінної. Похибка функції кількох змінних.

Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Постановка задачі чисельного розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Відокремлення коренів. Методи уточнення коренів: поділу відрізка навпіл, простої ітерації та його модифікації; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Метод Ньютона, хорд, комбінований; їх геометрична інтерпретація, збіжність та оцінка похибки. Застосування методу Ньютона для кратних коренів та знаходження екстремальних точок функції

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса (схема з вибором головного елемента). Матрична форма методу Гауса з вибором головного елемента. Застосування методу Гауса для обчислення оберненої матриці та визначника. Розкладання матриці на множники (метод квадратних коренів, LU - розкладання).

Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Ітераційні методи: простої ітерації, Гауса-Зейделя. Розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності. Системи рівнянь з стрічковими матрицями. Метод прогонки.

Розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Узагальнений метод Ньютона. Умови збіжності.

Інтерполяція і наближення функцій. Постановка задачі наближення функцій. Канонічний поліном. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули Лагранжа. Мінімізація оцінки похибки інтерполяції. Поліноми Чебишева. Інтерполяція з кратними вузлами. Поліноми Ерміта.

Інтерполяційні формули Ньютона. Похибки інтерполяційних формул Ньютона.

Інтерполяція сплайнами. Метод найменших квадратів.

Чисельне диференціювання функцій. Формули чисельного диференціювання, одержані на основі формули Лагранжа. Формули чисельного диференціювання, одержані на основі першої формули Ньютона. Залишкові члени формул чисельного диференціювання. Формули диференціювання для практичних обчислень.

Чисельне інтегрування функцій. Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона –Котеса. Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона. Практичні способи оцінювання похибки інтегрування. Правило Рунге. Інтерполяція за Річардсоном.

Модуль № 2

Обчислення власних значень та власних векторів матриці. Метод характеристичного рівняння матриці. Метод Крилова. Метод Данилевського. QR-алгоритм. Обчислення окремих власних значень. Власні значення стрічкових матриць.

Розв'язання задач лінійного програмування. Системи лінійних алгебраїчних нерівностей. Формулювання задачі лінійного програмування. Геометричний метод розв'язання задачі лінійного програмування. Симплекс метод розв'язання задачі лінійного програмування

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття. Наближені методи розв'язання задачі Коші: Ейлера, Рунге-Кутта. Підходи до оцінки похибки. Інтерполяційні методи Адамса-Башфорта і Адамса-Мултона. Принцип подвійного перерахунку.

Неявні методи розв'язання жорстких диференціальних рівнянь та їх систем. Поняття жорсткості диференціального рівняння. Неявні методи Ейлера і Рунге-Кутта. Неявні багатокрокові методи Гіра. Обчислення коефіцієнтів неявних формул наближення.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними. Постановка задачі. Розв'язування крайової задачі комбінуванням двох задач Коші. Метод скінчених різниць. Власні значення однорідної крайової задачі.

Типові практичні завдання

Модуль № 1

Елементи теорії похибок. 1. В результаті вимірювань одержані два числа (наближені значення деякої величини): $a=3,74$; $b=5,2312$. Знайти їх суму, зберігаючи в запису тільки вірні цифри.

2. Дані два наближені числа: $a=3,74$; $b=5,2312$. Знайти їх добуток, зберігаючи в запису тільки вірні цифри. Оцінити відносну похибку добутку.

3. В результаті вимірювання одержано наближене значення радіуса кулі $R \approx 23,8$, Знайти об'єм кулі за формулою $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, зберігаючи в запису тільки вірні цифри.

При обчисленнях взяти $\pi = 3.14$. Оцінити похибку результату. Чи буде точнішим результат, якщо взяти $\pi = 3.142$?

4. Задані наближені числа: $a=3,840$; $b=57,3$; $c=0.00247$. Знайти граничну відносну, граничну абсолютну похибки і число вірних цифр добутку цих чисел. Обчислити добуток, зберігаючи у відповіді тільки вірні цифри.

5. Знайти частку від ділення числа $a=34,73$ на число $b=23,48$. Знайти граничну відносну, граничну абсолютну похибки і число вірних цифр частки цих чисел.

Розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. 1. Обчислити x^5 , де x – наближене число, $x= 2.3284$, і оцінити абсолютну і відносну похибки результату. Записати відповідь, зберігаючи тільки вірні цифри.

2. Нехай $y = \frac{2x^2 + 5}{\sqrt{x}}$. Знайти значення y при $x = \pi \approx 3.142$, зберігаючи у відповіді лише вірні цифри. Оцінити абсолютну і відносну похибки результату. Скільки

значущих цифр повинно містити наближене значення числа π , щоб відповідь одержати із п'ятьма вірними цифрами?

3. Обчислити корінь рівняння $\sqrt{x} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 = 0$ методом поділу відрізка навпіл з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

4. Обчислити корінь рівняння $x^3 - 2x - 5 = 0$ методом ітерацій або модифікованим методом ітерацій з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

5. Обчислити корінь рівняння $x - \sqrt{\ln(x+2)} = 0$ методом ітерацій або модифікованим методом ітерацій з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

6. Обчислити корінь рівняння $3^x + 5x - 2 = 0$ методом Ньютона з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

7. Обчислити корінь рівняння $3^x + 5x - 2 = 0$ комбінованим методом з похибкою $\varepsilon = 10^{-10}$.

8. Користуючись методом Ньютона обчислити кратні корені рівняння $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$.

9. Користуючись методом Ньютона обчислити координати точки екстремуму функції $f(x) = x^4 - 3x^2 + 75x - 10000$.

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. 1. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом Гаусса з вибором головного елемента:

$$A = \begin{pmatrix} 0.21 & 2.02 & -10 \\ 0.32 & 6.01 & -25 \\ 0.44 & 8.06 & 10.01 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.66 \\ 1.85 \\ 2.91 \end{pmatrix}.$$

2. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом LU-розкладання:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b методом LU-розкладання:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0.1 & 7 & -0.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

4. Методом квадратних коренів розв'язати систему рівнянь із заданою матрицею коефіцієнтів A і вектором правої частини b :

$$A = \begin{pmatrix} 3.45 & 0.78 & -0.97 \\ 0.78 & 2.63 & -0.89 \\ -0.97 & -0.89 & 2.41 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3.229 \\ 4.026 \\ 5.030 \end{pmatrix}.$$

5. Користуючись методом квадратних коренів розкласти матрицею A на добуток двох трикутних:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 25 \\ 12 & 16 & 49 \\ 25 & 49 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Розв'язати систему рівнянь $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}:$$

а) методом простої ітерації; б) методом Гауса-Зейделя; в) методом прогонки.

Розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. 1. Методом Ньютона знайти додатні розв'язки систему нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + 3 \lg x_1 - x_2^2 = 0, \\ 2x_1^2 - x_1 x_2 - 5x_1 + 1 = 0. \end{cases}$$

2. Розв'язати систему рівнянь з прикладу 1 за допомогою градієнтного методу.

3. Методом скорішого спуску розв'язати систему рівнянь $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

Інтерполяція і наближення функцій. 1. Побудувати канонічний інтерполяційний поліном для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

2. Побудувати інтерполяційний поліном Ньютона для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

3. Побудувати канонічний поліном Ньютона для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

4. Побудувати сплайн інтерполяцію для функції $f(x) = e^{-0.1x} \sin x$ на відрізку $[0; 1]$ з кроком $h = 0.2$ і обчислити значення функції в точці $x = 0.55$.

Чисельне диференціювання функцій. 1. Обчислити значення першої похідної від полінома

$$f(x) = -0.2x^4 - 0.2x^3 - 0.4x^2 - 0.3x + 1.5$$

у точці $x = 0.5$, користуючись формулами чисельного диференціювання різної точності.

2. Обчислити значення другої похідної від полінома

$$f(x) = -0.2x^4 - 0.2x^3 - 0.4x^2 - 0.3x + 1.5$$

у точці $x = 0.5$, користуючись формулами чисельного диференціювання різної точності.

Чисельне диференціювання функцій.

1. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою прямокутників, поділивши відрізок інтегрування на $n=10$ та $n=20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

2. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою середніх прямокутників, поділивши відрізок інтегрування на $n=10$ та $n=20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

3. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою трапецій, поділивши відрізок інтегрування на $n=10$ та $n=20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

4. Обчислити інтеграл $I = \int_0^1 x \cos x dx$ за формулою Сімпсона, поділивши відрізок інтегрування на $n=10$ та $n=20$ рівних частин та уточнити розв'язок за правилом Рунге.

Модуль № 2

Обчислення власних значень та власних векторів матриці. 1. Обчислити

власні значення і власні вектори матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Користуючись методом Фадєєва-Лавєр'є побудувати характеристичне рівняння матриці та знайти його корені (власні значення)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Користуючись методом Крилова побудувати характеристичне рівняння матриці та знайти його корені (власні значення)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Користуючись методом QR-розкладанням матриці знайти наближені значення власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Знайти наближені значення максимального і мінімального за модулем власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання задач лінійного програмування.

1. Користуючись графічним методом знайти найбільше і найменше значення функції $z = 2x_1 + x_2 - 3$ за таких обмежень:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 1. \end{cases}$$

2. Користуючись графічним методом знайти найбільше і найменше значення функції $z = -2x_1 - 4x_2 + 25$ за таких обмежень:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 7x_2 \geq 28, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Чисельні методи розв'язування задач Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

1. Методом Ейлера на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші:

$$y' = x^2 - y^2, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1 \quad \text{з кроком } h = \frac{L - x_0}{n} \quad \text{і} \quad h = \frac{L - x_0}{2n}.$$

2. Удосконаленим методом Ейлера на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

3. Удосконаленим методом Ейлера-Коші на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

4. Удосконаленим методом Ейлера-Коші з ітераціями на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$.

5. Методом Рунге-Кутта 4-го порядку на відрізку $[x_0; L]$ знайти чисельний розв'язок задачі Коші: $y' = x^2 - y^2, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1$ з кроком $h = \frac{L - x_0}{n}$ і $h = \frac{L - x_0}{2n}$.

Лінійні багатокрокові методи розв'язування задач Коші.

1. Задану задачу Коші: $y'_t = -y + \sin(y \cdot t), \quad t_0 = 0, \quad y_0 = 1.5, \quad t \in [0; 35]$. Знайти розв'язок заданої задачі користуючись методом предиктор-коректор (явної і неявної формул Мілна): $y_{n+1}^{pred} = y_{n-3} + \frac{4}{3}h(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n), \quad y_{n+1}^{kor} = y_{n-1} + \frac{1}{3}h(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}^{pred})$. Початкове наближення розв'язку в перших чотирьох точках знайти методом Рунге-Кутта 4-го порядку.

Неявні методи розв'язання жорстких диференціальних рівнянь та їх систем.

1. Нехай задано жорстку систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dy_0}{dx} = x \cdot y_1 \\ \frac{dy_1}{dx} = 2 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{cases} \quad \text{при початкових умовах} \quad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати задану систему: а) неявним методом Ейлера; б) неявними багатокроковими методами Гіра.

2. Нехай задано жорстку систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dy_0}{dx} = -0,1y_0 + 100y_1 \cdot y_2, \\ \frac{dy_1}{dx} = 0,1y_0 - 100y_1 \cdot y_2 - 1000y_1, \\ \frac{dy_2}{dx} = 1000y_1 \end{cases} \quad \text{при початкових умовах} \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати задану систему засобами пакету Mathcad.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

1. Розв'язати крайову задачу:

$$y'' - (1 + x^2)y = x^2 + x,$$

$$y(-1) = y(1) = 0$$

а) методом прицілювання; б) різницеvim методом; в) методом прогонки.

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)