

**ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ
ПАРАМЕТРІВ ОДНО-,
ДВОШАРОВИХ ОДНОРІДНИХ
ОПТИЧНИХ СТРУКТУР ДЛЯ
ПРОСВІТЛЕННЯ
НИЗЬКОЗАЛОМЛЮЮЧОЇ
ПІДКЛАДИНКИ ПРИ ПАДІННІ
СВІТЛА ПІД КУТОМ**

*Визначено теоретичні
можливості просвітлення одно-,
двошаровими однорідними
оптичними структурами
низькозаломлюючої підкладки з
використанням методу негладкої
оптимізації (r-алгоритму) при
падінні світла при різних кутах*

© В.І. Пецко, О.В. Міца, Й. Г.
Головач 2014

Вступ. Оптичні багатошарові покриття використовуються в оптичних системах космічної техніки, оптичному приладобудуванні, інтегральній оптиці, рентгенівській та нейтронній спектроскопії, електродинаміці відкритих систем, при створенні генераторів і перетворювачів електромагнітного та інших випромінювань, в апаратурі контролю забруднення навколишнього середовища і т.д. Теоретичні можливості просвітлення однорідними структурами при падінні світла під кутом не є вивчені повністю. Тому метою даної роботи було визначити оптимальні параметри одно-, двошарових однорідних структур, динаміку їх зміни із збільшенням спектрального інтервалу при падінні світла під кутом. Оптимізація параметрів здійснюється за допомогою r-алгоритму. В якості підкладки вибрано найбільш поширену низькозаломлюючу підкладку з показником заломлення $n_s = 1.51$ (скло).

Математична модель. Для багатошарових покриттів кожна плівка характеризується показником заломлення n та геометричною товщиною d . Характеристична матриця одного шару задається у вигляді [1-2]:

$$M_j(N_j, d_j, \lambda) = \begin{vmatrix} \cos(\delta_j) & -\frac{i}{p_j} \sin(\delta_j) \\ -ip_j \sin(\delta_j) & \cos(\delta_j) \end{vmatrix},$$

де $\delta_j = \delta_j(N_j, d_j, \lambda) = 2\pi N_j d_j \cos \theta_j / \lambda$, $N_j = n_j(1 + ik_j)$, $i = \sqrt{-1}$, $n_j, k_j, d_j, \theta_j, \lambda$ – показник заломлення, показник поглинання, геометрична товщина, кут між променем, що падає на $(j+1)$ -ий шар, і нормаллю до площини розділу j -го та $(j+1)$ -го шарів, довжина хвилі відповідно. Оскільки для зменшення світлових втрат в оптичних елементах при просвітленні їх поверхонь використовуються матеріали з незначним поглинанням, то будемо вважати для полегшення моделювання $k_j=0$ і, відповідно, $N_j=n_j$. При цьому значення $p_j = N_j \cos \theta_j$ для ТЕ хвилі (s -поляризація) і $p_j = N_j / \cos \theta_j$ для ТМ хвилі (p -поляризація).

Характеристична матриця однорідної k -шарової структури буде рівною:

$$M(\bar{n}, \bar{d}, \lambda) = M_k(n_k, d_k, \lambda) \cdot M_{k-1}(n_{k-1}, d_{k-1}, \lambda) \cdots M_2(n_2, d_2, \lambda) \cdot M_1(n_1, d_1, \lambda),$$

де M_j – характеристична матриця j -ого шару; $\bar{n} = (n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k)$ – вектор значень показників заломлення; $\bar{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, d_k)$ – вектор значень геометричної товщини; λ – довжина хвилі.

Звідси легко знайти коефіцієнт пропускання даної k -шарової структури при заданих значеннях \bar{n} , \bar{d} та λ :

$$T = 4 / \left(2 + \frac{p_0}{p_s} m_{11}^2 + \frac{p_s}{p_0} m_{22}^2 + p_0 p_s m_{12}^2 + \frac{1}{p_0 p_s} m_{21}^2 \right),$$

де $p_0 = N_0 \cos \theta_0$ і $p_s = N_s \cos \theta_s$ для ТЕ хвилі (s -поляризація); $p_0 = N_0 / \cos \theta_0$ і $p_s = N_s / \cos \theta_s$ для ТМ-хвилі (p -поляризація); θ_0 – кут під яким промінь падає на шарувату структуру; θ_s – кут під яким промінь виходить із шаруватої структури (кут заломлення); n_0, n_s – показники заломлення зовнішнього середовища і підкладинки відповідно, m_{11} , m_{12} , m_{21} , m_{22} – елементи характеристичної матриці M .

Цільова функція представляється у вигляді:

$$\Omega(\lambda_2 / \lambda_1) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} F(\bar{n}, \bar{d}) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T^2(\bar{n}, \bar{d}, \lambda_{(i)}) \right)^{1/2}, \quad (1)$$

де L – число точок сітки спектрального інтервалу від λ_1 до λ_2 . При рівномірному його поділі з кроком $\Delta\lambda$: $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) / L$.

При дослідженні вибирались значення $1.35 \leq n_j \leq 2.6$, $50 \text{ нм} \leq d_j \leq 750 \text{ нм}$ ($j = \overline{1, N}$), $N=1, 2$; $\lambda_1 = 200 \text{ нм}$, $\lambda_2 = 1200 \text{ нм}$.

Обчислювальний експеримент. Для знаходження оптимальних параметрів однорідних оптичних структур було використано г-алгоритм[3-4]. В роботі наведено результати досягнення максимуму з точністю 10^{-6} . При дослідженні одно- та двошарових структур в якості початкових (нульових) наближень вибирались 256 точок. Для одно- та двошарових структур вся область можливих значень параметрів розбивається на 256 підобластей, із яких і вибирається по одному нульовому наближенню. Програмне забезпечення написано на мові програмування Delphi 7.

Одношарові однорідні плівки. Шукаємо оптимальні значення функціоналу (1) для одношарової ($N=1$) структури при падінні світла під різними кутами. Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 1).

Відомо, що найкраще серед одношарових просвітлює одиничний шар з показником заломлення рівним $\sqrt{n_s}$ і оптичною товщиною $\lambda_0/4$, де λ_0 – робоча довжина хвилі [1]. Значення показника заломлення, яке рівне $\sqrt{1.51}$, не існує, тому що мінімальним показником заломлення є 1.35. Тому оптимальним значенням показника заломлення одношарової структури для всіх спектральних діапазонів є нижня можлива межа для показника заломлення $n_1=1.35$. Значення функціоналу $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.988944 до 0.981820. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9818.

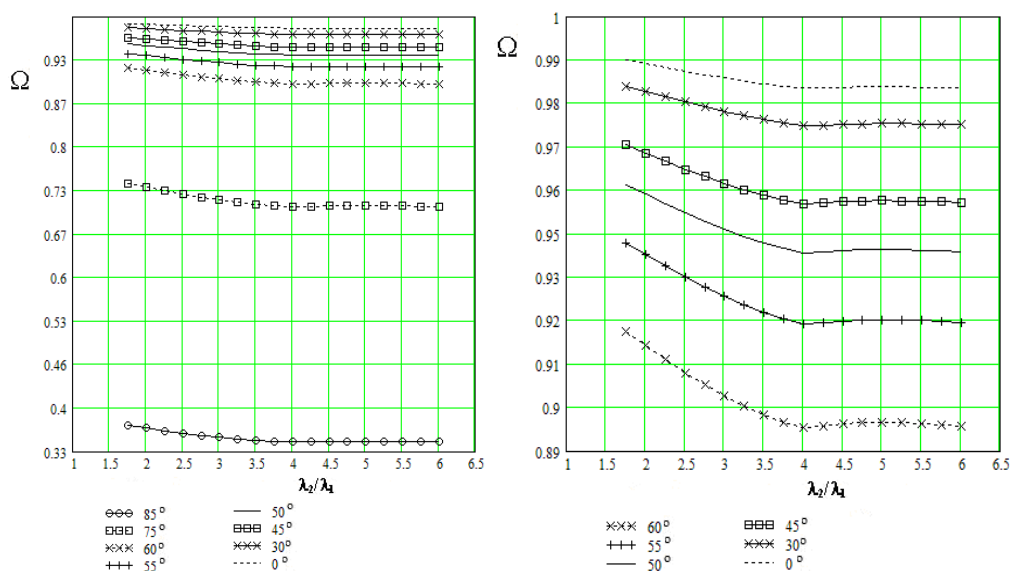


РИС. 1. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для s-поляризації

При куті відмінному від $\theta_0 = 0^\circ$ промінь розкладається на ТЕ хвилю (s -поляризація) і ТМ хвилю (p -поляризація). Досліджувалися два випадки: s -поляризація, p -поляризація, відповідно пропускався s -поляризований промінь, p -поляризований промінь. Шукаємо оптимальні значення функціоналу (1) для одношарової ($N=1$) структури при падінні світла під іншими кутами. При падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ (рис. 1, рис. 2) функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі від 350 до 800 нм при s -поляризації спадає від 0.982401 до 0.972406, а при p -поляризації спадає від 0.994103 до 0.989296. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається при s -поляризації в околі значення 0.9724, а при p -поляризації – в околі значення 0.9890.

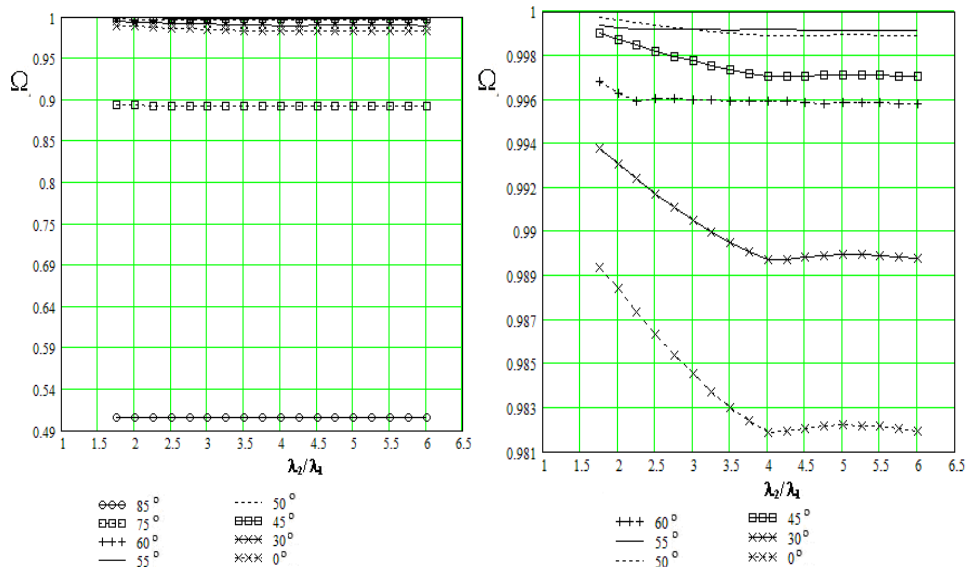


РИС. 2. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для p -поляризації

При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає при s -поляризації від 0.967423 до 0.952610, при p -поляризації при 0.999071 до 0.997183, причому при s -поляризації спостерігається більш стрімке падіння, але повільніше падіння як для кута $\theta_0 = 30^\circ$. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9526 при s -поляризації та в околі 0.9971 при p -поляризації.

Для кута $\theta_0 = 50^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі 350 до 800 нм спадає при s -поляризації від 0.957450 до 0.940106, при p -поляризації від 0.999723 до 0.998955. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм

значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9405 при s-поляризації та в околі 0.9989 при р-поляризації.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.942619 до 0.922146, а при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9226. Для р-поляризації графік функціоналу наближається до прямої, ще більше, ніж для кута $\theta_0 = 50^\circ$, хоча можна простежити незначне спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм з 0.999425 до 0.992172, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0.9992.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 60^\circ$ для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.919108 до 0.895883, а при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.8950. Для р-поляризації графік функціоналу наближається до прямої, хоча простежується незначне спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0.996977 до 0.996151, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0.9961.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.742300 до 0.706731, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.7080. Для р-поляризації графік функціоналу наближається до прямої, хоча в розрізі видно незначне спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0.891555 до 0.890187, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0.8901.

Для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.3697031 до 0.3445891, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.3446. Для р-поляризації графік функціоналу наближається до прямої, хоча насправді можна простежити незначне спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0.5064164 до 0.5060688, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0.5061.

З рис. 1 можна простежити наступну динаміку зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для s-поляризації в залежності від кута: для всіх кутів при збільшенні правої границі від 350 нм до 800 нм функціонал спадає, причому із збільшенням кута спадання стрімкіше, а з 800 нм до 1200 нм практично не змінюється; із збільшенням кута значення функціоналу зменшується.

При p -поляризації поведінка функціоналу трохи відрізняється від поведінки при s -поляризації (рис. 2). Видно що при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціоналу зростає, а потім зменшується. Дана закономірність пояснюється законом Брюстера [5]. Для p -поляризації менш помітні коливання цільової функції ніж для s -поляризації, її графік функціоналу наближається до прямої.

Двошарові однорідні плівки. Знайдемо оптимальні значення функціоналу для двошарової структури при падінні світла під різними кутами. Для кута $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 3) функціонал $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає з 0.996070 до 0.982423. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9825.

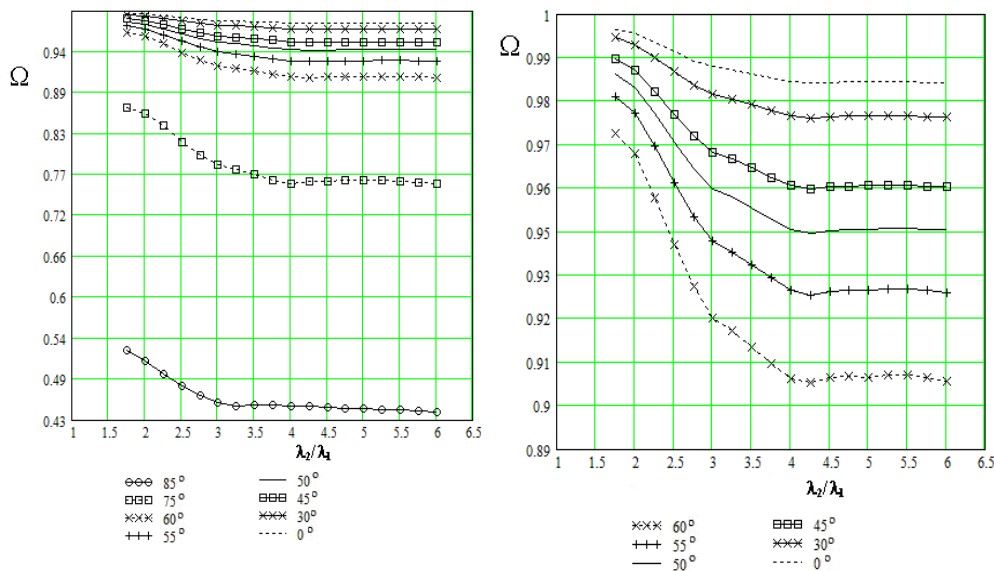


РИС. 3. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для s -поляризації

Розглянемо випадок, коли світло падає під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ (рис. 3, рис. 4). Функціонал $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає для s -поляризації від 0.993973 до 0.973631, для p -поляризації з 0.998074 до 0.989507, причому при s -поляризації спостерігається більш стрімке падіння. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9739 для s -поляризації та в околі значення 0.9898 для p -поляризації.

При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає для s -поляризації від 0.988496 до 0.955614, а для p -поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0.999670 до 0.997180, причому при s -поляризації спостерігається більш стрімке

падіння. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.956. Для r-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9973.

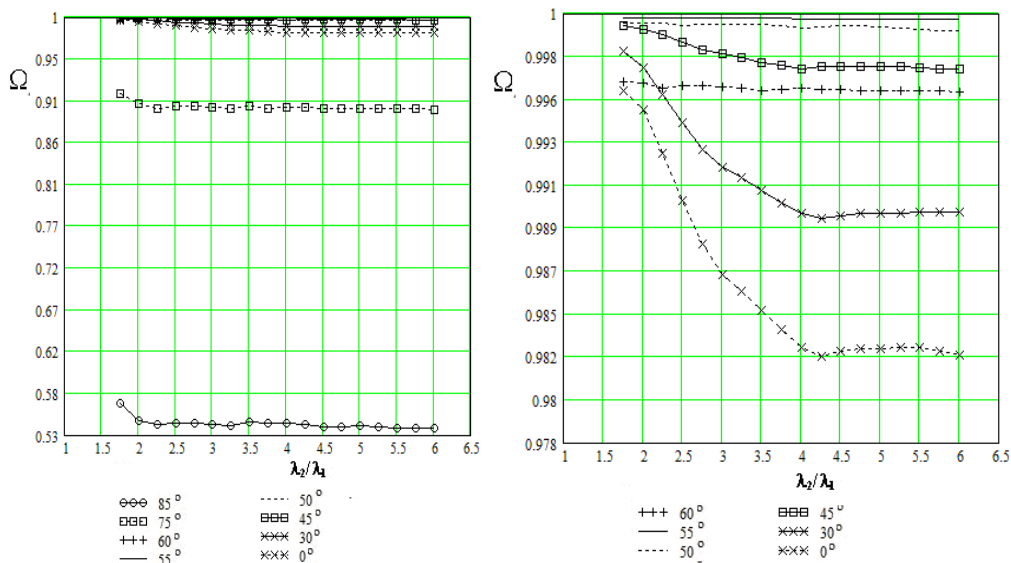


РИС. 4. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для r-поляризації

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 50^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі 350 до 850 нм спадає для s-поляризації від 0.984766 до 0.944513. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9455. Для r-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9994.

Розглянемо оптимальні значення функціоналу для двошарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$. Функціонал при збільшенні правої границі 350 до 850 нм спадає при s-поляризації з 0.979086 до 0.928893. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.930. Для r-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9997.

Для кута $\theta_0 = 60^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі від 350 до 850 нм спадає з 0.969884 до 0.906655, а при збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9080. Для r-поляризації при

збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 1200 нм значення функціоналу практично не змінюється і тримається в околі значення 0.9966.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає при s-поляризації від 0.865229 до 0.758950, від 800 до 1200 нм коливається в околі 0.764. Для р-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм спадає від 0.914411 до 0.896913, а на проміжку від 450 до 1200 нм коливається в околі значення 0.8970.

Для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 650 нм спадає для s-поляризації від 0.5264551 до 0.4509184, від 650 до 1200 нм коливається в околі 0.450. Для р-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм значення функціоналу спадає з 0.565424 до 0.542119, від 450 до 1200 нм коливається в околі значення 0.5422.

З рис. 3 простежується наступна динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для s-поляризації в залежності від кута: для всіх кутів при збільшенні правої границі λ_2 від 350 нм до 850 нм функціонал спадає, причому із збільшенням кута спадання стрімкіше, а від 850 нм до 1200 нм практично не змінюється, із збільшенням кута коливання збільшуються, а для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал спадає при збільшенні правої границі λ_2 від 350 нм до 650 нм, а від 650 нм до 1200 нм практично не змінюється. В загальному можна зробити висновок, що із збільшенням кута функціонал зменшується.

Для р-поляризації (рис. 4) при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціоналу зростає, а потім зменшується. Для р-поляризації менш помітні коливання цільової функції, ніж для s-поляризації, її графік функціоналу наближається до прямої.

Висновки. В даній роботі отримано результати, які легко спроектувати на реальні матеріали. Це дозволяє розширити можливості просвітлення одно-, двошаровими однорідними оптичними структурами підкладінок із низьким показником заломлення при падінні світла під кутом.

1. Яковлев П.П. Проектирование интерференционных покрытий / П.П. Яковлев, Б.Б. Мешков – М.: Машиностроение, 1987.– 192 с.
2. Abeles F. Matrix method / Ann.de Physique. – 1950. – V.5. – P. 596-640.
3. Шор Н.З., Журбенко Н.Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. – 1971. – №3. – С. 51–59.
4. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1979. – 199с.
5. Путилин Э.С. Оптические покрытия. Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 227с.
6. Міца О.В., Стецюк П.І. Задача знаходження оптимальних параметрів однорідного оптичного покриття //Теорія оптимальних рішень. – № 2. – Київ, 2003. – С.127–134.
7. Крылова Т. Н. Интерференционные покрытия. – Л.: Машиностроение, 1973. – 224 с.

8. Фурман Ш. А. Тонкослойные оптические покрытия. – Л.: Машиностроение, 1978. – 264 с.

Получено 17.06.2014

В.І. Пецко, А.В. Мица, Й. Г. Головач

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОДНО-, ДВУХСЛОЙНЫХ
ОДНОРОДНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР ДЛЯ ПРОСВЕТЛЕНИЯ
НИЗКОПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ ПОДЛОЖКИ ПРИ ПАДЕНИИ СВЕТА ПОД УГЛОМ

В работе определены теоретические возможности просветления одно-, двухслойными однородными оптическими структурами низкопреломляющей подложки с использованием метода негладкой оптимизации (r-алгоритма) при различных углах падения света.

V.I. Petsko, O.V.Mitsa, Y.H. Holovacs

INVESTIGATION OF OPTIMAL PARAMETERS ONE-, TWO HOMOGENEOUS LAYERS OF
ANTI-REFLECTIVE OPTICAL STRUCTURES AT DIFFERENT ANGELS OF INCIDENT
LIGHT

Based on the method of nonsmooth optimization (r-algorithm) there was found of theoretical possibilities creation of anti-reflective coatings for low refractive index substrates by one or two homogeneous optical layers

Про авторів:

Пецко Василь Іванович,

аспірант кафедри кібернетики та прикладної математики

Ужгородського національного університету

E-mail: petsko.vi@gmail.com

Мица Олександр Володимирович,

кандидат технічних наук,

доцент кафедри інформаційних управляючих систем і технологій

Ужгородського національного університету

E-mail: alex.mitsa@gmail.com

Головач Йосип Гнатович,

доктор технічних наук,

професор кафедри кібернетики та прикладної математики

Ужгородського національного університету

E-mail: holovacs@ektf.hu