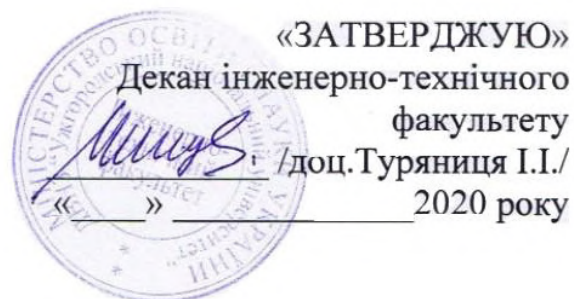


**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”  
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ**



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
Вища математика**

|                            |  |
|----------------------------|--|
| <b>Рівень вищої освіти</b> | <b>Перший (бакалаврський)</b>              |
| <b>Галузь знань</b>        | <b>17 – Електроніка та телекомунікації</b> |
| <b>Спеціальність</b>       | <b>171 – Електроніка</b>                   |
| <b>Освітня програма</b>    | <b>Електронні системи</b>                  |
| <b>Статус дисципліни</b>   | <b>обов’язкова</b>                         |
| <b>Мова навчання</b>       | <b>українська</b>                          |

Робоча програма з навчальної дисципліни „Вища математика” для студентів 1-го та 2-го курсу кафедри електронних систем освітнього ступеня бакалавр за освітньою програмою «Електронні системи» галузі знань 17 Електроніка та телекомунікації за спеціальністю 171 Електроніка.

Розробники:

старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж Шпеник Т.Б.  
доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж Балого С.І.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж

протокол № 1 від «31 серпня» 2020 р.

Завідувач кафедри  доц. Горват П.П.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-технічного факультету

протокол № 1 від «10» вересня 2020 р.

Голова науково-методичної комісії  доц. Гапак О.М.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

© Шпеник Т.Б., Балого С.І., 2020 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2020 р.

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| Найменування показників  | Розподіл годин за навчальним планом |                       |
|--|-------------------------------------|-----------------------|
|  | Денна форма навчання                | Заочна форма навчання |
| Кількість кредитів – 19 (12+7)   | Рік підготовки                      |                       |
| Загальна кількість годин – 570   | 2                                   | -                     |
| Кількість модулів – 14   | Семестр:                            |                       |
| Тижневих годин для денної форми навчання:<br><br>аудиторних – 3<br><br>самостійної роботи студента – 3 | 4                                   | -                     |
|  | Лекції (год.)                       |                       |
|  | 20                                  | -                     |
|  | Практичні (семінарські) (год.)      |                       |
|  | 24                                  | -                     |
| Вид підсумкового контролю:<br><br>іспит  | Самостійна робота (год.)            |                       |
|  | 46                                  | -                     |
| Форма підсумкового контролю:<br><br>усна   |                                     |                       |

## 2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Мета курсу** полягає у формуванні розвитку логічного і алгоритмічного мислення, вивченні основ математичного апарату, який необхідний для розв'язання теоретичних і практичних задач техніки, підвищити загальний рівень математичної культури.

**Завдання курсу:** навчити студентів самостійно працювати над математичною літературою та її застосуваннями, виробити навички математичного дослідження прикладних задач і вміти будувати математичні моделі технічних завдань.

### Перелік дисциплін, розділів, тем, засвоєння яких необхідне для вивчення даної дисципліни

Вивчення даної дисципліни базується на знанні студентами курсу «Математика» та елементів вищої математики в обсязі середньої школи. Програма містить перелік тем, питань, які розглядаються на лекціях та практичних заняттях. Програмою передбачена самостійна робота студентів та контроль за нею. Приводиться список основної та допоміжної літератури, яка рекомендується для вивчення цієї дисципліни.

#### Вимоги до знань та умінь:

Студент повинен **знати:**

системи лінійних рівнянь, основи векторної алгебри, рівняння прямої на площині, прямої площини у просторі, рівняння кривих другого порядку, основні властивості границь, основні формули та теореми диференціального та інтегрального обчислення, основні положення методів рішень звичайних диференціальних рівнянь;

Студент повинен **вміти:**

розв'язувати та аналізувати системи лінійних рівнянь, вирішувати найпростіші задачі аналітичної геометрії, вирішувати найпростіші задачі математичного аналізу, диференціальних рівнянь, застосувати на практиці отримані знання, обґрунтувати отримане рішення, провести аналіз отриманого рішення, застосовувати математичні методи до найпростіших задач радіофізики.

Відповідно до освітньої програми «Електронні системи», вивчення дисципліни сприяє формуванню здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

- **ІК (інтегральна):** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності у галузі електроніки, або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів електроніки;

- **загальні: ЗК2.** Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

- **фахові: СК1.** Здатність використовувати знання і розуміння наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів для проектування та застосування приладів, пристроїв та систем електроніки.

**СК2.** Здатність виконувати аналіз предметної області та нормативної документації, необхідної для проектування та застосування приладів, пристроїв та систем електроніки.

**СК3.** Здатність інтегрувати знання фундаментальних розділів фізики та хімії для розуміння процесів твердотільної, функціональної та енергетичної електроніки, електротехніки.

**СК5.** Здатність застосовувати відповідні математичні, наукові й технічні методи, сучасні інформаційні технології і комп'ютерне програмне забезпечення, навички роботи з комп'ютерними мережами, базами даних та Інтернет ресурсами для вирішення інженерних задач в галузі електроніки.

**СК6.** Здатність ідентифікувати, класифікувати, оцінювати і описувати процеси у приладах, пристроях та системах електроніки за допомогою аналітичних методів, засобів моделювання, дослідних зразків та результатів експериментальних досліджень.

**СК7.** Здатність застосовувати творчий та інноваційний потенціал в синтезі інженерних рішень і в розробці конструкцій пристроїв та систем електроніки.

**СК8.** Здатність вирішувати інженерні задачі в галузі електроніки з урахуванням всіх аспектів розробки, проектування, виробництва, експлуатації та модернізації електронних приладів, пристроїв та систем.

### 3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» не потребує попереднього опанування навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП) «Електронні системи».

### 4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Електронні системи», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

| Програмні результати навчання  | Шифр ПРН |
|--|----------|
| Описувати принцип дії за допомогою наукових концепцій, теорій та методів та перевіряти результати при проектуванні та застосуванні приладів, пристроїв та систем електроніки.  | ПРН1     |
| Застосовувати знання і розуміння диференційного та інтегрального числення, алгебри, функціонального аналізу дійсних і комплексних змінних, векторів та матриць, векторного числення, диференціальних рівняння в звичайних та часткових похідних, ряду Фур'є, статистичного аналізу, теорії інформації, чисельних методів для вирішення теоретичних і прикладних задач електроніки. | ПРН2     |
| Визначати та ідентифікувати математичні моделі технологічних об'єктів при розробці у комп'ютерному середовищі нових складних електронних систем та виборі оптимального рішення.  | ПРН8     |
| Вміти засвоювати нові знання, прогресивні технології та інновації, знаходити нові нешаблонні рішення і засоби їх здійснення; відповідати вимогам гнучкості в подоланні перешкод та досягненні мети, раціонального використання та нормування часу, дисциплінованості, відповідальності за свої рішення та діяльність.  | ПРН13    |
| Застосовувати розуміння теорії стохастичних процесів, методи статистичної обробки та аналізу даних при розв'язанні професійних завдань.  | ПРН16    |
| Застосовувати методи математичного моделювання і оптимізації електронних систем для розробки автоматизованих та роботизованих виробничих комплексів.   | ПРН18    |
| Брати участь у підтриманні кваліфікації колективу на світовому рівні наукових та інженерних досягнень в сфері розробки та експлуатації електронної техніки.  | ПРН19    |
| Брати участь у розробці та виконанні проектів міжнародного наукового співробітництва та академічної мобільності.   | ПРН20    |

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Вища математика»:

| Очікувані результати навчання з дисципліни   | Шифр ПРН                         |
|--|----------------------------------|
| Знання методів, способів і технологій дослідження обраної предметної області.  | ПРН1,ПРН2<br>ПРН8,ПРН13<br>ПРН16 |
| Знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань, здатність використовувати математичні методи в обраній професії. Знання в галузі інформатики й сучасних інформаційних технологій, необхідні для роботи з програмними засобами і комп'ютерними мережами, базами даних та інтернет-ресурсами. | ПРН18,ПРН19<br>ПРН20             |

### 5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Робоча програма з дисципліни «Вища математика», що читається на першому та другому курсах ІТФ спеціальності 171 Електроника має вісім модулів, кожний з яких в свою чергу складається з декількох змістових модулів. Кожний змістовий модуль складається з декількох тем (Т1, Т2, Т3 і т. д). Для контролю знань розроблений перелік (наведено в додатку) теоретичних питань, типові задачі, завдання для самостійної роботи, зі змістом яких студенти знайомляться на початку кожного семестрів. Кожний модуль оцінюється максимально в 100 балів. В кінці семестру виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів з двох модулів.

Використовуються методи усного контролю та письмового контролю. Поточний контроль передбачає: опитування студентів під час захисту лабораторних робіт та опитування на лекціях; контрольні роботи, індивідуальні, самостійні та тестові завдання.

Підсумковий контроль передбачає екзамен у першому, другому та третьому семестрах та залік — у четвертому семестрі.

Для контролю знань розроблено: перелік теоретичних питань та типових завдань, (наведено в додатку); завдання для самостійної роботи, зі змістом яких студенти ознайомлюються на початку семестру.

Оцінка ECTS, яку студент отримує після вивчення кредитного модуля дисципліни, визначається відповідно до рейтингу студента. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує протягом семестру за такі види робіт:

1. Модульна контрольна робота (МКР) тривалістю по 2 акад. години. Максимальна кількість балів за МКР – 60 балів.

2. Виконання лабораторних робіт.

Протягом вивчення дисципліни студенти виконують 3 лабораторні роботи у першому та другому модулі (максимальна кількість балів – 40), 2 роботи – у третьому модулі та 2 роботи у четвертому модулі (максимальна кількість балів – по 40 балів).

Бали із індивідуальної та самостійної роботи студентів нараховуються за: підготовку рефератів, модернізацію завдань, за творчий підхід до виконання завдань, виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни: 0-10 балів за кожен модуль.

Кожний модуль оцінюється максимально в 100 балів. В кінці дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середнє арифметичне балів з двох модулів.

Необхідною умовою допуску до іспиту є відсутність заборгованостей з лабораторних робіт та зарахування контрольних робіт. У кінці вивчення дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів отриманих за кожний модуль.

Розподіл балів, які отримують студенти за модуль приведені в таблицях:

*Розподіл балів, які отримують студенти за 1 модуль*

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |                    |    |    |    |                    |    |    |    | Письмова контрольна робота | Сума |  |
|---|----|----|--------------------|----|----|----|--------------------|----|----|----|----------------------------|------|--|
| Змістовий модуль 1                      |    |    | Змістовий модуль 2 |    |    |    | Змістовий модуль 3 |    |    |    | 60                         | 100  |  |
| T1                                      | T2 | T3 | T1                 | T2 | T3 | T4 | T1                 | T2 | T3 | T4 | T5                         |      |  |
| 2                                       | 4  | 7  | 2                  | 5  | 3  | 4  | 4                  | 2  | 2  | 1  | 4                          |      |  |

*Розподілу балів, які отримують студенти за 2 модуль*

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |    |    |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----|----|----|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 4                      |    |    |    |    |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 |                            |      |
| 7                                       | 6  | 7  | 8  | 6  | 6  |                            |      |

*Розподіл балів, які отримують студенти за 3 модуль*

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |    |    |                    |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----|----|----|--------------------|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 5                      |    |    |    |    | Змістовий модуль 6 |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 | T3 | T4 | T5 | T1                 | T2 |                            |      |
| 5                                       | 5  | 7  | 5  | 4  | 5                  | 9  |                            |      |

## Розподіл балів, які отримують студенти за 4 модуль

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |    |    |    |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----|----|----|----|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 7                      |    |    |    |    |    |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | T7 |                            |      |
| 4                                       | 7  | 4  | 7  | 5  | 6  | 7  |                            |      |

## Розподіл балів, які отримують студенти за 5 модуль

| Поточне тестування та самостійна робота |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 8                      |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 |                            |      |
| 25                                      | 15 |                            |      |

## Розподіл балів, які отримують студенти за 6 модуль

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |                     |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----|---------------------|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 9                      |    |    | Змістовий модуль 10 |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 | T3 | T1                  | T2 |                            |      |
| 9                                       | 8  | 6  | 8                   | 9  |                            |      |

## Розподіл балів, які отримують студенти за 7 модуль

| Поточне тестування та самостійна робота |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 11                     |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 |                            |      |
| 28                                      | 22 |                            |      |

## Розподіл балів, які отримують студенти за 8 модуль

| Поточне тестування та самостійна робота |    |    |                     |    | Письмова контрольна робота | Сума |
|---|----|----|---------------------|----|----------------------------|------|
| Змістовий модуль 12                     |    |    | Змістовий модуль 13 |    | 60                         | 100  |
| T1                                      | T2 | T3 | T1                  | T2 |                            |      |
| 6                                       | 9  | 8  | 6                   | 11 |                            |      |

До складання екзамену допускаються лише студенти, які мають рейтинговий бал не менше 35. Екзамен з навчальної дисципліни студент може не складати, якщо він склав усі модулі та його влаштовує рейтингова оцінка. Студенти, які мають рейтинговий бал від 35 до 59 екзамен складають обов'язково. Студент може підвищити на екзамені оцінку, при цьому рейтингова оцінка не може бути зменшена.

За результатами виконання студентом навчальної програми впродовж семестру рекомендується виставляти заліки та екзамени без додаткового опитування за такою шкалою:

## Шкала оцінювання: вузу (ECTS та національна)

| Сумарні бали | Оцінка ECTS | Екзамен (диф.залік)  | Залік  |
|--------------|-------------|--|--|
| 90 – 100     | <b>A</b>    | Відмінно   | Зараховано   |
| 82 – 89      | <b>B</b>    | Добре  |  |
| 74 – 81      | <b>C</b>    |  |  |
| 64 – 73      | <b>D</b>    | Задовільно   |  |
| 60 – 63      | <b>E</b>    |  |  |
| 35 – 59      | <b>FX</b>   | Незадовільно з можливістю повторного складання             | Незараховано з можливістю повторного складання             |
| 1 – 34       | <b>F</b>    | Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни | Незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни |

**6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ****Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри**

**Тема 1. Елементи теорії визначників.** Визначники другого і третього порядку та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).

**Тема 2. Матриці та дії над ними.** Поняття про матриці. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число. Добуток матриць. Одиначна матриця. Транспонована матриця. Обернена матриця.

**Тема 3. Системи лінійних рівнянь.** Розв'язування систем лінійних рівнянь правилом Крамера. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Загальна теорія систем лінійних рівнянь: ранг матриці, теореми Кронекера-Капеллі, лінійні однорідні системи рівнянь.

**Змістовий модуль 2. Елементи векторної алгебри**

**Тема 1. Вектори і лінійні операції над ними.** Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиначний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори.

Лінійні операції над векторами. Проекція вектора на вісь.

**Тема 2. Лінійна залежність векторів. Базис.** Лінійна залежність і незалежність векторів на площині і в просторі. Компланарні вектори. Базис на площині і в просторі. Прямокутний декартовий базис. Розклад вектора на складові по осях координат. Ділення відрізка в заданому відношенні. Напрямні косинуси вектора. Умова колінеарності двох векторів.

**Тема 3. Скалярний добуток векторів.** Означення скалярного добутку двох векторів та його властивості. Вираження скалярного добутку через координати векторів. Косинус кута між двома векторами. Умова перпендикулярності двох векторів.

**Тема 4. Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів.** Означення векторного добутку та його властивості. Вираження векторного добутку через проекції векторів. Умова колінеарності двох векторів. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів. Геометричний зміст змішаного добутку. Умови компланарності трьох векторів.

**Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія**

**Тема 1. Пряма лінія на площині.** Різні види прямої лінії на площині.

Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої.

**Тема 2. Пряма і площина у просторі.** Нормальний вектор площини. Різні види площини. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Відстань від точки до площини. Різні види прямої у просторі. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини.

**Тема 3. Криві другого порядку.** Коло, еліпс, гіпербола і парабола, їх геометричні властивості і канонічні рівняння. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.

**Тема 4. Перетворення координат.** Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат.

**Тема 5. Поверхні другого порядку.** Сфера, циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування.

#### **Змістовий модуль 4. Вступ до математичного аналізу**

**Тема 1. Функція однієї змінної.** Змінні і постійні величини. Поняття функції. Область визначення функції. Способи задання функції. Деякі властивості функцій: монотонність, обмеженість, парність і непарність, періодичність. Явні і неявні функції. Параметрично задані функції. Обернені функції. Складні функції. Основні елементарні функції та їх графіки. Означення та приклади числових послідовностей.

**Тема 2. Границя змінної величини і функції. Границя послідовності. Односторонні границі.** Нескінченно мала і нескінченно велика величина, зв'язок між ними, властивості нескінченно малих величин. Границя змінної величини, границя функції, границя послідовності. Основні теореми про границі. Перша і друга чудові границі. Натуральні логарифми.

**Тема 3. Неперервність функції.** Неперервність функції в точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність складної функції.

**Тема 4. Похідна функції.** Приріст аргументу і приріст функції. Означення похідної, її механічний і геометричний зміст. Диференційованість функції. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Основні правила диференціювання. Диференціювання складної функції. Похідні вищих порядків.

**Тема 5. Диференціал функції.** Диференціал функції, його геометричний зміст. Зв'язок диференціалу з похідною. Диференціал складної функції. Інваріантність форми диференціала першого порядку. Застосування диференціала для наближених обчислень. Диференціали вищих порядків.

**Тема 6. Деякі теореми про диференційовані функції.** Теореми Роля, Лагранжа, Коші та їх застосування. Правило Лопітала. Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Розклад функцій  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  за допомогою формули Тейлора (Маклорена). Застосування формули Тейлора.

#### **Змістовий модуль 5. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови їх графіків**

**Тема 1. Монотонність і екстремум функції.** Необхідні і достатні умови зростання і спадання функції. Максимум і мінімум функції. Необхідна і достатня умови екстремуму функції. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції, диференційованої на відрізку.

**Тема 2. Опуклість і вгнутість кривих.** Поняття опуклості і вгнутості графіка функції. Достатні умови. Точки перегину. Необхідна і достатня умови точки перегину.

**Тема 3. Асимптоти графіків функцій, загальна схема дослідження функцій і побудова їх графіків.** Поняття вертикальної асимптоти та її визначення. Означення похилої асимптоти та її визначення. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків.

**Тема 4. Наближені методи обчислення коренів рівняння.** Метод ділення відрізка навпіл, метод дотичних. Метод хорд.

**Тема 5. Кривина плоскої і просторової кривої.** Кривина плоскої кривої та її обчислення. Вектор-функція скалярного аргументу. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі. Обчислення кривини просторової лінії.

### **Змістовий модуль 6. Многочлени та їх корені**

**Тема 1. Комплексні числа та операції над ними.** Поняття комплексних чисел. Зображення комплексних чисел на площині. Модуль і аргумент комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в алгебраїчній формі. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в тригонометричній формі. Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Корені з комплексного числа.

**Тема 2. Многочлени та раціональні функції.** Поняття многочлена. Теорема Безу. Основна теорема алгебри. Розклад многочлена на лінійні множники.

### **Змістовий модуль 7. Основи інтегрального числення**

**Тема 1. Невизначений інтеграл та його властивості.** Поняття первісного та невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів. Основні властивості невизначеного інтегралу.

**Тема 2. Основні методи інтегрування.** Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Інтегрування диференціальних біномів. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.

**Тема 3. Визначений інтеграл та його властивості.** Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Інтегральна сума. Означення визначеного інтегралу. Визначений інтеграл із змінною верхньою межею. Властивості визначеного інтегралу.

**Тема 4. Обчислення визначених інтегралів.** Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.

**Тема 5. Наближені методи обчислення визначених інтегралів.** Наближене обчислення визначеного інтеграла за формулами прямокутників, трапецій і Сімпсона.

**Тема 6. Невласні інтеграли.** Інтеграли з нескінченими межами. Інтеграли від розривних функцій.

**Тема 7. Застосування визначених інтегралів.** Обчислення площ плоских фігур, об'єму тіла за відомими площами поперечних перерізів. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання. Обчислення довжини дуги, роботи, тиску рідини на вертикальну площину.

### **Змістовий модуль 8. Функція багатьох змінних**

**Тема 1. Границя функції багатьох змінних та її неперервність.** Означення функції декількох змінних. Границя та неперервність функції декількох змінних.

**Тема 2. Диференціальне числення функції багатьох змінних.** Часткові похідні. Повний диференціал та його застосування. Дотична площина і нормаль до поверхні. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Диференціювання неявних функцій.

**Тема 3. Екстремум функції багатьох змінних.** Екстремум функції декількох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму. Метод найменших квадратів. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

### **Змістовий модуль 9. Диференціальні рівняння та їх системи**

**Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку.** Загальні поняття та означення. Диференціальні рівняння першого порядку. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремленими змінними. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння, що зводяться до них. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку та рівняння, що зводяться до них. Рівняння Бернуллі. Задача Коші. Теорема існування і єдиності. Рівняння в повних диференціалах. Обвідна, особливі розв'язки. Рівняння Клеро і Лагранжа.

**Тема 2. Диференціальні рівняння вищих порядків.** Пониження порядку рівняння. Застосування до розв'язування задач механіки. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку.

Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків (загальна теорія). Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих.

Метод невизначених коефіцієнтів. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші. Теорема існування та єдиності. Системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

### **Змістовий модуль 10. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли**

**Тема 1. Кратні інтеграли.** Подвійні інтеграли, їх властивості і обчислення. Потрійні інтеграли, їх властивості і обчислення. Застосування подвійних і потрійних інтегралів.

**Тема 2. Криволінійний інтеграл.** Криволінійний інтеграл першого роду, його обчислення і властивості. Криволінійний інтеграл другого роду, його обчислення і властивості. Незалежність інтегрування від форми шляху інтегрування. Застосування криволінійних інтегралів.

**Тема 3. Поверхневі інтеграл.** Поняття про поверхневі інтеграли. Площа поверхні.

### **Змістовий модуль 11. Числові і функціональні ряди**

**Тема 1. Числові ряди.** Збіжність і сума ряду. Методи дослідження збіжності: ознаки порівняння рядів; ознака Д'аламбера; ознака Коші; інтегральна ознака. Знакочергуючі ряди і ряди з довільними членами. Абсолютна і умовна збіжність рядів. Ознака Лейбніца.

**Тема 2. Функціональні ряди.** Область збіжності функціонального ряду. Рівномірна збіжність, диференціювання та інтегрування рядів. Степеневі ряди, радіус збіжності, інтервал збіжності. Ряди Тейлора і Маклорена. Застосування рядів у наближених обчисленнях. Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.

### **Змістовий модуль 12. Теорія ймовірності**

**Тема 1. Випадкові події.** Елементи теорії сполук. Класичне і статистичне означення ймовірності. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій. Теорема множення ймовірностей незалежних подій. Ймовірність появи хоча б однієї події. Умовна ймовірність. Залежні події. Теорема множення ймовірностей залежних подій. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Лапласа. Теорема Пуассона. Оцінка відхилення відносної частоти від ймовірності події. Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях.

**Тема 2. Випадкові величини.** Математичне сподівання та його властивості. Дисперсія та середньоквадратичне відхилення дискретної випадкової величини, властивості дисперсії. Інтегральна функція розподілу, її властивості. Диференціальна функція розподілу, її властивості. Математичне сподівання і дисперсія неперервної випадкової величини. Нормальний розподіл неперервної випадкової величини. Крива Гаусса. Ймовірність влучення неперервної випадкової величини в заданий інтервал.

### Змістовий модуль 13. Математична статистика

**Тема 1. Вибірковий метод.** Генеральна сукупність та вибірка. Емпіричні (статистичні) розподіли. Основні числові характеристики вибірки: вибіркове середнє, середнє степеневе, середнє геометричне, мода, медіана, вибіркова дисперсія, вибіркове середньо-квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, початковий і центральний моменти.

**Тема 2. Статистична оцінка параметрів розподілу.** Незміщеність, ефективність і спроможність оцінок. Виправлена дисперсія як незміщеність оцінка генеральної дисперсії. Довірчий інтервал для математичного сподівання. Перевірка статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.

**Тема 3. Елементи теорії кореляції та регресії.** Вибірковий коефіцієнт кореляції, вибіркове кореляційне відношення, вибіркове рівняння прямої лінії регресії. Нелінійна кореляція. Поняття про множинну кореляцію.

### Змістовий модуль 14. Елементи операційного числення

**Тема 1. Початкова функція та її зображення.** Зображення функцій  $\sigma(t)$ ,  $\sin t$ ,  $\cos t$ . Масштабування незалежної змінної. Властивість лінійності зображення. Теорема зміщення та її застосування.

**Тема 2. Диференціювання зображення.** Зображення похідних. Таблиця деяких зображень і відповідних оригіналів. Операторне рівняння для даного диференціального рівняння. Розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом. Теорема згортання та запізнення. Дельта-функція та її зображення. Застосування операційного числення для дослідження явищ в електричних колах і механічних коливаннях.

## 7. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| Назви змістових модулів і тем  | Кількість годин    |              |             |                      |                   |       |
|--|--------------------|--------------|-------------|----------------------|-------------------|-------|
|  | Денна/заочна форми |              |             |                      |                   |       |
|  | Усього             | у тому числі |             |                      |                   |       |
| лекції   |                    | практичні    | лабораторні | індивідуальна робота | самостійна робота |       |
| 1  | 2                  | 3            | 4           | 5                    | 6                 | 7     |
| <b>Модуль 1</b>  |                    |              |             |                      |                   |       |
| <b>Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри</b>                 |                    |              |             |                      |                   |       |
| <b>Тема 1.</b> Елементи теорії визначників.                          | 4                  | 2            | 2           |                      |                   |       |
| <b>Тема 2.</b> Матриці та дії над ними.                              | 3\2                | 1            | 2\1         |                      |                   |       |
| <b>Тема 3.</b> Системи лінійних рівнянь.                             | 19\24              | 3            | 4\3         |                      |                   | 12\18 |
| <b>Разом за змістовим модулем 1</b>                                  | 26\30              | 6            | 8\6         |                      |                   | 12\18 |
| <b>Змістовий модуль 2. Елементи векторної алгебри</b>                |                    |              |             |                      |                   |       |
| <b>Тема 1.</b> Вектори і лінійні операції над ними.                  | 3                  | 2            | 1           |                      |                   |       |
| <b>Тема 2.</b> Лінійна залежність векторів. Базис                    | 14\19              | 1            | 1           |                      |                   | 12\17 |
| <b>Тема 3.</b> Скалярний добуток векторів                            | 3                  | 1            | 2           |                      |                   |       |
| <b>Тема 4.</b> Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів | 5\4                | 2            | 3\2         |                      |                   |       |
| <b>Разом за змістовим модулем 2</b>                                  | 25\29              | 6            | 7\6         |                      |                   | 12\17 |

| <b>Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія</b>  |         |    |       |  |  |        |
|--|---------|----|-------|--|--|--------|
| <b>Тема 1.</b> Пряма лінія на площині.   | 5\4     | 2  | 3\2   |  |  |        |
| <b>Тема 2.</b> Пряма і площина у просторі.   | 7\6     | 3  | 4\3   |  |  |        |
| <b>Тема 3.</b> Криві другого порядку.  | 5       | 2  | 3     |  |  |        |
| <b>Тема 4.</b> Перетворення координат.   | 3\2     | 1  | 2\1   |  |  |        |
| <b>Тема 5.</b> Поверхні другого порядку.   | 23\28   | 2  | 1     |  |  | 20\25  |
| <b>Разом за змістовим модулем 3</b>  | 43\45   | 10 | 13\10 |  |  | 20\25  |
| <b>Усього за модуль 1</b>  | 94\104  | 22 | 28\22 |  |  | 44\60  |
| <b>Модуль 2</b>  |         |    |       |  |  |        |
| <b>Змістовий модуль 4. Вступ до математичного аналізу</b>  |         |    |       |  |  |        |
| <b>Тема 1.</b> Функція однієї змінної.   | 19\25   | 3  | 4\3   |  |  | 12\19  |
| <b>Тема 2.</b> Границя змінної величини і функції. Границя послідовності. Односторонні границі.                  | 10\8    | 4  | 6\4   |  |  |        |
| <b>Тема 3.</b> Неперервність функції.  | 6\5     | 3  | 3\2   |  |  |        |
| <b>Тема 4.</b> Похідна функції.  | 12      | 6  | 6     |  |  |        |
| <b>Тема 5.</b> Диференціал функції.  | 5       | 2  | 3     |  |  |        |
| <b>Тема 6.</b> Деякі теореми про диференційовані функції.  | 34\36   | 2  | 4\2   |  |  | 28\32  |
| <b>Разом за змістовим модулем 4</b>  | 86\93   | 20 | 26\20 |  |  | 40\51  |
| <b>Усього за модуль 2</b>  | 86\93   | 20 | 26\20 |  |  | 40\51  |
| <b>Усього годин за 1 семестр</b>   | 180\195 | 36 | 54    |  |  | 84\111 |
| <b>Модуль 3</b>  |         |    |       |  |  |        |
| <b>Змістовий модуль 5. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови їх графіків</b> |         |    |       |  |  |        |
| <b>Тема 1.</b> Монотонність і екстремум функції.   | 4       | 2  | 2     |  |  |        |
| <b>Тема 2.</b> Опуклість і вгнутість кривих.   | 4       | 2  | 2     |  |  |        |
| <b>Тема 3.</b> Асимптоти графіків функцій, загальна схема дослідження функцій і побудова їх графіків.            | 10\8    | 4  | 6\4   |  |  |        |
| <b>Тема 4.</b> Наближені методи обчислення коренів рівняння.   | 24\32   | 2  |       |  |  | 22\30  |
| <b>Тема 5.</b> Кривина плоскої і просторової кривої.   | 6\4     | 2  | 4\2   |  |  |        |
| <b>Разом за змістовим модулем 5</b>  | 48\52   | 12 | 14\10 |  |  | 22\30  |
| <b>Змістовий модуль 6. Многочлени та їх корені</b>   |         |    |       |  |  |        |
| <b>Тема 1.</b> Комплексні числа та операції над ними.  | 10\8    | 4  | 6\4   |  |  |        |
| <b>Тема 2.</b> Многочлени та раціональні функції.  | 12\20   | 2  |       |  |  | 10\18  |
| <b>Разом за змістовим модулем 6</b>  | 22\28   | 6  | 6\4   |  |  | 10\18  |
| <b>Усього за модуль 3</b>  | 70\80   | 18 | 20\14 |  |  | 32\48  |
| <b>Модуль 4</b>  |         |    |       |  |  |        |
| <b>Змістовий модуль 7. Основи інтегрального числення</b>   |         |    |       |  |  |        |
| <b>Тема 1.</b> Невизначений інтеграл та його   | 4       | 2  | 2     |  |  |        |

|   |         |    |           |  |  |       |
|---|---------|----|-----------|--|--|-------|
| властивості.  |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 2.</b> Основні методи інтегрування.                             | 13\10   | 6  | 7\4       |  |  |       |
| <b>Тема 3.</b> Визначений інтеграл та його властивості.                 | 1       | 1  |           |  |  |       |
| <b>Тема 4.</b> Обчислення визначених інтегралів.                        | 4       | 2  | 2         |  |  |       |
| <b>Тема 5.</b> Наближені методи обчислення визначених інтегралів.       | 26\32   | 2  |           |  |  | 24\30 |
| <b>Тема 6.</b> Невласні інтеграли.                                      | 6\4     | 2  | 4\2       |  |  |       |
| <b>Тема 7.</b> Застосування визначених інтегралів.                      | 7\6     | 3  | 4\3       |  |  |       |
| <b>Разом за змістовим модулем 7</b>                                     | 61      | 18 | 19\1<br>3 |  |  | 24\30 |
| <b>Змістовий модуль 8. Функція багатьох змінних</b>                     |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 1.</b> Границя функції багатьох змінних та її неперервність.    | 3       | 2  | 1         |  |  |       |
| <b>Тема 2.</b> Диференціальне числення функції багатьох змінних.        | 8\11    | 2  | 1         |  |  | 5\8   |
| <b>Тема 3.</b> Екстремум функції багатьох змінних.                      | 8\10    | 2  | 1         |  |  | 5\7   |
| <b>Разом за змістовим модулем 8</b>                                     | 19\24   | 6  | 3         |  |  | 10\15 |
| <b>Усього за модуль 4</b>   | 80\85   | 24 | 22\1<br>6 |  |  | 34\45 |
| <b>Усього годин за 2 семестр</b>  | 150\165 | 36 | 38        |  |  | 66\93 |
| <b>Модуль 5</b>   |         |    |           |  |  |       |
| <b>Змістовий модуль 9. Диференціальні рівняння та їх системи</b>        |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 1.</b> Диференціальні рівняння першого порядку.                 | 38      | 8  | 6         |  |  | 24    |
| <b>Тема 2.</b> Диференціальні рівняння вищих порядків.                  | 32      | 6  | 6         |  |  | 20    |
| <b>Разом за змістовим модулем 9</b>                                     | 70      | 14 | 12        |  |  | 44    |
| <b>Усього за модуль 5</b>   | 70      | 14 | 12        |  |  | 44    |
| <b>Модуль 6</b>   |         |    |           |  |  |       |
| <b>Змістовий модуль 10. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли</b> |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 1.</b> Кратні інтеграли.  | 11      | 5  | 6         |  |  |       |
| <b>Тема 2.</b> Криволінійний інтеграл.                                  | 5       | 3  | 2         |  |  |       |
| <b>Тема 3.</b> Поверхневі інтеграл.                                     | 32      |    | 2         |  |  | 30    |
| <b>Разом за змістовим модулем 10</b>                                    | 48      | 8  | 10        |  |  | 30    |
| <b>Змістовий модуль 11. Числові і функціональні ряди</b>                |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 1.</b> Числові ряди.  | 5       | 2  | 3         |  |  |       |
| <b>Тема 2.</b> Функціональні ряди.                                      | 27      | 4  | 3         |  |  | 20    |
| <b>Разом за змістовим модулем 11</b>                                    | 32      | 6  | 6         |  |  | 20    |
| <b>Усього за модуль 6</b>   | 80      | 14 | 16        |  |  | 50    |
| <b>Усього годин за 3 семестр</b>  | 150     | 36 | 28        |  |  | 94    |
| <b>Модуль 7</b>   |         |    |           |  |  |       |
| <b>Змістовий модуль 12. Теорія ймовірності</b>                          |         |    |           |  |  |       |
| <b>Тема 1.</b> Випадкові події.   | 12      | 8  | 4         |  |  |       |

|  |        |            |                |  |  |             |
|--|--------|------------|----------------|--|--|-------------|
| <b>Тема 2.</b> Випадкові величини.                         | 34\29  | 6          | 3              |  |  | 25\20       |
| <b>Разом за змістовим модулем 12</b>                       | 46\41  | 14         | 7              |  |  | 25\20       |
| <b>Усього за модуль 7</b>                                  | 46\41  | 14         | 7              |  |  | 25\20       |
| <b>Модуль 8</b>  |        |            |                |  |  |             |
| <b>Змістовий модуль 13. Математична статистика</b>         |        |            |                |  |  |             |
| <b>Тема 1.</b> Вибірковий метод.                           | 4      | 2          | 2              |  |  |             |
| <b>Тема 2.</b> Статистична оцінка параметрів розподілу.    | 12     | 8          | 4              |  |  |             |
| <b>Тема 3.</b> Елементи теорії кореляції та регресії.      | 29\19  | 2          | 1              |  |  | 26\16       |
| <b>Разом за змістовим модулем 13</b>                       | 45\35  | 12         | 7              |  |  | 26\16       |
| <b>Змістовий модуль 14. Елементи операційного числення</b> |        |            |                |  |  |             |
| <b>Тема 1.</b> Початкова функція та її зображення.         | 5      | 4          | 1              |  |  |             |
| <b>Тема 2.</b> Диференціювання зображення.                 | 17     | 4          | 3              |  |  | 10          |
| <b>Разом за змістовим модулем 14</b>                       | 22     | 8          | 4              |  |  | 10          |
| <b>Усього за модуль 8</b>                                  | 59\49  | 16         | 7              |  |  | 36\26       |
| <b>Усього годин за 4 семестр</b>                           | 105\90 | 30         | 24             |  |  | 61\46       |
| <b>Всього за курс</b>                                      | 570    | 130/<br>38 | 13<br>8/3<br>2 |  |  | 302/5<br>00 |

#### 8. ТЕМИ СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ

Не передбачено навчальним планом

#### 9. ТЕМИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| № з/п | Назва теми   | Кількість годин: денна | Кількість годин: заочна |
|-------|--|------------------------|-------------------------|
| 1.    | Елементи теорії визначників.                           | 2                      | 1                       |
| 2.    | Матриці та дії над ними.                               | 2                      |                         |
| 3.    | Системи лінійних рівнянь.                              | 2                      | 1                       |
| 4.    | Загальна теорія систем лінійних рівнянь.               | 2                      |                         |
| 5.    | Вектори і лінійні операції над ними.                   | 1                      | 1                       |
| 6.    | Лінійна залежність векторів. Базис.                    | 1                      |                         |
| 7.    | Скалярний добуток векторів.                            | 2                      | 1                       |
| 8.    | Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів. | 3                      |                         |
| 9.    | Пряма лінія на площині.                                | 3                      | 1                       |
| 10.   | Пряма і площина в просторі.                            | 4                      |                         |
| 11.   | Перетворення координат.                                | 2                      | 1                       |
| 12.   | Криві другого порядку.                                 | 3                      |                         |
| 13.   | Поверхні другого порядку.                              | 1                      | 1                       |
| 14.   | Послідовність та її границя. Функції.                  | 4                      |                         |
| 15.   | Границя функції. Чудові границі.                       | 6                      | 1                       |

|                           |   |           |           |
|---------------------------|---|-----------|-----------|
| 16.                       | Неперервність функцій.  | 3         | 1         |
| 17.                       | Похідна функції. Таблиця похідних.  | 3         | 1         |
| 18.                       | Похідна складної функції. Похідні вищих порядків.   | 3         |           |
| 19.                       | Диференціал функції, його застосування.   | 3         | 1         |
| 20.                       | Деякі теореми про диференційовані функції.  | 4         |           |
| <b>Разом за 1 семестр</b> |   | <b>54</b> | <b>10</b> |
| 1.                        | Монотонність та екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції.                   | 2         | 1         |
| 2.                        | Опуклість і вгнутість кривих, точки перегину. Асимптоти графіків функцій.                   | 2         |           |
| 3.                        | Дослідження функцій і побудови їх графіків.   | 4         | 1         |
| 4.                        | Обчислення кривини плоскої кривої. Дотична пряма і нормальна площина до просторової кривої. | 3         |           |
| 5.                        | Комплексні числа та операції над ними.  | 5         | 1         |
| 6.                        | Невизначений інтеграл.  | 2         | 1         |
| 7.                        | Основні методи інтегрування.  | 3         | 1         |
| 8.                        | Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та ірраціональні функції.                  | 4         |           |
| 9.                        | Визначений інтеграл.  | 2         | 1         |
| 10.                       | Невласні інтеграли.   | 2         | 1         |
| 11.                       | Застосування визначених інтегралів.   | 2         | 1         |
| 12.                       | Похідні й повні диференціали функцій багатьох змінних.                                      | 3         | 1         |
| 13.                       | Екстремуми функцій багатьох змінних.  | 1         | 1         |
| 14.                       | Метод найменших квадратів.  | 1         | 1         |
| <b>Разом за 2 семестр</b> |   | <b>38</b> | <b>10</b> |
| 1.                        | Диференціальні рівняння першого порядку.  | 3         | 1         |
| 2.                        | Особливі розв'язки диференціальних рівнянь. Рівняння Лагранжа і Клеро.                      | 1         |           |
| 3.                        | Диференціальні рівняння вищих порядків.   | 1         | 1         |
| 4.                        | Лінійні однорідні і неоднорідні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами.           | 3         | 1         |
| 1.                        | Подвійні інтеграли, їх застосування.  | 2         |           |
| 2.                        | Потрійні інтеграли, їх застосування.  | 2         |           |
| 3.                        | Криволінійні інтеграли, їх застосування.  | 2         | 1         |
| 4.                        | Числові ряди.   | 2         | 1         |
| 5.                        | Функціональні ряди.   | 2         | 1         |
| <b>Разом за 3 семестр</b> |   | <b>24</b> | <b>6</b>  |

|                           |   |            |           |
|---------------------------|---|------------|-----------|
| 1.                        | Елементи теорії сполук. Події, їх класифікація. Класичне і статистичне означення ймовірності.                     | 1          | 1         |
| 2.                        | Теореми додавання і множення ймовірностей.  | 1          |           |
| 3.                        | Теорема множення ймовірностей залежних подій. Формула повної ймовірності. Формула Бейеса.                         | 1          | 1         |
| 4.                        | Повторення випробувань.   | 1          |           |
| 5.                        | Дискретні і неперервні випадкові величини.  | 1          | 1         |
| 6.                        | Дисперсія та середнє квадратичне відхилення.  | 1          |           |
| 7.                        | Багатовимірні випадкові величини, і їх розподіли та числові характеристики.                                       | 1          | 1         |
| 8.                        | Закони великих чисел.   | 1          |           |
| 9.                        | Поняття про вибірковий метод.   | 1          | 1         |
| 10.                       | Статистичні оцінки параметрів.  | 1          |           |
| 11.                       | Методи одержання статистичних оцінок.   | 1          | 1         |
| 12.                       | Довірчий інтервал для математичного сподівання.   | 1          |           |
| 13.                       | Перевірки статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.       | 1          |           |
| 14.                       | Елементи теорії кореляції та регресії.  | 1          |           |
| 15.                       | Початкова функція та її зображення.   | 1          |           |
| 16.                       | Зображення похідних.  | 1          |           |
| 17.                       | Приклади розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом. Теореми згортання та запізнення. | 1          |           |
| 18.                       | Дельта-функція та її зображення.  | 1          |           |
| <b>Разом за 4 семестр</b> |   | <b>22</b>  | <b>6</b>  |
| <b>Всього:</b>            |   | <b>138</b> | <b>32</b> |

### 10. ТЕМИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ

Не передбачено навчальним планом

### 11. САМОСТІЙНА РОБОТА

| № з/п                     | Назва теми                                    | Кількість<br>Годин:денн<br>а\заочна |
|---------------------------|---|-------------------------------------|
| 1.                        | Системи лінійних рівнянь.                     | 12\18                               |
| 2.                        | Лінійна залежність векторів. Базис            | 12\17                               |
| 3.                        | Поверхні другого порядку.                     | 20\25                               |
| 4.                        | Функція однієї змінної.                       | 12\19                               |
| 5.                        | Деякі теореми про диференційовані функції.    | 28\32                               |
| <b>Разом за семестр 1</b> |   | <b>105\111</b>                      |
| 6.                        | Наближені методи обчислення коренів рівняння. | 22\30                               |

|                           |   |                |
|---------------------------|---|----------------|
| 7.                        | Многочлени та раціональні функції.                | 10\18          |
| 8.                        | Наближені методи обчислення коренів рівняння.     | 24\40          |
| 9.                        | Диференціальне числення функції багатьох змінних. | 5\8            |
| 10.                       | Екстремум функції багатьох змінних.               | 5\7            |
| <b>Разом за семестр 2</b> |   | <b>91\93</b>   |
| 8.                        | Диференціальні рівняння першого порядку.          | 24             |
| 9.                        | Диференціальні рівняння вищих порядків.           | 20             |
| 10.                       | Поверхневі інтеграли.                             | 30             |
| 11.                       | Функціональні ряди                                | 20             |
| <b>Разом за семестр 3</b> |   | <b>60\125</b>  |
| 12.                       | Випадкові величини.                               | 25\20          |
| 13.                       | Елементи теорії кореляції та регресії.            | 26\16          |
| 14.                       | Диференціювання зображення.                       | 10             |
| <b>Разом за семестр 4</b> |   | <b>46\171</b>  |
| <b>Всього</b>             |   | <b>302\500</b> |

## 12. Індивідуальні завдання

Підготовка рефератів на задані теми (в тому числі і винесені на самостійне вивчення) та виконання контрольних робіт.

## 13. Методи навчання

Використовуються традиційні методи навчання: лекції та практичні заняття, самостійна та індивідуальна роботи студентів, консультації.

## 14. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Балого С. І., Гапак О. М., Горват П. П., Король І. Ю. Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт з курсу «Вища математика» для студентів інженерно-технічного факультету спеціальностей «Міське будівництво та господарство», «Інженерна механіка», «Приладобудування» та «Електронні системи». Частина І. – Ужгород: видавництво УжНУ «Говерла», 2013. – 128 с.

2. Балого С. І., Гапак О. М., Горват П. П., Король І. Ю. Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт з курсу «Вища математика» для студентів інженерно-технічного факультету спеціальностей «Міське будівництво та господарство», «Інженерна механіка», «Приладобудування» та «Електронні системи». Частина ІІ. – Ужгород: видавництво УжНУ «Говерла», 2013. – 40 с

## 15. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи / Г.Й. Призва і ін. – 400 с.
2. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 2. Спеціальні розділи / Г.Л. Кулініч і ін. – 400 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник.– Київ: Вища шк., 1993. - 648 с.

4. Вища математика: Збірник задач: Навч. Посібник /Дубовик В.П., Юрик І.І. та ін.– Київ: Вища шк., 1999. - 480 с.
5. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник: : У 2 чт. – К.: Техніка, 2000. – Ч.. 1. – 792 с.
6. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник: : У 2 чт. – К.: Техніка, 2000. – Ч.. 2. – 792 с.

#### ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов, т.1.-М.: Наука, 1978. – 456 с.
2. Шнейдер В.Е., Слудский А.И., Шумов А.С. Краткий курс высшей математики, т.1.- М.: Высш. школа, 1978. – 384 с.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. –М.: Наука, 1972.- 240 с.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1977.- 416 с.
5. Довганич М.І., Берча І.В. Кратні і криволінійні інтеграли та їх застосування. – Ужгород, Ужгородський ун-т, 1994. – 37 с.
7. Довганич М.І., Славик В.М. Операційне числення та його застосування. – Ужгород, Ужгородський ун-т, 1997. – 129 с.

Додаток 1

#### 16. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ПЕРШОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

##### Питання

- I. Елементи теорії визначників.
  1. Визначники другого і третього порядку та їх властивості.
  2. Мінори та алгебраїчні доповнення. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).
- II. Матриці та дії над ними
  3. Поняття про матриці. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число. Добуток матриць. Одиначна матриця. Транспонована матриця. Обернена матриця.
- III. Системи лінійних рівнянь.
  4. Розв'язування систем лінійних рівнянь правилом Крамера.
  5. Матричний розв'язок систем лінійних рівнянь.
- IV. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.
  6. Ранг матриці. Теореми Кронекера-Капеллі.
  7. Лінійні однорідні системи рівнянь.
- V. Вектори і лінійні операції над ними.
  8. Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиничний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори.
  9. Лінійні операції над векторами. Проекція вектора на вісь.
- VI. Лінійна залежність векторів. Базис.
  10. Лінійна залежність і незалежність векторів на площині і в просторі. Компланарні вектори. Базис на площині і в просторі.
  11. Прямокутний декартовий базис. Розклад вектора на складові по осях координат.
  12. Ділення відрізка в заданому відношенні.
  13. Напрямні косинуси вектора. Умова колінеарності двох векторів.
- VII. Скалярний добуток векторів.
  14. Означення скалярного добутку двох векторів та його властивості. Вираження скалярного добутку через координати векторів.
  15. Косинус кута між двома векторами. Умова перпендикулярності двох векторів.
- VIII. Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів.

16. Означення векторного добутку та його властивості. Вираження векторного добутку через проекції векторів. Умова колінеарності двох векторів.
17. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів.
18. Геометричний зміст змішаного добутку. Умови компланарності трьох векторів.
- IX. Пряма лінія на площині.
19. Різні види прямої лінії на площині.
20. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої.
- X. Пряма і площина у просторі.
21. Нормальний вектор площини. Різні види площини. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Відстань від точки до площини.
22. Різні види прямої у просторі. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини.
- XI. Криві другого порядку.
23. Коло, еліпс, гіпербола і парабола, їх геометричні властивості і канонічні рівняння. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.
- XII. Перетворення координат.
24. Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами.
25. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат.
- XIII. Поверхні другого порядку.
26. Сфера, циліндричні та конічні поверхні.
27. Поверхні обертання: еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування.

### Задачі

1. Розв'язати рівняння:

$$\begin{vmatrix} \cos 8x & -\sin 5x \\ \sin 8x & \cos 5x \end{vmatrix} = 0.$$

2. Розв'язати нерівність:

$$\begin{vmatrix} x & 3x \\ 4 & 2x \end{vmatrix} < 14.$$

3. Користуючись лише властивостями визначника (не розгортаючи його), розв'язати рівняння:

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & x+1 \end{vmatrix} = 0.$$

4. Розв'язати за правилом Крамера систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -3, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases}$$

5. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним способом і методом Гаусса:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 8x_3 = 1, \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 - 4x_3 = 3. \end{cases}$$

6. Чи може вектор утворювати з координатними осями кути:  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ ?

7. Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  утворюють кут  $\varphi = 60^\circ$  причому  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 8$ . Визначити  $|\vec{a} + \vec{b}|$  і  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .
8. На площині дано два вектора:  $\vec{p} = \{2; -3\}$ ,  $\vec{q} = \{1; 2\}$ . Знайти розклад вектора  $\vec{e} = \{3; 4\}$  по базису  $\vec{p}, \vec{q}$ .
9. Дано вершини чотирикутника:  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(1; 4; 0)$ ,  $C(-4; 1; 1)$ ,  $D(-5; -5; 3)$ . Довести, що діагоналі  $AC$  і  $BD$  взаємно перпендикулярні.
10. Дано три вектора:  $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$  і  $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$ . Обчислити  $np_z(\vec{a} + \vec{b})$ .
11. Дано точки  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 0; -3)$ ,  $C(5; 2; 6)$ . Обчислити площу трикутника  $ABC$ .
12. Встановити чи компланарні вектори  $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$ .
13. Дано трикутник з вершинами  $A(-2; 0)$ ,  $B(2; 4)$  і  $C(4; 0)$ . Написати рівняння сторін трикутника, медіани  $AE$ , висоти  $AD$  і знайти довжини висоти  $AD$  і медіани  $AE$ , знайти також  $\angle ABC$ .
14. Дано вершини трикутника:  $A(1; -1)$ ,  $B(-2; 1)$  і  $C(3; 5)$ . Скласти рівняння перпендикуляра, проведеного з вершини  $A$  на медіану, яка проведена з вершини  $B$ .
15. Дано рівняння кола  $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ . Скласти рівняння діаметра кола, який перпендикулярний до хорди  $2x - y + 3 = 0$ .
16. Дано еліпс  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Знайти: 1) його осі, 2) фокуси, 3) ексцентриситет, 4) рівняння директрис.
17. Написати канонічне рівняння гіперболи, якщо відстань однієї з вершин до фокусів дорівнюють 9 і 1.
18. Написати рівняння параболи і її директриси, якщо парабола проходить через точки перетину прямої  $x + y = 0$  і кола  $x^2 + y^2 + 4y = 0$  і симетрична відносно осі  $OY$ . Побудувати коло, пряму і параболу.
19. Спростити рівняння і побудувати графік  $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 3 = 0$ .
20. Спростити рівняння і побудувати графік  $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0$ .
21. Написати рівняння площини, яка проходить через точку  $M_1(3; 4; -5)$  паралельно двом векторам  $\vec{a}_1 = \{3; 1; -1\}$  і  $\vec{a}_2 = \{1; -2; 1\}$ .
22. Написати рівняння площини, яка проходить через три точки:  $M_1(3; -1; 2)$ ,  $M_2(4; -1; -1)$ ,  $M_3(2; 0; 2)$ .
23. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку  $M_0(2; -3; -5)$  і перпендикулярна до площини  $6x - 3y - 5z + 2 = 0$ .
24. Знайти радіус  $R$  сфери, яка дотикається до площин:  $3x + 2y - 6z - 15 = 0$ ,  $3x + 2y - 6z + 55 = 0$ .

Додаток 2

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ДРУГОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

I. Змінна величина. Послідовність. Функція.

1. Змінні і постійні величини. Функція. Область визначення функції. Способи задання функції.

2. Деякі властивості функцій: монотонність, обмеженість, парність і непарність, періодичність. Явні і неявні функції. Параметрично задані функції. Обернені функції. Складні функції.
3. Основні елементарні функції та їх графіки.
4. Означення та приклади числових послідовностей.
- II. Границя змінної величини і функції. Границя послідовності. Односторонні границі.
5. Нескінченно мала і нескінченно велика величина, зв'язок між ними, властивості нескінченно малих величин. Границя змінної величини, границя функції, границя послідовності. Основні теореми про границі.
6. Перша і друга чудові границі. Натуральні логарифми.
- III. Неперервність функції.
7. Неперервність функції в точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність складної функції.
- IV. Похідна функції.
8. Приріст аргументу і приріст функції. Означення похідної, її механічний і геометричний зміст. Диференційованість функції.
9. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Основні правила диференціювання.
10. Диференціювання складної функції. Похідні вищих порядків.
- V. Диференціал функції.
11. Диференціал функції, його геометричний зміст. Зв'язок диференціалу з похідною. Диференціал складної функції. Інваріантність форми диференціала першого порядку.
12. Застосування диференціала для наближених обчислень. Диференціали вищих порядків.
- VI. Деякі теореми про диференційовані функції.
13. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші та їх застосування. Правило Лопітала.
14. Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Розклад функцій  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  за допомогою формули Тейлора (Маклорена). Застосування формули Тейлора.

### Задачі

1. Знайти область визначення функцій:
  - а)  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ ,
  - б)  $y = \arcsin \frac{x-3}{2} + \lg(4-x)$ .
2. Побудувати графік функції  $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{2})$ .
3. Знайти границі послідовності:
  - а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 2n - 1}}{n + 2}$ ,
  - б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1 + 2 + 3 + \dots + n)$ ,
  - в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$ .
4. Знайти границі функцій:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$ ,
  - б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$ ,
  - в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$ ,
  - г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$ ,
  - д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$ ,
  - е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$ .
5. Користуючись означенням похідної, знайти  $f'(x)$ :

а)  $y = x^3 - x$  у точці  $x = 2$ ,    б)  $y = \sqrt[3]{x}$  у точці  $x = 8$ .

6. Знайти похідні функцій:

а)  $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} + x^2$ ,    б)  $y = \operatorname{ctg} \sqrt{1+x^2}$ ,

в)  $y = (1 + \sin^2 x)^4$ ,    г)  $y = \frac{4x}{x^2 - 6} + x \operatorname{arctg} x$ ,

д)  $y = 10^{1 - \sin^4 3x}$ ,    е)  $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$ ,

є)  $y = x^{\sin x}$ ,    ж)  $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$ .

7. Знайти похідну функції, заданої неявно:

а)  $x^3 + y^3 - 34xy = 0$ ,    б)  $y = \cos(x + y)$ .

8. Знайти похідну функції, заданої параметрично:

а)  $\begin{cases} x = a(\varphi - \sin \varphi), \\ y = a(1 - \cos \varphi). \end{cases}$     б)  $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

9. Знайти похідні другого порядку функцій:

а)  $y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x$ ;    б)  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ,

в)  $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ ,    г)  $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = a \sin t. \end{cases}$

10. Знайти диференціали першого і другого порядків функцій:

а)  $y = \operatorname{arctg} x$ ,    б)  $y = \sin^2 \left( \frac{x}{4} \right)$ .

11. Довести, що функція  $y = x^3 - 2x$  неперервна при всіх значеннях  $x$ .

12. Дослідити на неперервність функції. У випадку розривності, вказати на характер розриву функції у точці:

а)  $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$ ,    б)  $y = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x \leq 1, \\ 2x, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$     в)  $f(x) = \frac{4}{2 + 3^{\frac{1}{x-1}}}$ .

13. Скласти рівняння дотичної та нормалі до кривої  $y = \frac{3}{x}$  у точці  $M(1;3)$ .

14. Через дві точки кривої  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ , що мають абсциси  $x = 0$  та  $x = 4$ , проведена січна.

Знайти точку на цій кривій, в якій дотична паралельна до цієї січної.

15. Знайти границі, застосовуючи правило Лопітала:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$ ,    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$ ,

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$ ,    г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ x \cdot \sin \frac{a}{x} \right]$ .

Додаток 3

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ТРЕТЬОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

I. Монотонність і екстремум функції.

1. Необхідні і достатні умови зростання і спадання функції.

2. Максимум і мінімум функції. Необхідна і достатня умови екстремуму функції.

Знаходження найбільшого і найменшого значення функції, диференційованої на відрізку.

- II. Опуклість і вгнутість кривих.
3. Поняття опуклості і вгнутості графіка функції. Достатні умови.
  4. Точки перегину. Необхідна і достатня умови точки перегину.
- III. Асимптоти графіків функцій, загальна схема дослідження функцій і побудова їх графіків.
5. Поняття вертикальної асимптоти та її визначення. Означення похилої асимптоти та її визначення.
  6. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків.
- IV. Наближені методи обчислення коренів рівняння.
7. Метод ділення відрізка навпіл, метод дотичних.
  8. Метод хорд.
- V. Кривина плоскої і просторової кривої.
9. Кривина плоскої кривої та її обчислення.
  10. Вектор-функція скалярного аргументу.
  11. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі. Обчислення кривини просторової лінії.
- VI. Комплексні числа та операції над ними.
12. Поняття комплексних чисел. Зображення комплексних чисел на площині. Модуль і аргумент комплексного числа.
  13. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в алгебраїчній формі.
  14. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в тригонометричній формі.
  15. Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа.
  16. Корені з комплексного числа.
- VII. Многочлени та раціональні функції.
17. Поняття многочлена. Теорема Безу. Основна теорема алгебри.
  18. Розклад многочлена на лінійні множники.

### Задачі

1. Знайти інтервали монотонності функції  $y = x^2 e^{-x}$ .  
Відповідь:  $(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$  - інтервали спадання,  $(0; 2)$  - інтервал спадання.
2. Знайти екстремум функції  $y = x - \ln(1+x)$ .  
Відповідь:  $y_{\min} = 0$  при  $x = 0$ .
3. Знайти екстремум функції  $y = x + \sqrt{1-x}$  за допомогою другої похідної.  
Відповідь:  $y_{\max} = \frac{5}{4}$  при  $x = \frac{3}{4}$ .
4. Знайти найбільше і найменше значення функції  $y = x + 2\sqrt{x}$  на  $[0; 4]$ .  
Відповідь:  $(8 \text{ і } 0)$ .
5. Знайти точки перегину, інтервали опуклості і вгнутості графіка функції  $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$ .  
Відповідь:  $(\frac{5}{3}; -\frac{250}{27})$  - точки перегину. Інтервали: опуклості -  $(-\infty; \frac{5}{3})$ , вгнутості -  $(\frac{5}{3}; \infty)$ .
6. Знайти асимптоти графіка функції  $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x-1}$ .  
Відповідь:  $x = 1$  - вертикальна асимптота;  $y = 2x + 5$  - похила асимптота.
7. Дослідити функцію  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  і побудувати її графік.

8. Знайти криву лінії  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$  у початку координат.

Відповідь: 0.

9. Знайти криву лінії  $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$  при  $t = \frac{\pi}{2}$ .

Відповідь:  $\frac{2}{\pi a}$ .

10. Визначити розміри відкритого басейну з квадратним одним об'ємом  $32 \text{ м}^3$  так, щоб на поверхню його стін і дна пішло найменша кількість матеріалу.

Відповідь:  $4 \times 4 \times 2 \text{ м}$ .

11. Огорожею довжиною 120м необхідно огородити прямокутну ділянку найбільшої площі. Знайти розміри прямокутної ділянки.

Відповідь:  $30 \times 30 \text{ м}$ .

12. Знайти рівняння дотичної прямої і паралельної площини до лінії  $\begin{cases} x = at, \\ y = \frac{1}{2}at^2 \\ z = \frac{1}{3}at^3 \end{cases}$  у точці

$(6a; 18a; 72a)$ .

Відповідь:  $\frac{x-6a}{1} = \frac{y-18a}{6} = \frac{z-72a}{36}$ ;  $x+6y+36z = 2706a$ .

13. Знайти кривину ліній:

а)  $xy = 4$  у точці  $(2; 2)$ ,      б)  $\begin{cases} x = 3t^2, \\ y = 3t - t^2 \end{cases}$  при  $t = 1$ .

14. Знайти  $i^{31}$ .

Відповідь:  $-i$ .

15. Подати число  $-1 + i\sqrt{3}$  в тригонометричній і показниковій формах.

Відповідь:  $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ .

16. Знайти частку  $\frac{63+16i}{4+3i}$ .

Відповідь:  $12 - 5i$ .

17. Обчислити всі чотири значення  $x = \sqrt[4]{1}$ .

Відповідь:  $x_1 = 1; x_2 = i; x_3 = -1; x_4 = -i$ .

18. Обчислити  $\sqrt[3]{i}$ .

Відповідь:  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + i), -\frac{1}{2}\sqrt{3}i, -i$ .

19. Обчислити  $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^6$ .

Відповідь:  $-1$ .

Додаток 4

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ЧЕТВЕРТОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

I. Невизначений інтеграл та його властивості.

1. Поняття первісного та невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів.
2. Основні властивості невизначеного інтегралу.
- II. Основні методи інтегрування.
3. Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами.
4. Інтегрування раціональних дробів.
- III. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та ірраціональні функції.
5. Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій.
6. Інтегрування диференціальних біномів.
7. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей.
8. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.
- IV. Визначений інтеграл та його властивості.
9. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Інтегральна сума. Означення визначеного інтегралу.
10. Визначений інтеграл із змінною верхньою межею.
11. Властивості визначеного інтегралу.
- V. Обчислення визначених інтегралів.
12. Формула Ньютона-Лейбніца.
13. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.
- VI. Наближені методи обчислення визначених інтегралів.
14. Наближене обчислення визначеного інтеграла за формулами прямокутників, трапецій і Сімпсона.
- VII. Невласні інтеграли.
15. Інтеграл з нескінченими межами. Інтеграл від розривних функцій.
- VIII. Застосування визначених інтегралів.
16. Обчислення площ плоских фігур, об'єму тіла за відомими площами поперечних перерізів. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання.
17. Обчислення довжини дуги, роботи, тиску рідини на вертикальну площину.
- IX. Функція багатьох змінних, її границя та неперервність.
18. Означення функції декількох змінних. Границя та неперервність функції декількох змінних.
- X. Диференціальне числення функції багатьох змінних.
19. Часткові похідні. Повний диференціал та його застосування. Дотична площина і нормаль до поверхні.
20. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Диференціювання неявних функцій.
- XI. Екстремум функції багатьох змінних.
21. Екстремум функції декількох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму.
22. Метод найменших квадратів. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

### Задачі

1. Користуючись методом безпосереднього інтегрування, знайти інтеграли:
  - а)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$ ,
  - б)  $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$ ,
  - в)  $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$ ,
  - г)  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 2x \cdot \sin^2 2x} dx$ ,
  - д)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ ,
  - е)  $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$ ,
  - є)  $\int \frac{(1+2x^2)}{x^2(1+x^2)} dx$ .
2. Користуючись методом безпосереднього інтегрування та методом заміни змінної, знайти інтеграл:
  - а)  $\int e^x \cdot \sin(e^x) dx$ ,
  - б)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}$ ,
  - в)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ ,

$$\text{г) } \int \frac{(\arctg x)^2 dx}{1+x^2}, \quad \text{д) } \int \frac{dx}{(\arcsin x)^3 \sqrt{1-x^2}}, \quad \text{е) } \int \frac{e^x dx}{e^x + 1}, \quad \text{е) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}.$$

3. Використовуючи метод інтегрування частинами, знайти інтеграли:

$$\text{а) } \int \ln x dx, \quad \text{б) } \int x \ln(x-1) dx, \quad \text{в) } \int x e^{2x} dx,$$

$$\text{г) } \int x \arctg x dx, \quad \text{д) } \int \sqrt{x} \ln x dx, \quad \text{е) } \int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

4. Обчислити інтеграли, що містять тригонометричні, раціональні та ірраціональні функції:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}, \quad \text{б) } \int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx, \quad \text{в) } \int \frac{x^3}{x^3 - x^2} dx,$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{1+x^5}, \quad \text{д) } \int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^2})}, \quad \text{е) } \int \sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})^4 dx,$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}, \quad \text{ж) } \int x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx, \quad \text{з) } \int \sin^2 x \cos^3 x dx,$$

$$\text{і) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 2x - 1}}, \quad \text{к) } \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

5. Обчислити інтеграли:

$$\text{а) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}, \quad \text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx,$$

$$\text{г) } \int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}, \quad \text{д) } \int_0^1 \ln(x+1) dx, \quad \text{е) } \int_0^1 x^2 \sqrt{a-x^2} dx,$$

$$\text{е) } \int_0^1 x e^x dx, \quad \text{ж) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}, \quad \text{з) } \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}.$$

6. Обчислити невластні інтеграли (або встановити їх розбіжність).

$$\text{а) } \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx, \quad \text{б) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2},$$

$$\text{в) } \int_0^1 x \ln x dx, \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}.$$

7. Знайти площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$\text{а) } y = 2x - x^2, y = x, \quad \text{б) } y = x^2, y^2 = x,$$

$$\text{в) } y = x^2, y = 1 - x^2, \quad \text{г) } 4y - x^3 = 0, y - x = 0.$$

8. Обчислити об'єми тіл, утворених обертанням навколо осі  $OX$  фігур, обмежених заданими лініями:

$$\text{а) } xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0, \quad \text{б) } y = \sin x \text{ (однією півхвилею)}, y = 0,$$

$$\text{в) } y^2 = 2px, x = h, \quad \text{г) однією аркою циклоїди } \begin{cases} x = a(1 - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, \quad \text{д) } y = x^2, y^2 = x.$$

9. Обчислити площу поверхні, утвореної обертанням лінії  $3y - x^3 = 0$  навколо осі  $OX$  (від  $x_1 = 0$ , до  $x_2 = a$ ).

10. Знайти площу поверхні, утвореної обертанням параболи  $y^2 = 4ax$  навколо осі  $OX$  від вершини до точки з абсцисою  $x = a$ .

11. Знайти довжину дуги лінії  $y = \ln(1 + x^2)$  (від  $x_1 = 0$  до  $x_2 = \frac{1}{2}$ ).

12. Знайти довжину дуги лінії  $\begin{cases} x = R(\cos t + t \sin t), \\ y = R(\sin t - t \cos t). \end{cases} (t_1 = 0), t_2 = \pi.$
13. Знайти тиск води на одній із стінок акваріума, яка має довжину 60см, а висоту 20см.
14. Знайти шлях пройдений тілом від початку руху до зупинки, якщо визначається формулою  $v = (6t - at^2)$  м/с.
15. Знайти частинні похідні першого порядку функцій:  
а)  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ , б)  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .
16. Знайти повні диференціали функцій:  
а)  $z = \arcsin \frac{x}{y}$ , б)  $z = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ .
17. Обчислити наближено (використовуючи повний диференціал):  
а)  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$ , б)  $1,04^{2,02}$ .
18. Знайти  $\frac{\partial z}{\partial u}$  і  $\frac{\partial z}{\partial v}$  функції  $z = x^2 \ln y$ , якщо  $x = \frac{u}{v}$ ,  $y = 3u - 2v$ .
19. Знайти  $\frac{\partial u}{\partial x}$  функції  $u = \arcsin \frac{x}{z}$ , де  $z = \sqrt{x^2 + 1}$ .
20. Знайти  $\frac{dy}{dx}$  від функцій, заданих неявно:  
а)  $x^3 y - y^3 x = a^4$ , б)  $ye^x + e^y = 0$ .
21. Дано  $z = x^y$ . Довести, що  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .
22. Дано  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ . Знайти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .
23. Дослідити на екстремум функцію  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ .
24. Скласти рівняння дотичної прямої і нормальної площини для лінії:  
 $x = at$ ,  $y = \frac{1}{2}at^2$ ,  $z = \frac{1}{3}at^3$  в точці  $M(6a, 18a, 72a)$ .

Додаток 5

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ П'ЯТОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

#### I. Диференціальні рівняння та їх системи.

- Рівняння з відокремленими змінними.
- Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння, що зводяться до них.
- Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку.
- Рівняння Бернуллі.
- Задача Коші. Теорема існування і єдиності.
- Рівняння в повних диференціалах.
- Обвідна, особливі розв'язки. Рівняння Клеро і Лагранжа.
- Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку.
- Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих.
- Метод невизначених коефіцієнтів.
- Системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

## Задачі

- Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь із змінними, що відокремлюються:  
а)  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$ , б)  $yy' = \frac{1-2x}{y}$ , в)  $y' = 10^{x+y}$ .
- Знайти часткові розв'язки диференціальних рівнянь за початковими умовами:  
а)  $2y'\sqrt{x} = y$ ,  $y = 1$  при  $x = 4$ , б)  $y' = (2y+1)\operatorname{ctgx}$ ,  $y = \frac{1}{2}$  при  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- Знайти розв'язки однорідних диференціальних рівнянь:  
а)  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ , б)  $x dy - y dx = y dy$ , в)  $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$ ,  
г)  $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0$ ;  $y = 0$  при  $x = 1$ .
- Знайти розв'язки лінійних диференціальних рівнянь першого порядку:  
а)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ , б)  $y' + y = \cos x$ , в)  $y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$ , г)  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ .
- Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь:  
а)  $y' + 2xy = 2x^3y^3$ , б)  $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$ .
- Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь:  
а)  $(3y - 7x + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0$ , б)  $(x + 2y + 1)dx - (2x + 4y + 3)dy = 0$ .
- Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь в повних диференціалах:  
а)  $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$ , б)  $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$ .
- Знайти загальні і особливі розв'язки рівнянь Клеро і Лагранжа  
а)  $y = xy' + y'^2$ , б)  $y = xy' + \frac{1}{y'}$ , в)  $y = y'(x+1) + y'^2$ .
- Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння другого порядку, які допускають пониження порядку:  
а)  $y'' = \operatorname{arctg} x$ , б)  $y''x \ln x = y'$ , в)  $2yy'' = 1 + (y')^2$ .
- Знайти загальний розв'язок лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь (частинні розв'язки знайти методом невизначених коефіцієнтів):  
а)  $2y'' + y' - y = 2e^x$ , б)  $y'' - 7y' + 6y = \sin x$ , в)  $y'' - 6y' + 9y = 2x^3 - x + 3$ .
- Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь методом варіації довільних сталих:  
а)  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$ , б)  $y'' + y = \frac{1}{\cos^2 x}$ , в)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$ .
- Розв'язати систему лінійних диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами:  
а)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 5 \cos t, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y. \end{cases}$

Додаток 6

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ШОСТОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

## Питання

- Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли.
- Подвійні інтеграли, їх властивості і обчислення.

2. Потрійні інтеграли, їх властивості і обчислення.
3. Застосування подвійних і потрійних інтегралів.
4. Криволінійний інтеграл першого роду, його обчислення і властивості.
5. Криволінійний інтеграл другого роду, його обчислення і властивості.
6. Незалежність інтегрування від форми шляху інтегрування.
7. Застосування криволінійних інтегралів.
8. Поняття про поверхневі інтеграли. Площа поверхні.
- II. Числові і функціональні ряди.
9. Збіжність і сума ряду.
10. Методи дослідження збіжності:
  - а) ознаки порівняння рядів;
  - б) ознака Даламбера;
  - в) ознака Коші;
  - г) інтегральна ознака.
11. Знакочергуючі ряди і ряди з довільними членами.
12. Абсолютна і умовна збіжність рядів. Ознака Лейбніца.
13. Степеневі ряди, радіус збіжності, інтервал збіжності.
14. Ряди Тейлора і Маклорена.
15. Застосування рядів в наближених обчисленнях.
16. Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.

### Задачі

1. Обчислити подвійні інтеграли:
  - а)  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , де  $D$  - область обмежена параболою  $y = x^2$  і  $y^2 = x$ ,
  - б)  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , де  $D$  - область обмежена  $x = 2$ ,  $y = x$ ,  $xy = 1$ ,
  - в)  $\iint_D \cos(x + y) dx dy$ , де  $D$  - область обмежена лініями  $x = 0$ ,  $y = \pi$ ,  $x = y$ .
2. Змінити порядок інтегрування в інтегралах:
  - а)  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ ,    б)  $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ .
3. Обчислити потрійні інтеграли:
  - а)  $\int_0^a dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^7 z dz$
  - б)  $\iiint_D y \cos(z + x) dx dy dz$ , де  $D$  - область обмежена циліндром  $y = \sqrt{x}$  і площинами
 
$$y = 0, z = 0, x + z = \frac{\pi}{2}$$
  - в)  $\iiint_V \frac{1}{(x + y + z + 1)^3} dx dy dz$ , де  $V$  - область обмежена площинами
 
$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1.$$
4. Перейшовши до полярних координат обчислити інтеграли:

- а)  $\int_0^{\pi} dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy$ , б)  $\iint_D (12-2x-3y) dx dy$ , де  $D$  - коло  $x^2+y^2 \leq R^2$ .
5. Перейшовши до циліндричних або сферичних координат обчислити інтеграли:
- а)  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^a dz$ , б)  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z \sqrt{x^2+y^2} dz$ ,
- г)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz$ .
6. Знайти площу області, обмеженої еліпсом  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .
7. Знайти площу області, обмеженої параболою  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$ .
8. Подвійним інтегруванням знайти об'єм тіла, обмеженого:
- а) площинами  $x = 4$  і  $y = 4$  і параболоїдом обертання  $z = x^2 + y^2 + 1$ .
- б) циліндрами  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$  і площинами  $z = 0$  і  $x + z = 6$ .
9. Обчислити площу тієї частини поверхні  $2z = x^2 + y^2$ , яка вирізана циліндром  $x^2 + y^2 = 1$ .
10. Обчислити площу тієї частини поверхні  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ , яка вирізана циліндром  $x^2 + y^2 = R^2$  ( $R \leq a$ ).
11. Подвійним інтегруванням знайти координати центр мас однорідної плоскої фігури, обмеженої верхньою половиною еліпса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , яка спирається на велику вісь.
12. Обчислити об'єм тіла, обмеженого площинами:  
 $x + y + z = 4$ ,  $x = 3$ ,  $y = 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
13. Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями:  
 $z = 4 - y^2$ ,  $z = y^2 + 2$  і площинами  $x = 0$ ,  $x = 2$ .
14. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_L y ds$ , де  $L$  - дуга параболи  $y^2 = 2px$ , яка відсічена параболою  $x^2 = 2py$ .
15. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_L \sqrt{2y} ds$  де  $L$  - перша арка циклоїди  $\begin{cases} x = \varphi(t - \sin t) \\ y = \varphi(1 - \cos t) \end{cases}$
16. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy dx + (y-x) dy$  вздовж лінії  $y = x^3$ .
17. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_L y dx + x dy$  де  $L$  - чверть кола  $x = R \cos t$ ,  $y = R \sin t$ , від  $t_1 = 0$  до  $t_2 = \frac{\pi}{2}$ .
18. За допомогою криволінійного інтегралу, знайти площу еліпса  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$ .
19. Перевірити, чи залежить  $\int_{AB} (2xy - 5y^3) dx + (x^2 - 15xy^2 + 6y) dy$  від форми шляху інтегрування. Якщо не залежить, то обчисліть інтеграл по лінії АВ, що з'єднує точки  $(0;0)$  і  $(2;2)$ .
20. Обчислити по формулі Гріна криволінійний інтеграл  $\int_C -x^2 y dx + xy^2 dy$ , де  $C$  - коло  $x^2 + y^2 = a^2$  у додатному напрямку.

21. Дослідити на збіжність ряд:

а)  $1 + \frac{1+2}{1+2^2} + \dots + \frac{1+n}{1+n^2} + \dots$

б)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$

в)  $\frac{2}{3} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{9} + \dots + \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n} + \dots$

г)  $\frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \dots + \frac{1}{n \ln n} + \dots$

22. Дослідити на абсолютну і умовну збіжність ряд:

а)  $1 - \frac{1}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1} + \dots$

б)  $1 - \frac{1}{3^3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3} + \dots$

23. Знайти інтервали збіжності ряду і дослідити на збіжність ряд на кінцях інтервалу збіжності:

а)  $x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + \dots$

б)  $x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} + \dots$

24. За допомогою рядів обчислити:

а)  $\sqrt[3]{70}$  з точністю до 0,001.

б)  $\cos 10^\circ$  з точністю до 0,0001.

в)  $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$  з точністю до 0,001.

25. Розкласти в ряд Фур'є функцію  $f(x) = x$  ( $-\pi < x < \pi$ ).

Додаток 7

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ СЬОМОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

I. Теорія ймовірності.

1. Елементи теорії сполук.
2. Класичне і статистичне означення ймовірності.
3. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій.
4. Теорема множення ймовірностей незалежних подій.
5. Ймовірність появи хоча б однієї події.
6. Умовна ймовірність. Залежні події. Теорема множення ймовірностей залежних подій.
7. Формула повної ймовірності.
8. Формула Байеса.
9. Формула Бернуллі.
10. Локальна та інтегральна теорема Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Оцінка відхилення відносної частоти від ймовірності події.
13. Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях.
14. Математичне сподівання та його властивості.

15. Дисперсія та середньоквадратичне відхилення дискретної випадкової величини, властивості дисперсії.
16. Інтегральна функція розподілу, її властивості.
17. Диференціальна функція розподілу, її властивості.
18. Математичне сподівання і дисперсія неперервної випадкової величини.
19. Нормальний розподіл неперервної випадкової величини. Крива Гаусса.
20. Ймовірність влучення неперервної випадкової величини в заданий інтервал.
21. Підкинуті дві гральні кості. Знайти ймовірність того, що сума очок, що випали гравцеві дорівнює семи.

#### Задачі

1. При здачі екзамену ймовірність того, що студент одержить "відмінно" дорівнює 0,5, "добре" – 0,25, "незадовільно" – 0,01, не з'явиться на екзамен – 0,05. Яка ймовірність того. Що студент одержить позитивну оцінку?
2. Для сигналізації про аварію встановлені два незалежно працюючих сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор дорівнює 0,95, а другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює тільки один сигналізатор.
3. У першій скринці є 2 білих і 10 чорних кульок, у другій – 8 білих і 4 чорних кульок. З кожної скриньки витягнули по кульці. Яка ймовірність того, що обидві кульки білого кольору?
4. Три стрільці незалежно один від одного стріляють в ціль. Ймовірність влучення в ціль першим стрільцем дорівнює 0,6, другим – 0,7, а третім – 0,75. Знайти ймовірність хоч би одного влучення в ціль, якщо кожен стрілець зробить по одному пострілу.
5. Студент знає 20 із 25 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає заплановані йому екзаменатором 3 питання.
6. В обчислювальній лабораторії є 6 автоматів і 4 напіваавтомати. Ймовірність того, що за час виконання деякого розрахунку автомат не вийде з ладу дорівнює 0,95, а для напіваавтомата – 0,8. Студент проводить розрахунок на навмання підібраній хвилині. Знайти ймовірність того, що до закінчення розрахунку машина не вийде з ладу.
7. Число вантажних автомашин, що проїжджають по трасі, на яких стоїть автозаправочна, відноситься до числа легкових автомашин, що проїжджають по тій самій трасі, як 3:2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0,1; для легкової автомашини ця ймовірність дорівнює 0,2. До бензоколонки під'їхали для заправки автомашини. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.
8. Ймовірність проростання насіння дорівнює 0,9. Для досліду відбирають 6 насінин. Знайти ймовірність того, що проросте 5 насінин.
9. Ймовірність народження хлопчика 0,51. Знайти ймовірність того, що серед 100 новонароджених буде 50 хлопчиків.
10. Ймовірність появи події у кожному із 100 незалежних випробовувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що подія з'явиться не менше 75 раз і не більше 90 раз.
11. Пристрій складається із 1000 елементів, працюючих незалежно один від одного. Ймовірність відмови будь-якого елемента дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що відмовлять 3 елементи.
12. Знайти закон розподілу дискретної випадкової величини  $x$  - число випадань "герба" при двох підкидуваннях монети.
13. Знайти дисперсію і середнє квадратичне відхилення величини  $x$ , яка задана законом розподілу
 

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 1   | 2   | 5   |
| $p$ | 0,3 | 0,5 | 0,2 |
14. Випадкова величина задана диференціальною функцією

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ 2x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Знайти ймовірність того, що в результаті випробування  $x$  прийме значення, що належить інтервалу  $(0,5;1)$ .

15. Ймовірність появи події у кожному із 900 незалежних випробувань дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхиляється від її ймовірності за абсолютною величиною не більше ніж на 0,02.
16. Відділ технічного контролю перевіряє партію із 10 деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,75. Знайти найімовірніше число стандартних деталей.
17. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини  $x$ , яка задана інтегральною функцією

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

18. Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини дорівнюють відповідно 10 і 2. Знайти ймовірність того, що в результаті випробування  $x$  прийме значення з інтервалу  $(12;14)$ .

Додаток 8

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ І ЗАДАЧ ВОСЬМОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

### Питання

#### I. Математична статистика.

1. Генеральна сукупність та вибірка. Статистичні розподіли.
2. Основні характеристики вибірки. Початковий і центральний моменти.
3. Статистичні оцінки параметрів. Незміщеність, ефективність і спроможність оцінок.
4. Виправлена дисперсія як незміщеність оцінка генеральної дисперсії.
5. Довірчий інтервал для математичного сподівання.
6. Перевірка статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.
7. Елементи теорії кореляції та регресії. Вибірковий коефіцієнт кореляції, вибіркове рівняння прямої лінії регресії.
8. Нелінійна кореляція.

#### II. Елементи операційного числення.

9. Початкова функція та її зображення. Зображення функцій  $\sigma(t)$ ,  $\sin t$ ,  $\cos t$ .
10. Властивість лінійності зображення. Теорема зміщення та її застосування.
11. Диференціювання зображення.
12. Зображення похідних. Таблиця деяких зображень і відповідних оригіналів.
13. Операторне рівняння для даного диференціального рівняння.
14. Розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом.
15. Теореми згортання та запізнення.
16. Дельта-функція та її зображення.

### Задачі

1. Вибірка задана у виді розподілу частоти

$$x_i \quad 4 \quad 7 \quad 8 \quad 12$$

$$n_i \quad 5 \quad 2 \quad 3 \quad 10$$

Знайти розподіл відносної частоти.

2. Знайти емпіричну функцію по заданому розподілу вибірки і накреслити графік цієї функції:
- |       |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|
| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 8 |
| $n_i$ | 1 | 3 | 2 | 4 |
3. Результати обстеження 20 родин по числу членів такі: 2; 5; 3; 4; 1; 3; 6; 2; 4; 3; 4; 1; 3; 5; 2; 3; 4; 4; 3; 3. Записати варіаційний ряд, побудувати полігон відносних частот і накреслити графік.
4. Відомі врожаї (у центнерах на один гектар) в 20 господарствах: 13,9; 12,4; 13,1; 6,3; 11,8; 11,6; 10,5; 10,4; 10,6; 11,3; 15,1; 11,7; 11,3; 10,2; 11,0; 10,7; 8,2; 9,6; 10,2; 15,1. Побудувати гістограму відносних частот.
5. Вибіркова сукупність задана статистичним законом розподілу:
- |       |    |    |    |   |
|-------|----|----|----|---|
| $x_i$ | 1  | 2  | 3  | 4 |
| $n_i$ | 20 | 15 | 10 | 5 |

Знайти вибірку середню і вибірку дисперсію і вибірку середнє квадратичне відхилення.

6. У результаті п'яти вимірів довжини стержня (без систематичних помилок) отримані результати: 92, 94, 103, 105, 106. Знайти вибірку і виправлену дисперсію.
7. Переходячи до умовних варіантів знайти вибірку середню по даному розподілу вибірки:
- |       |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|
| $x_i$ | 2560 | 2600 | 2620 | 2650 | 2700 |
| $n_i$ | 2    | 3    | 10   | 4    | 1    |
8. Випадкова величина розподілена нормально із відомим середнім квадратичним відхиленням  $\sigma = 4$ . Знайти довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання, якщо вибірка середня  $\bar{x} = 18,81$ , об'єм вибірки  $n = 64$  і надійність  $\gamma = 0,95$ .
9. Випадкова величина розподілена нормально. По об'єму вибірки  $n = 16$ , вибірку середнє  $\bar{x} = 20,2$  і "виправлене" середнє квадратичне відхилення  $s = 0,8$ , знайти довірчий інтервал для математичного сподівання, якщо надійність  $\gamma = 0,95$ .
10. Методом добутку знайти вибірку середню і дисперсію по даному розподілу вибірки:
- |       |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |
| $n_i$ | 5  | 15 | 50 | 16 | 10 | 4  |
11. Знайти вибірку коефіцієнт кореляції і вибірку рівняння лінії регресії  $y$  на  $x$  по даній кореляційній таблиці

| $x/y$    | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | $\eta_x$  |
|----------|----|----|----|----|----|-----------|
| 16       | 4  | 6  | -  | -  | -  | 10        |
| 26       | -  | 8  | 10 | -  | -  | 18        |
| 36       | -  | -  | 32 | 3  | 9  | 44        |
| 46       | -  | -  | 4  | 12 | 6  | 22        |
| 56       | -  | -  | -  | 1  | 5  | 6         |
| $\eta_y$ | 4  | 14 | 46 | 16 | 20 | $n = 100$ |

12. По даному зображенню  $F(p) = \frac{1}{p^2 - 2p + 5}$  знайти оригінал:

$$\text{а) } F(p) = \frac{1}{p^2 - 2p + 5}, \quad \text{б) } F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^3 - 4)}.$$

13. Знайти зображення функцій:

$$\text{а) } f(t) = \sin^3 t, \quad \text{б) } f(t) = e^{-2t} \operatorname{ch} 3t.$$

14. Операційним методом знайти частинний розв'язок диференціальних рівнянь:

$$\text{а) } x'' + 2x' + x = \cos t, \text{ якщо } x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$\text{б) } x'' - x' = te^t, \text{ якщо } x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

15. Розв'язати систему диференціальних рівнянь операційним методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x' - y = 0 \\ 2x' + y' = 4t \end{cases}, \text{ якщо } x(0) = 0, \quad y(0) = 1$$

$$\text{б) } \begin{cases} y' = x + y \\ y' - x' = te^t \end{cases}, \text{ якщо } x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

Робочу програму склали доцент Балоба С.І. і старший викладач Шпеник Т.Б.