

Державний вищий навчальний заклад  
«Ужгородський національний університет»  
Факультет математики та цифрових технологій  
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
проректорів з наукової роботи

\_\_\_\_\_ проф. Студеняк І.П.  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

## **РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Теорія диференціально-алгебраїчних систем та методи їх інтегрування**

Рівень вищої освіти	<b>третій (освітньо-науковий)</b>
Галузь знань	<b>11 Математика і статистика</b>
Спеціальність	<b>111 Математика</b>
Освітня програма	<b>Математика</b>
Статус дисципліни	<b>Вибіркова</b>
Мова навчання	<b>українська</b>

Ужгород – 2020

Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія диференціально-алгебраїчних систем» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 111 «Математика» галузі знань 11 «Математика і статистика».

Розробники: доктор. фіз.-мат. наук, доцент Король І.І.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Протокол № \_\_\_\_ від. “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедрою

доктор фіз.-мат. наук, проф. Маринець В.В.

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(підпис) (прізвище та ініціали)

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р

## 1. Опис навчальної дисципліни:

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>денна форма навчання</i>	<i>заочна форма навчання</i>
Кількість кредитів – 6	Галузь знань (шифр, назва) 11 «Математика і статистика»	Нормативна (за вибором здобувача)	
Модулів – 2	Напрямок 111 «Математика»	<i>Рік підготовки:</i>	
Змістових модулів – 12		1-й	
		<i>Семестр</i>	<i>Семестр</i>
Загальна кількість годин – 180		1-й	2-й
		<i>Лекції</i>	
		22 год.	22 год.
		<i>Практичні, лабораторні</i>	
		15 год.	15 год.
		<i>Семінарські</i>	
		Не передбачено	
		<i>Самостійна робота</i>	
		76 год.	60 год.
	Освітньо-кваліфікаційний рівень: Доктор філософії	Вид контролю: Залік, іспит	Вид контролю: Залік, іспит

### Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання — 74:136

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Основна мета курсу** – надання аспірантам теоретичних знань, фахових компетентностей, формування у них системного наукового мислення для здійснення науково-дослідної діяльності з теорії крайових задач, теорії диференціально-алгебраїчних систем

**Завдання** – застосовувати методи та результати для інтегрування крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем.

Відповідно до освітніх програм, вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами таких *програмних результатів навчання*:

- знання і вміння будувати математичні моделі реальних процесів;
- знання і вміння зводити диференціально-алгебраїчні системи та вироджені системи до центральної канонічної форми;
- знання і вміння будувати ортопроектори і псевдообернені матриці та застосовувати їх до побудови розв'язків лінійних нетерових крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем;
- знання і розуміння особливостей диференціально-алгебраїчних систем, структури їх загальних розв'язків, необхідних та достатніх умов існування розв'язків задачі Коші, періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач як у критичному, так і в некритичному випадках;
- знання і розуміння особливостей диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією, структури їх загальних розв'язків, необхідних та достатніх умов існування розв'язків задачі Коші, періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач як у критичному, так і в некритичному випадках;
- вміти дослідити існування та будувати періодичні розв'язки та розв'язки крайових задач для лінійних диференціально-алгебраїчних систем за допомогою псевдооберненої матриці;
- знати особливості застосування чисельно-аналітичні методів до інтегрування нелінійних крайових задач диференціально-алгебраїчних систем;
- вміти реалізовувати за допомогою спеціалізованих математичних пакетів чисельно-аналітичні методи для наближеної побудови періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач для нелінійних диференціально-алгебраїчних систем;
- знати особливості застосування та вміти реалізовувати різними мовами програмування числові методи до інтегрування диференціально-алгебраїчних систем.

**Компетентності**, якими повинен оволодіти здобувач третього освітньо-наукового рівня «доктор філософії», включають вміння:

- здатність вчитися і бути сучасно навченим;
- знати і розуміти методи дослідження диференціально-алгебраїчних систем та їх особливості;
- навички користування спеціалізованими математичними пакетами для проведення математичних наукових досліджень.

До практичних вмінь та навичок входять:

- вміти знаходити ортопроектори та псевдо обернені матриці, будувати загальний розв'язок лінійних диференціально-алгебраїчних систем;
- зводити лінійні диференціально-алгебраїчні системи до центральної канонічної форми;
- будувати періодичні розв'язки лінійних диференціально-алгебраїчних систем;
- будувати розв'язки лінійних крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем;
- будувати розв'язки лінійних крайових задач для імпульсних диференціально-алгебраїчних систем;
- зводити лінійні диференціально-алгебраїчні системи з імпульсною дією до центральної канонічної форми;
- будувати періодичні розв'язки лінійних диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією;
- вміти застосовувати спеціалізовані математичні пакети до дослідження існування та побудови періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач для лінійних диференціально-алгебраїчних систем як у критичному, так і в некритичному випадках;
- побудова наближених періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач для нелінійних диференціально-алгебраїчних систем за допомогою чисельно-аналітичних методів з використанням математичних пакетів;
- реалізовувати числові методи з використанням математичних пакетів.
- реалізовувати чисельно-аналітичні методи з використанням математичних пакетів.

### **3. Програма навчальної дисципліни**

Ортопроектори, напівобернені, псевдообернені матриці: означення, знаходження та застосування до знаходження розв'язків алгебраїчних систем. означення та основні властивості пучків матриць;

Властивості лінійних диференціально-алгебраїчних систем, існування та розв'язків, їх структура;

Особливості диференціально-алгебраїчних систем, існування та єдиність розв'язків, методи їх дослідження;

Необхідні та достатні умови існування та побудова розв'язків початкової та крайової задачі для диференціально-алгебраїчних систем;

Необхідні та достатні умови існування періодичних розв'язків диференціально-алгебраїчних систем;

Необхідні та достатні умови існування та побудова розв'язків початкової та крайової задачі для диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією;

Необхідні та достатні умови існування періодичних розв'язків диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією;

Чисельно-аналітичні методи дослідження існування та наближеної побудови періодичних розв'язків та розв'язків крайових задач для нелінійних диференціально-алгебраїчних систем;

Знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем: методи Ейлера, Рунге-Кутта, колокації тощо.

#### 4. Структура навчальної дисципліни I семестр

Теми	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
2	3	4	5	6	7	
Знаходження розв'язків алгебраїчних систем за допомогою псевдообернених матриць. Пучок матриць. Індекс диференціально-алгебраїчної системи.		4	2			10
Властивості лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем, структура загального розв'язку, існування розв'язку задачі Коші		2	2			6
Періодичні розв'язки лінійних диференціально-алгебраїчних систем		4				6
Лінійні нетерові крайові задачі для лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем		2				4
Лінійні неоднорідні диференціально-алгебраїчні системи з імпульсною дією, загальний розв'язок, розв'язність задачі Коші		4	2			10
Періодичні розв'язки диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією: необхідні та достатні умови існування та їх побудова		3	2			10
Лінійні нетерові крайові задачі для лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією.		3	2			10
Застосування спеціалізованих математичних пакетів для інтегрування лінійних диференціально-алгебраїчних систем			5			10
<b>Усього годин</b>		<b>22</b>	<b>15</b>			<b>66</b>

#### II семестр

Теми	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
2	3	4	5	6	7	
Лінійні диференціально-алгебраїчні системи з виродженням в імпульсних умовах: існування та побудова періодичних розв'язків, розв'язків задачі Коші та лінійної крайової задачі.		4	3			16

Застосування диференціально-алгебраїчних систем до дослідження прикладних задач	2	0			4
Числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем	2				14
Чисельно-аналітичні методи побудови періодичних розв'язків диференціально-алгебраїчних систем	4	4			16
Чисельно-аналітичні методи інтегрування крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем	2	2			4
Однокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем	4	3			8
Багатокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем	4	3			8
<b>Усього годин</b>	<b>22</b>	<b>15</b>			<b>70</b>

## 5. Теми семінарських занять

Навчальним планом семінарські заняття не передбачені.

## 5. Теми практичних занять

### І семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Знаходження розв'язків алгебраїчних систем за допомогою псевдообернених матриць. Пучок матриць. Індекс диференціально-алгебраїчної системи.	2
2	Властивості лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем, структура загального розв'язку, існування розв'язку задачі Коші	2
3	Лінійні неоднорідні диференціально-алгебраїчні системи з імпульсною дією, загальний розв'язок, розв'язність задачі Коші	3
4	Періодичні розв'язки диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією: необхідні та достатні умови існування та їх побудова	3
5	Лінійні нетерові крайові задачі для лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією.	3
6	Застосування спеціалізованих математичних пакетів для інтегрування лінійних диференціально-алгебраїчних систем	5
	<b>Усього годин</b>	<b>15</b>

## II семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
7	Лінійні диференціально-алгебраїчні системи з виродженням в імпульсних умовах: існування та побудова періодичних розв'язків, розв'язків задачі Коші та лінійної крайової задачі.	3
8	Чисельно-аналітичні методи побудови періодичних розв'язків диференціально-алгебраїчних систем	4
9	Чисельно-аналітичні методи інтегрування крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем	2
10	Однокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем	3
11	Багатокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем	3
	<b>Усього годин</b>	<b>15</b>

### 7. Теми лабораторних занять

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” лабораторні заняття не передбачені.

### 8. Самостійна робота

Знаходження розв'язків алгебраїчних систем за допомогою псевдообернених матриць. Пучок матриць. Індекс диференціально-алгебраїчної системи.

Властивості лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем, структура загального розв'язку, існування розв'язку задачі Коші.

Періодичні розв'язки лінійних диференціально-алгебраїчних систем.

Лінійні нетерові крайові задачі для лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем.

Лінійні неоднорідні диференціально-алгебраїчні системи з імпульсною дією, загальний розв'язок, розв'язність задачі Коші.

Періодичні розв'язки диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією: необхідні та достатні умови існування та їх побудова.

Лінійні нетерові крайові задачі для лінійних неоднорідних диференціально-алгебраїчних систем з імпульсною дією.

Лінійні диференціально-алгебраїчні системи з виродженням в імпульсних умовах: структура загального розв'язку.

Лінійні диференціально-алгебраїчні системи з виродженням в імпульсних умовах: існування та побудова періодичних розв'язків, розв'язків задачі Коші та лінійної крайової задачі.

Застосування спеціалізованих математичних пакетів для інтегрування лінійних диференціально-алгебраїчних систем.

Застосування диференціально-алгебраїчних систем до дослідження прикладних задач

Чисельно-аналітичні методи побудови періодичних розв'язків диференціально-алгебраїчних систем.

Чисельно-аналітичні методи інтегрування крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем

Однокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем.

Багатокрокові числові методи знаходження розв'язків задачі Коші для диференціально-алгебраїчних систем.

## 9. Індивідуальне навчально-дослідне завдання

Навчальним планом математичного факультету ДВНЗ “Ужгородський національний університет” індивідуальне навчально-дослідне завдання не передбачено.

## 10. Критерії оцінок

Оцінювання знань студента здійснюється за 100-бальною шкалою (для екзаменів і заліків).

- максимальна кількість балів при оцінюванні знань студентів з дисципліни, яка завершується заліком, становить за успішність 100 балів;
- при оформленні документів за екзаменаційну сесію використовується таблиця відповідності оцінювання знань студентів за різними системами.

### Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)		для заліку
A	90 – 100	5	<b>Відмінно</b>	<b>Зараховано</b>
B	82-89	4	<b>Добре</b>	
C	74-81			
D	64-73	3	<b>Задовільно</b>	
E	60-63			
<b>FX</b>	35-59	2	<b>Незадовільно</b> з можливістю повторного складання	<b>Не зараховано</b> з можливістю повторного складання
<b>F</b>	1-34	1	<b>Незадовільно</b> з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	<b>Не зараховано</b> з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### Критерій оцінювання з дисципліни

— **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **“добре” С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **“задовільно” D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “задовільно” виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **“задовільно” E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “достатньо” виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **“незадовільно” FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **“незадовільно” F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи студента протягом семестру.

Іспит виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці “достатньо” (E).

Протягом семестру проводиться не менше двох модулів або колоквиумів чи контрольних робіт або інших видів контролю. Максимальна кількість балів, яка встановлюється для цих видів контролю, а також відповідність оцінок FX та F у шкалі ECTS, у балах та національній шкалі визначається Вченими радами

факультетів або кафедрами, які забезпечують викладання відповідних дисциплін.

### 11. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Поточне тестування та самостійна робота					Підсумковий тест (залік)	Сума
Семестри	Модуль 1	Практичні заняття	Інд. Р	СР	залік	100
7, 11	50	50	-	-		

### 12. Рекомендована література

1. Campbell S.L. Singular systems of differential equations. – SanFrancisco, London, Melbourne. Pitman, 1982. – 188 p.
2. Campbell S.L., Petzold L.R. Canonical forms and solvable singular systems of differential equations // SIAM J. Algebr. Discrete Methods. – 1983. – № 4. – P. 517-521.
3. Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковець В.П. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. – К.: Вища школа., 2000. – 294 с.
4. Voichuk A.A., Samoilenko A.M. Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary Value Problems. VSP Utrecht Boston, 2004. – 320p.
5. Бояринцев Ю.Е., Чистяков В.Ф. Алгебро-дифференциальные системы Методы решения и исследования. – Новосибирск: Наука, 1998.
6. Чистяков В.Ф., Щеглова А.А. Избранные главы теории дифференциально алгебраических систем. – Новосибирск: Наука, 2003.
7. Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – К.: Вища школа, 1987. – 288 с.
8. Король І.І. Дослідження існування і побудова розв'язків крайових задач: дис. ... д-ра фіз.-мат. наук : 01.01.02. Ужгород. нац. ун-т. - Ужгород, 2010. – 378 с.
9. Kunkel P., Mehrmann V. Differential-Algebraic Equations Analysis and Numerical Solution. EMS Publishing House, Zurich, Switzerland. 2006.
10. Rabier P.J.; Rheinboldt W.C. Theoretical and Numerical Analysis of Differential-Algebraic Equations. Handbook of Numerical Analysis, Vol. VIII, 183--540, Handb. Numer. Anal., VIII, North-Holland, Amsterdam. 2002.
11. Riaza R., Differential-Algebraic Systems: Analytical Aspects and Circuit Applications, World Scientific, Singapore. 2008.
12. Uri M. Ascher, Linda R. Petzold Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations. – SIAM, Philadelphia. – 1998.
13. R.Lamour, R.Marz, C.Tischendorf Differential-Algebraic Equations: a Projector Based Analysis. – Springer. 2010. – 648 p.
14. P.Kunkel, V. Mehrmann Differential-algebraic Equations: Analysis and Numerical Solution. – EMS. 2006. – 378 p.