

Державний вищий навчальний заклад  
«Ужгородський національний університет»  
Факультет математики та цифрових технологій  
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
проректорів з наукової роботи

\_\_\_\_\_ проф. Студеняк І.П.  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

## **РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

"Диференціальні рівняння в частинних похідних з випадковими факторами"

Рівень вищої освіти	<b>третій (освітньо-науковий)</b>
Галузь знань	<b>11 Математика і статистика</b>
Спеціальність	<b>111 Математика</b>
Освітня програма	<b>Математика</b>
Статус дисципліни	<b>Вибіркова</b>
Мова навчання	<b>українська</b>

Ужгород – 2020 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння в частинних похідних з випадковими факторами» для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 111 «Математика» галузі знань 11 «Математика і статистика».

Розробники: доктор. фіз.-мат. наук, доцент Сливка-Тилищак Г.І.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу

Протокол № від. “\_\_\_” червня 2020 р.

Завідувач кафедрою

канд. фіз.-мат. наук, проф. Слюсарчук П.В.

\_\_\_\_\_ (підпис)

(\_\_\_\_\_) (прізвище та ініціали)

“\_\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>денна форма навчання</i>	
Кількість кредитів – 7	Галузь знань (шифр, назва) 11 «Математика і статистика»	Нормативна (за вибором здобувача)	
Модулів – 2	Напрямок 111 «Математика»	<i>Рік підготовки:</i>	
		1-й	
		<i>Семестр</i>	<i>Семестр</i>
Загальна кількість годин –210		1-й	2-й
		<i>Лекції</i>	
	Освітньо-кваліфікаційний рівень: Доктор філософії	18 год.	26 год.
		<i>Практичні, лабораторні</i>	
		12 год.	18 год.
		<i>Семінарські</i>	
		Не передбачено	
		<i>Самостійна робота</i>	
		60 год.	60 год.
		Вид контролю: залік	Вид контролю: іспит

### Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання — 74:136

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Основна мета курсу** – ознайомити студентів з класичними поняттями, методами та результатами теорії випадкових процесів з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  і їх застосуванні при вивченні задач гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими факторами.

**Завдання** – застосовувати методи та результати теорії випадкових процесів до розв'язання задач гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими факторами.

### Загальні компетентності:

- **ЗК-1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів.
- **ЗК-5.** Здатність демонструвати креативність у генеруванні нових ідей та досягненні наукових цілей.
- **ЗК-8.** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

### Фахові компетентності:

- **ФК-1.** Володіти найбільш передовими концептуальними та методологічними знаннями в галузі науково-дослідної та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей і дослідницькими математичними методами та вміннями
- **ФК-3.** Розроблення та реалізація проектів, включаючи власні дослідження в галузі математики, які дають можливість переосмислити наявне та створити нове цілісне знання та/або професійну практику, і розв'язання проблем.
- **ФК-4.** Здатність інтерпретувати результати досліджень, брати участь у семінарах, наукових конференціях, дискусіях із досвідченими науковцями-математиками стосовно наукового значення та потенційних наслідків отриманих результатів.
- **ФК-6.** Здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики.

## 3. Очікувані результати навчання

Відповідно до освітньої програми «Математика» (третього освітньо-наукового рівня вищої освіти), вивчення даної навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами ступеня вищої освіти: доктор філософії / Doctor Philosophy (Ph.D) таких програмних результатів навчання (ПРН):

- **ПРН-2.** Здобуття знань і розумінь поглибленого рівня у математиці та споріднених областях, включаючи методики проведення доведень і побудови математичних моделей, рівень цих знань повинен бути достатнім для проведення наукових досліджень на рівні останніх світових досягнень і направленим на їх розширення та поглиблення.
- **ПРН-9.** Обізнаність та здатність взаємодіяти інтелектуально з найновішими математичними дослідженнями в спеціальній області дослідження.

- **ПРН-10.** Досягнення відповідних знань, розумінь та здатностей використання методів аналізу даних і статистики на найсучаснішому рівні.
- **ПРН-12.** Здатність планувати оригінальний вклад на основі дослідження до математичних знань, пов'язаних з важливою задачею, який є відповідної якості для друку.
- **ПРН-14.** Здатність підготувати та успішно захистити дисертаційну роботу на основі індивідуальних досліджень, а також використати (та визнати) результати інших членів наукової групи.

В результаті вивчення даного курсу здобувач повинен (ПР-2, ПР-9, ПР-10, ПР-12, ПР-14) **знати:**

- означення та основні властивості випадкових процесів та полів з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- оцінки розподілу супремуму для випадкових процесів та полів з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин на компактному просторі і на нескінченості;
- оцінки розподілу супремуму для випадкових процесів та полів з просторів  $L_p(\Omega)$  на компактному просторі і на нескінченості;
- умови рівномірної збіжності з імовірністю одиниця випадкових процесів з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  ;
- властивості розв'язків рівнянь гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з простору Орліча випадкових величин;
- властивості розв'язків рівнянь параболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з простору Орліча випадкових величин;
- властивості розв'язків рівнянь гіперболічного типу математичної фізики з випадковою правою частиною з простору Орліча випадкових величин;
- властивості розв'язку рівняння теплопровідності на прямій та на площині з випадковою правою частиною з простору Орліча випадкових величин.
- властивості розв'язків рівнянь гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- властивості розв'язків рівнянь параболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- властивості розв'язків рівнянь гіперболічного типу математичної фізики з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- властивості розв'язку рівняння теплопровідності на прямій та на площині з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин.

**вміти:**

- досліджувати достатні умови застосування методу Фур'є до задач гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- досліджувати достатні умови застосування методу Фур'є до задач параболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- досліджувати достатні умови застосування методу Фур'є до задач гіперболічного типу математичної фізики з випадковою правою частиною з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- знаходити достатні умови існування з імовірністю одиниця класичного розв'язку задачі теплопровідності на прямій та площині з випадковою правою частиною з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин;
- одержувати оцінки для розподілу супремуму розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  на компактному просторі і на нескінченості;
- одержувати оцінки для розподілу супремуму розв'язку задачі параболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  на компактному просторі і на нескінченості;
- отримувати оцінки для розподілу супремуму розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики з випадковою правою частиною з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  на компактному просторі і на нескінченості;
- знаходити оцінки для розподілу супремуму розв'язку задачі теплопровідності на прямій та площині з випадковою правою частиною з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$ ;
- застосовувати методи теорії випадкових процесів з просторів Орліча та  $Sub_\varphi(\Omega)$  для побудови моделей розв'язків задач гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими факторами та знаходити точність та надійність отриманих моделей.

**4. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- Залік
- іспит
- модульні контрольні роботи

**Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання**

Форми поточного контролю:

- письмове опитування за основними питаннями теми заняття;
- перевірка якості виконання завдань для самостійної роботи, зокрема за конспектами матеріалів;
- оцінювання якості та повноти виконання завдань модульної контрольної роботи.

Форма модульного контролю: виконання модульної контрольної роботи, результати якої оцінюються за 100-бальною шкалою за кожний модуль.

Форма підсумкового семестрового контролю: залік, іспит.

### Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)		для заліку
A	90 – 100	5	<i>Відмінно</i>	<i>Зараховано</i>
B	82-89	4	<i>Добре</i>	
C	74-81			
D	64-73	3	<i>Задовільно</i>	
E	60-63			
FX	35-59	2	<i>Незадовільно з можливістю повторного складання</i>	<i>Не зараховано з можливістю повторного складання</i>
F	1-34	1	<i>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>	<i>Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</i>

### Критерій оцінювання з дисципліни

— **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує здобувач, який виявив всебічне і глибоке знання властивостей випадкових процесів, вміння вільно застосовувати властивості випадкових процесів до окремих задач математичної фізики, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою;

— **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує здобувач, який виявив повне знання властивостей випадкових процесів та їх застосувань, успішно вмів застосовувати властивості випадкових процесів до задач математичної фізики, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **“добре” С** (74-81 балів) заслуговує здобувач, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **“задовільно” D** (64-73 балів) заслуговує здобувач, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вмів виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка “задовільно” виставляється здобувачам, що допустили

помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;  
 — **"задовільно" Е** (60-63 балів) заслуговує здобувач, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "достатньо" виставляється здобувачам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **"незадовільно" FХ** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється здобувачу, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **"незадовільно" F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється здобувачу коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Іспит або залік виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці "достатньо" (Е).

Протягом семестру проводиться не менше двох модулів або колоквиумів чи контрольних робіт або інших видів контролю. Максимальна кількість балів, яка встановлюється для цих видів контролю, а також відповідність оцінок FХ та F у шкалі ECTS, у балах та національній шкалі визначається Вченими радами факультетів або кафедрами, які забезпечують викладання відповідних дисциплін.

#### **Розподіл балів, що присвоюється здобувачам**

Поточне тестування та самостійна робота					Сума
Семестри	Модуль	Практичні заняття	Інд. Р	СР	100
1, 2	50	30	-	20	

### **5. Програма навчальної дисципліни**

Випадкові процеси з простору Орліча. С-функції. Простір Орліча випадкових величин породжених С-функцією  $U(x)$ . Умови збіжності випадкових процесів за ймовірністю в  $C(T)$ . Оцінки розподілу супремуму випадкових процесів з простору Орліча.

Рівняння гіперболічного типу з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Обґрунтування застосування методу Фур'є для задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Умови існування з ймовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язків загального рівняння коливання струни. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі про коливання

однорідної струни. Рівняння коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Умови існування з імовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язків задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда.

Рівняння параболічного типу з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку параболічного рівняння при загальних умовах. Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку параболічного рівняння в термінах коваріаційної функції коли початкові умови є строго орлічевими процесами. Оцінки розподілу супремуму розв'язку однорідного параболічного рівняння. Загальні умови застосування методу Фур'є до неоднорідного параболічного рівняння з випадковою правою частиною з простору Орліча. Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку неоднорідного параболічного рівняння в термінах коваріаційної функції коли права частина є строго орлічевим процесом. Оцінки розподілу супремуму розв'язку неоднорідного параболічного рівняння з випадковою правою частиною.

Задача Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча. Властивості розв'язку рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча.

Моделювання розв'язків гіперболічних рівнянь з випадковими початковими умовами. Моделювання розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами. Моделювання розв'язку задачі про коливання струни з випадковими початковими умовами. Моделювання розв'язку задачі про коливання прямокутної мембрани з випадковими початковими умовами.

### Структура навчальної дисципліни I семестр

	Денна форма					
	Усь ого	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	сп
Теми	2	3	4	5	6	7
Випадкові процеси з простору Орліча.		6				
Рівняння гіперболічного типу з випадковими початковими умовами з простору Орліча. Властивості розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору Орліча.		8	6			
Рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами з простору Орліча.		4	6			
<b>Усього годин</b>		<b>18</b>	<b>12</b>			

### II семестр

	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	сп
Теми	2	3	4	5	6	7
Рівняння коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору Орліча.		4	4			
Рівняння параболічного типу з випадковими початковими умовами з простору Орліча.		6	5			
Задача Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча.		6	5			
Моделювання розв'язків гіперболічних рівнянь з випадковими початковими умовами.		8	4			
<b>Усього годин</b>		<b>26</b>	<b>18</b>			

### Теми практичних занять

#### I семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Властивості розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору Орліча.	6
2	Властивості розв'язку задачі про коливання струни з випадковими початковими умовами з простору Орліча.	6
	<b>Усього годин</b>	<b>12</b>

#### II семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
3	Властивості розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору Орліча.	4
4	Властивості розв'язку задачі параболічного типу з випадковими початковими умовами з простору Орліча.	5
5	Властивості розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча.	5
6	Побудова моделей розв'язків гіперболічних рівнянь з випадковими початковими умовами.	4
	<b>Усього годин</b>	<b>18</b>

## Самостійна робота

Випадкові процеси з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ .  $N$ -функції. Простір  $Sub_\varphi(\Omega)$  випадкових величин породжених  $N$ -функцією  $U(x)$ . Умови збіжності випадкових процесів за ймовірністю в  $C(T)$ . Оцінки розподілу супремуму випадкових процесів з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ .

Рівняння гіперболічного типу з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Обґрунтування застосування методу Фур'є для задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ .

Рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Умови існування з імовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язків загального рівняння коливання струни. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі про коливання однорідної струни. Рівняння коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Умови існування з імовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язків задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда. Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда.

Рівняння параболічного типу з випадковими початковими умовами з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку параболічного рівняння при загальних умовах. Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку параболічного рівняння в термінах коваріаційної функції коли початкові умови є строго  $Sub_\varphi(\Omega)$  процесами. Оцінки розподілу супремуму розв'язку однорідного параболічного рівняння. Загальні умови застосування методу Фур'є до неоднорідного параболічного рівняння з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Умови існування з імовірністю одиниця розв'язку неоднорідного параболічного рівняння в термінах коваріаційної функції коли права частина є строго  $Sub_\varphi(\Omega)$  процесом. Оцінки розподілу супремуму розв'язку неоднорідного параболічного рівняння з випадковою правою частиною.

Задача Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Властивості розв'язку рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ . Оцінки розподілу супремуму розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору  $Sub_\varphi(\Omega)$ .

## Рекомендована література

1. Buldygin V. V., Kozachenko Yu. V. Metric Characterization of Random Variables and Random processes. -- American Mathematical Society, Providence, Rhode.~-- 2000.
2. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. К вопросу применимости метода Фурье для решения задач со случайными краевыми условиями // Случайные процессы в

- задачах математической физики.~-- Киев : Ин-т. Математики АН УССР, 1979. -  
- С. 4--35.
3. Гихман И. И., Скороход А. В. Теория случайных процессов. Т. 1. -- М: Наука, 1971.
  4. Дарійчук І. В., Козаченко Ю. В., Перестюк М. М. Випадкові процеси з просторів Орліча. -- Чернівці: Видавництво „Золоті литаври”, 2011. -- 212 с.
  5. Довгай Б. В., Козаченко Ю. В., Сливка-Тилищак Г. І. Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами. Монографія. -- К.: Видавничо-поліграфічний центр „Київський університет”, 2008.-- 175 с.
  6. Довгай Б. В., Козаченко Ю. В., Розора І. В. Моделювання випадкових процесів у фізичних системах. -- Київ, 2010.-- 230с.
  7. Козаченко Ю.В., Кучінка К.Й., Сливка-Тилищак Г.І. Випадкові процеси в задачах математичної фізики. Монографія. Ужгород: Вид-во ТОВ «РІК-У», 2017. 256 с.
  8. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. -- М.: Высшая школа, 1970. -- 710 с.
  9. Маркович Б. М. Рівняння математичної фізики -- Львів: Видавництво Національного університету „Львівська політехніка”, 2010.~-- 384 с.
  - 10.Перестюк М. О. Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. -- К.: Либідь, 2001.
  - 11.Положий Г. Н. Уравнения математической физики -- М.: Высшая школа, 1964.
  12. Соболев С. Л. Уравнения математической физики -- М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1954.-- 444 с.