

Державний вищий навчальний заклад  
«Ужгородський національний університет»  
математичний факультет  
Кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Проректор з наукової роботи

проф. Студеняк І.П.

\_\_\_\_\_ 2019 р.

## **РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Вибрані проблеми квантової механіки**

Рівень вищої освіти	третій (освітньо-науковий)
Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика
Статус дисципліни	Обов'язкова
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Вибрані проблеми квантової механіки» для аспірантів спеціальності «111 математика».

Розробники: **Рейтій Олександр Костянтинович**, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

Протокол № 11 від «26» червня 2019 року

Завідувач кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

  
(підпис)

Маринець В.В.  
(прізвище та ініціали)

« 26 » червня 2019 р.

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	
Кількість кредитів – 4	Галузь знань 11 математика та статистика	Нормативна (за вибором)	
	(шифр і назва)		
Модулів – 1	Спеціальність: (професійне спрямування): 111 математика	Рік підготовки	
Змістових модулів – 2		1-й	1-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання _____		Семестр	
(назва)			
Загальна кількість годин – 180		1-й	2-й
	Лекції		
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 3	Освітньо-кваліфікаційний рівень: <u>Доктор філософії</u>	15 год.	15 год.
		Практичні, семінарські	
		15 год.	15 год.
		Лабораторні	
		Самостійна робота	
		60 год.	60
		Індивідуальні завдання:	
		год.	
		Вид контролю:	
		іспит	іспит

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 60:120

## 2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою і завданням освітньо-наукової програми є надання аспірантам теоретичних знань, фахових компетентностей, формування у них системного наукового мислення для здійснення науково-дослідної діяльності та набуття практичних навиків у галузі аналізу складних систем об'єктів та явищ різної природи і характеру.

Знання з предметної області включають:

- основні принципи квантової механіки;
- методологію квантової механіки;
- основні положення квантової механіки;
- основні теореми, принципи та аналітичні результати отримані в квантовій механіці;
- сучасні досягнення в квантовій механіці.

Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач третього освітньо-наукового рівня «доктор філософії»:

- **ЗК-1** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів.
- **ЗК-5.** Здатність демонструвати креативність у генеруванні нових ідей та досягненні наукових цілей.
- **ЗК-8.** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.
- **ФК-1.** Володіти найбільш передовими концептуальними та методологічними знаннями в галузі науково-дослідної та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей і дослідницькими математичними методами та вміннями.
- **ФК-3.** Розроблення та реалізація проектів, включаючи власні дослідження в галузі математики, які дають можливість переосмислити наявне та створити нове цілісне знання та/або професійну практику, і розв'язання проблем.
- **ФК-4.** Здатність інтерпретувати результати досліджень, брати участь у семінарах, наукових конференціях, дискусіях із досвідченими науковцями-математиками стосовно наукового значення та потенційних наслідків отриманих результатів
- **ФК-6.** Здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики

### 3. ОЧКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Математика» (третього освітньо-наукового рівня вищої освіти), вивчення даної навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами ступеня вищої освіти: доктор філософії / Doctor Philosophy (Ph.D) таких програмних результатів навчання (ПРН):

- ПРН-1. Здатність об'єднувати (синтезувати) та обговорювати публікації, в межах та поза областю дослідження.
- Обізнаність та здатність взаємодіяти інтелектуально з найновішими математичними дослідженнями в спеціальній області дослідження.
- ПРН-10. Досягнення відповідних знань, розуміння та здатностей використання методів аналізу даних і статистики на найсучаснішому рівні.
- ПРН-12. Здатність планувати оригінальний вклад на основі дослідження до математичних знань, пов'язаних з важливою задачею, який є відповідної якості для друку.
- ПРН-14. Здатність підготувати та успішно захистити дисертаційну роботу на основі індивідуальних досліджень, а також використати (та визнати) результати інших членів наукової групи.

Здобувачі повинні

- грамотно будувати математичні моделі спираючись на аксіоми та теореми квантової механіки;
- формалізувати фізичні явища на засадах квантової механіки;

- аналізувати квантово-механічні моделі якісно та доводити розв'язання проблем і задач до отримання кількісних результатів;
- застосовувати загальні знання та методи до постановки та розв'язання задач, що виникають в таких розділах квантової механіки, як рівняння Шредінгера, теорія збурень, метод ВКБ, релятивістська квантова механіка тощо;
- використовувати знання та навички отримані при вивченні математичного аналізу, теорії звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних, лінійна алгебра та аналітична геометрія, програмування.

#### 4. ЗАСОБИ ОЦІНЮВАННЯ ТА МЕТОДИ ДЕМОНСТРУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

##### **МЕТОДИ НАВЧАННЯ**

Видами навчальних занять згідно з навчальним планом є: а) лекції, б) практичні заняття, в) самостійна робота студентів.

##### **МЕТОДИ КОНТРОЛЮ**

1. Поточний контроль – фронтальне опитування, виконання практичних завдань.
2. Модульний контроль – виконання комплексної контрольної роботи.
3. Підсумковий контроль – екзаменаційні питання, виконання практичних завдань.

Оцінка успішності студента з дисципліни "Вибрані проблеми квантової механіки" є рейтинговою і виставляється за стобальною шкалою з урахуванням оцінок засвоєння модулю.

##### **РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ ЗДОБУВАЧІ**

Поточне тестування та самостійна робота											Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	
8	10	10	12	10	9	9	9	10	10	9	100

##### **Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	Для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	Зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

**ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ІСПИТ З ДИСЦИПЛІНИ  
«ВИБРАНІ ПРОБЛЕМИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ»**

1. Рівняння Ейрі, стандартні розв'язки та формули їх зв'язку.
2. Асимптотика функцій Ейрі в нулі та на нескінченності.
3. Рівняння Вебера, стандартні розв'язки та формули їх зв'язку.
4. Асимптотика функцій параболічного циліндра.
5. Рівняння Бесселя, стандартні розв'язки та формули їх зв'язку.
6. Функції Бесселя та їх асимптотика.
7. Вироджене гіпергеометричне рівняння, функції  $\Phi(a,c,z)$  та  $\Psi(a,c,z)$  та формули їх зв'язку.
8. Асимптотика функцій  $\Phi(a,c,z)$  та  $\Psi(a,c,z)$ .
9. Зведення рівняння другого порядку до канонічного вигляду.
10. Перетворення Ліувіля-Гріна.
11. Точки повороту, лінії Стокса, канонічні області.
12. Елементарна фундаментальна система розв'язків в канонічній області. Матриці зв'язку.
13. Метод еталонного рівняння з однією точкою повороту та з одним простим полюсом.
14. Формальні побудови розв'язків для рівняння з двома простими точками повороту.
15. Формальні побудови розв'язків для рівняння з простою точкою повороту та простим полюсом.
16. Метод еталонного рівняння для рівнянь з близькими точками переходу.
17. Метод ВКБ для зв'язаних станів. Ангармонічний осцилятор, високоезбуджені стани.
18. Ангармонічний осцилятор, малі збурення.
19. Квантування в потенціалі з кулонівською особливістю.
20. Задача про нормальні хвилі в океанічному хвилеводі.
21. Асимптотичні формули для нормальних хвиль та фазових швидкостей.
22. Квантово-механічна задача двох кулонівських центрів.
23. Експоненційне розщеплення термів у симетричній задачі двох кулонівських центрів.
24. Ефект Штарка в атомі водню.
25. Тунельна іонізація атома в електростатичному полі.
26. Квазікласична асимптотика функції Йоста та фаз розсіяння для потенціалу з кулонівською особливістю.
27. Проходження хвилі через потенціальний бар'єр.
28. Надбар'єрне відбивання.
29. Рівняння з періодичним потенціалом.
30. Асимптотичні формули для ширин зон. Рівняння Мат'єс.

## 5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Змістовий модуль 1. Методи побудови розв'язків хвильових рівнянь

**Тема 1.** Еталонні функції та їх асимптотики.

Рівняння Ейрі, функції Ейрі та їх асимптотика. Рівняння Вебера, функції параболічного циліндра та їх асимптотика. Рівняння Бесселя, функції Бесселя та їх асимптотика. Вироджені гіпергеометричні функції та їх асимптотика.

**Тема 2.** Елементарна теорія побудови асимптотик.

Приведення рівняння другого порядку до канонічного вигляду. Формальна теорія для рівняння без точок переходу. Перетворення Ліувіля-Гріна.

**Тема 3.** Асимптотика розв'язків на комплексній площині.

Точки повороту, лінії Стокса, канонічні області. Елементарна фундаментальна система розв'язків у канонічній області. Матриці зв'язку.

**Тема 4.** Метод еталонного рівняння для рівнянь з однією точкою переходу.

Формальна процедура методу еталонного рівняння. Метод еталонного рівняння для рівняння з однією простою точкою повороту. Спрощення обчислень далеко від точки повороту.

Локальні асимптотичні розклади в околі точки повороту. Точка повороту  $m$ -ї кратності. Рівняння з одним простим полюсом.

**Тема 5.** Метод еталонного рівняння для рівнянь з двома точками переходу.

Формальна процедура методу еталонного рівняння з двома простими точками повороту. Проблема регуляризації фазових інтегралів. Формальна процедура методу еталонного рівняння з простою точкою повороту і простим полюсом. Дві близькі точки повороту.

### Змістовий модуль 2. Розв'язання квантово-механічних задач.

**Тема 6.** Метод ВКБ для зв'язаних станів в квантовій механіці.

Ангармонічний осцилятор, високозбуджені стани. Ангармонічний осцилятор, малі збурення. Квантування в потенціалі з кулонівською особливістю.

**Тема 7.** Нормальні хвилі в океанічному хвилеводі.

Постановка задачі. Асимптотичні формули для нормальних хвиль і фазових швидкостей.

**Тема 8.** Експоненційне розщеплення спектра.

Дві симетричні потенціальні ями. Симетрична задача двох центрів

**Тема 9.** Квазістаціонарні стани

Ефект Штарка в атомі водню. Тунельна іонізація атома в електростатичному полі.

**Тема 10.** Одновимірна задача розсіювання

Квазікласична асимптотика функції Йоста та фаз розсіювання для потенціалу з кулонівською особливістю. Проходження хвилі через потенціальний бар'єр. Надбар'єрне відбивання.

**Тема 11.** Зонний спектр

Рівняння з періодичним потенціалом. Асимптотичні формули для ширин зон. Рівняння Мат'є.

## СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>Модуль 1</b>													
<b>Змістовий модуль 1. Методи побудови розв'язків хвильових рівнянь</b>													
<i>Тема 1.</i> Еталонні функції та їх асимптотики.	14	2					12						
<i>Тема 2.</i> Елементарна теорія побудови асимптотик	17	2	3				12						
<i>Тема 3.</i> Асимптотика розв'язків на комплексній площині	19	3	4				12						
<i>Тема 4.</i> Метод еталонного рівняння для рівнянь з однією точкою переходу	20	4	4				12						
<i>Тема 5.</i> Метод еталонного рівняння для рівнянь з двома точками переходу	20	4	4				12						

<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>90</b>	<b>15</b>	<b>15</b>			<b>60</b>							
<b>Змістовий модуль 2. Розв'язання квантово-механічних задач</b>													
<i>Тема 6.</i> Метод ВКБ для зв'язаних станів в квантовій механіці.	17	3	4			10							
<i>Тема 7.</i> Нормальні хвилі в океанічному хвилеводі.	15	3	2			10							
<i>Тема 8.</i> Експоненційне розщеплення спектра.	14	2	2			10							
<i>Тема 9.</i> Квазістаціонарні стани	15	2	3			10							
<i>Тема 10.</i> Одновимірною задачею розсіювання	15	3	2			10							
<i>Тема 11.</i> Зонний спектр	14	2	2			10							
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>90</b>	<b>15</b>	<b>15</b>			<b>60</b>							
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>30</b>	<b>30</b>			<b>120</b>							

### ТЕМИ СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ

Не передбачено програмою

### ТЕМИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Назва теми	Кількість годин
Тема 2. Елементарна теорія побудови асимптотик	3
Тема 3. Асимптотика розв'язків на комплексній площині	4
Тема 4. Метод еталонного рівняння для рівнянь з однією точкою переходу	4
Тема 5. Метод еталонного рівняння для рівнянь з двома точками переходу	4
Тема 6. Метод ВКБ для зв'язаних станів в квантовій механіці	4
Тема 7. Нормальні хвилі в океанічному хвилеводі	2
Тема 8. Експоненційне розщеплення спектра	2
Тема 9. Квазістаціонарні стани	3
Тема 10. Одновимірною задачею розсіювання	2
Тема 11. Зонний спектр	2

### ТЕМИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ

не передбачено програмою

## САМОСТІЙНА РОБОТА

Назва теми	Кількість годин
Тема 1. Еталонні функції та їх асимптотики	12
Тема 2. Елементарна теорія побудови асимптотик	12
Тема 3. Асимптотика розв'язків на комплексній площині	12
Тема 4. Метод еталонного рівняння для рівнянь з однією точкою переходу	12
Тема 5. Метод еталонного рівняння для рівнянь з двома точками переходу	12
Тема 6. Метод ВКБ для зв'язаних станів в квантовій механіці	10
Тема 7. Нормальні хвилі в океанічному хвилеводі	10
Тема 8. Експоненційне розщеплення спектра	10
Тема 9. Квазістаціонарні стани	10
Тема 10. Одновимірні задача розсіювання	10
Тема 11. Зонний спектр	10

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Базова

1. Вакарчук О.О. Квантова механіка: Підручник. – 3-тє вид., доп. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2007. – 848 с.
2. Комаров И.В., Пономарев Л.И., Славянов С.Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. – М.: Наука, 1976. – 319 с.
3. Славянов С.Ю. Асимптотика решений одномерного уравнения Шредингера. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1991. – 256 с.
4. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнениях. – М.: Наука, 1983. – 352 с.
5. Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы. – М.: Изд-тво МГУ, 1965. – 549 с.
6. Славянов С.Ю., Лай В. Специальные функции: Единая теория, основанная на анализе особенностей. – СПб: Невский Диалект, 2002. – 312 с.

### Інформаційні ресурси

1. [Drive.google.com](http://Drive.google.com)
2. [Scholar.google.com.ua](http://Scholar.google.com.ua)
3. [Academia.edu](http://Academia.edu)
4. [Researchgate.net](http://Researchgate.net)
5. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)
6. [Dspace.uzhnu.edu.ua](http://Dspace.uzhnu.edu.ua)