

Короткі розв'язання задач ЗНО 2017 р.

1. $2y + 4 = x;$
 $2y = x - 4;$
 $y = \frac{x-4}{2}.$

Відповідь: В.

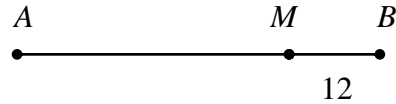
2. За умовою задачі

$$AM = 3 \cdot MB = 3 \cdot 12 = 36 \text{ см.}$$

Отже,

$$AB = AM + MB = 36 + 12 = 48 \text{ см.}$$

Відповідь: А.



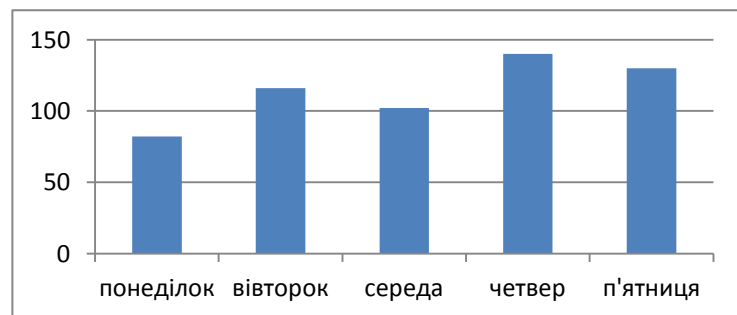
**Математичний факультет Ужгородського національного університету
запрошує на навчання за такими спеціальностями:**

- 014.04 Середня освіта (Математика);
- 111 Математика;
- 112 Статистика;
- 113 Прикладна математика;
- 124 Системний аналіз.

3. $2^{2x} = \frac{1}{2^3};$
 $2^{2x} = 2^{-3};$
 $2x = -3;$
 $x = -1,5.$

Відповідь: В.

4.



Відповідь: Г.

5. Сфера з центром у початку координат та радіусом R задається рівнянням

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Оскільки точка $A(0; 0; -5)$ належить сфері, то $R = 5$. Отже, рівняння сфери буде мати вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25.$$

Серед запропонованих точок тільки точка $N(0; 0; 5)$ задовольняє це рівняння.

Відповідь: Г.

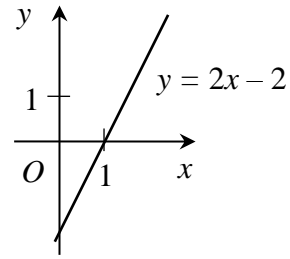
6. Якщо $y = 0$, то

$$2x - 2 = 0;$$

$$x = 1.$$

Отже, $A(1; 0)$ – точка перетину прямої $y = 2x - 2$ з віссю x .

Відповідь: В.



7.
$$\frac{a^2+16}{a-4} - \frac{8a}{a-4} = \frac{a^2-8a+16}{a-4} = \frac{(a-4)^2}{a-4} = a - 4 \text{ (при } a \neq 4\text{).}$$

Відповідь: Б.

014.04 *Середня освіта* (освітня програма: *Математика. Інформатика*) – педагогічна спеціальність, випускники якої можуть працювати вчителями математики та інформатики.

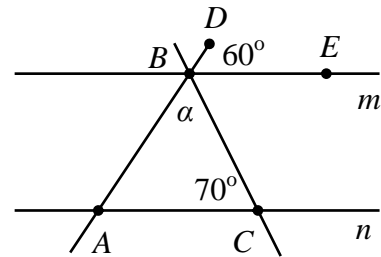
Вчитель – не просто професія, це місія. Тому у нашому суспільстві завжди шануються педагоги, які є професіоналами у своїй роботі, що намагаються передати учням цінні знання та виховати справжніх патріотів.

8. $\angle CBE = \angle BCA = 70^\circ$ (як внутрішні різносторонні – див. рис.). Оскільки $\angle ABD = 180^\circ$ (як розгорнутий), то

$$\alpha + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ;$$

$$\alpha = 50^\circ.$$

Відповідь: Б.



9.
$$\sqrt{6 - 4x} = 4;$$

$$6 - 4x = 16;$$

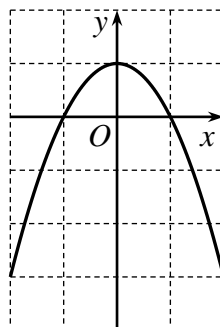
$$x = -2,5 \in [-3; -1).$$

Відповідь: А.

10. Через точку A , яка належить площині α , можна провести пряму, перпендикулярну до площини α , та площину, перпендикулярну до площини α . Площину, паралельну до площини α , провести через точку A не можна.

Відповідь: Г.

11.



Відповідь: Д.

12. $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 - 1 = 0.$

Відповідь: Б.

13. Оскільки $a_5 = a_4 + 3$, то $d = 3$ – різниця прогресії. Отже,

$$a_{10} = a_1 + 9d = -4 + 9 \cdot 3 = 23.$$

Відповідь: Д.

14. $\log_2 8 < \log_2 9 < \log_2 16;$

$$3 < \log_2 9 < 4.$$

Відповідь: Г.

111 *Математика* – класична спеціальність, випускники якої можуть працювати у наукових та вищих навчальних закладах, науково-дослідних центрах.

Навчаючись на цій спеціальності Ви отримаєте фундаментальну підготовку в галузі математики та поглиблені знання з інформатики, навчитесь розробляти математичні та комп'ютерні моделі різноманітних фізичних, економічних та ін. процесів.

15. $\log_2 x < b;$

$$0 < x < 2^b.$$

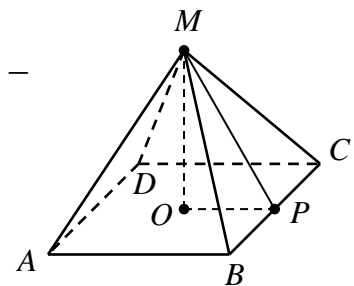
Відповідь: А.

16. Нехай $MABCD$ – задана піраміда, MO – її висота, MP – апофема (див. рис.). Тоді

$$AB = \frac{72}{4} = 18 \text{ см (основа піраміди – квадрат);}$$

$$OP = \frac{AB}{2} = 9 \text{ см (} O \text{ – центр квадрата, } OP \perp BC);$$

$$MO = \sqrt{MP^2 - OP^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ см (за т. Піфагора).}$$



Відповідь: Г.

17. $(x^2 + 64)(x - 5) > 0.$

Оскільки $x^2 + 64 > 0$, то задана нерівність рівносильна такій:

$$x - 5 > 0;$$

$$x > 5.$$

Відповідь: А.

18. $|a - 2| = \begin{cases} a - 2, \text{ якщо } a \geq 2, \\ -(a - 2), \text{ якщо } a < 2. \end{cases}$ Отже, якщо $a < 2$, то

$$1 + |a - 2| = 1 - (a - 2) = 3 - a.$$

Відповідь: Д.

19. З умови задачі випливає, що

$$(h - AB)^2 + \left(\frac{MN}{2}\right)^2 < R^2, \text{ де } R - \text{радіус півкола};$$

$$(h - 2)^2 + \left(\frac{2,4}{2}\right)^2 < 2^2;$$

$$(h - 2)^2 < 2,56;$$

$$h - 2 < 1,6;$$

$$h < 3,6.$$

Відповідь: Г.

20. $y = \sin x - \cos x + 1;$

$$y' = \cos x + \sin x.$$

Відповідь: Д.

112 *Статистика* – спеціальність, на якій готують студентів досліджувати фізичні, суспільні, економічні процеси математичними методами.

Статистика в усьому світі відноситься до так званих системно-аналітичних спеціальностей, є аналітичною і універсальною за своїм змістом і призначенням. Аналітики потрібні практично в кожній компанії, де потрібно оперувати великими масивами даних, здійснювати систематизацію та прогнозування. У XXI столітті такі фахівці будуть найбільш затребуваними на ринку праці.

21.

Відповідь: 1 – А, 2 – Д, 3 – Г, 4 – В.

22.

Відповідь: 1 – В, 2 – А, 3 – Г, 4 – Б.

23.

Відповідь: 1 – В, 2 – Г, 3 – Б, 4 – Д.

24.

Відповідь: 1 – В, 2 – Б, 3 – А, 4 – Г.

25.1. Нехай Андрій уніс до платіжного терміналу x грн. Складемо пропорцію

$$x \text{ грн} \quad - \quad 100\%;$$

$$2,40 \text{ грн} \quad - \quad 3\%.$$

Отже,

$$x = \frac{2,40 \cdot 100}{3} = 80 \text{ грн.}$$

Відповідь: 80.

25.2. Оскільки рахунок телефону поповнено на $80 - 2,40 = 77,60$ грн, то Андрію буде нараховано

$$x = \left[\frac{77,60}{5} \right] \cdot 8 = 15 \cdot 8 = 120 \text{ бонусів.}$$

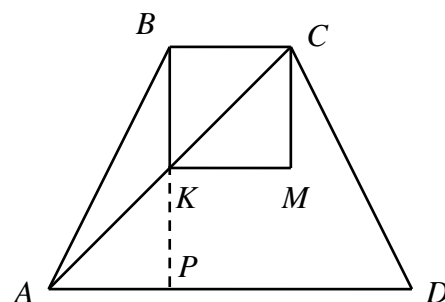
Відповідь: 120.

26.1. Оскільки

$$BC = \sqrt{18} \text{ см; } KC = BC \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6 \text{ см, то}$$

$$AC = 2 \cdot KC = 12 \text{ см.}$$

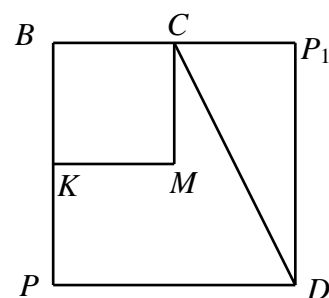
Відповідь: 12.



26.2. Якщо за лінією BK від трапеції відрізати прямокутний трикутник APB та перемістити його до бічної сторони CD (див. рис.), то отримаємо квадрат PBP_1D , рівновеликий до трапеції $ABCD$. Оскільки сторона квадрата PBP_1D у два рази більша за сторону квадрата $BCKM$, то

$$S_{ABCD} = S_{PBP_1D} = 4 \cdot S_{BCKM} = 4 \cdot 18 = 72 \text{ см}^2$$

Відповідь: 72.



113 *Прикладна математика* (освітні програми: *Прикладна математика, Прикладна інформатика*) – виробнича спеціальність, навчання на якій передбачає підготовку фахівців з програмування та ІТ.

Випускники цієї спеціальності найбільш затребувані на ринку праці, заробітна плата яких значно перевищує середню по регіону. Цьому сприяє постійне оновлення навчальних програм, завдяки чому студенти вивчають сучасні мови програмування, комп'ютерні технології, оптимальні методи розв'язання практичних задач.

27. Область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{56-4x}}$ знаходимо з нерівності

$$56 - 4x > 0;$$

$$x < 14.$$

Отже, 13 – найбільше двоцифрове число, що належить області визначення функції.

Відповідь: 13.

28. Нехай автомобіль був у дорозі x год, тоді автобус – $x + 0,5$ год. Отже, швидкість автомобіля $\frac{150}{x}$ км/год, а автобуса – $\frac{150}{x+0,5}$ км/год. За умовою задачі

$$\frac{150}{x} = \frac{150}{x+0,5} \cdot 1,2;$$

$$x = 2,5 \text{ год.}$$

Відповідь: 2,5.

29. Ймовірність навмання витягнути з торбинки цукерку з молочного шоколаду рівна $\frac{3}{3+m}$. За умовою задачі

$$\frac{3}{3+m} < \frac{1}{4},$$

$$m > 9.$$

Отже, 10 – найменше значення, яке може набувати m .

Відповідь: 10.

30. Якщо точка B має абсцису x , то вектор \overrightarrow{AB} можна задати

$$\overrightarrow{AB}(x + 2; 2x).$$

Оскільки вектори \overrightarrow{AB} та \vec{a} перпендикулярні, то їхній скалярний добуток рівний 0:

$$(x + 2) \cdot 4 + 2x \cdot 3 = 0;$$

$$x = -0,8.$$

Відповідь: $-0,8$.

31.1. Якщо $x = 0$, то $f(0) = 9$ і графік функції $f(x)$ перетикає вісь y у точці $(0; 9)$.

Якщо $y = 0$, то

$$x^2 - 6x + 9 = 0;$$

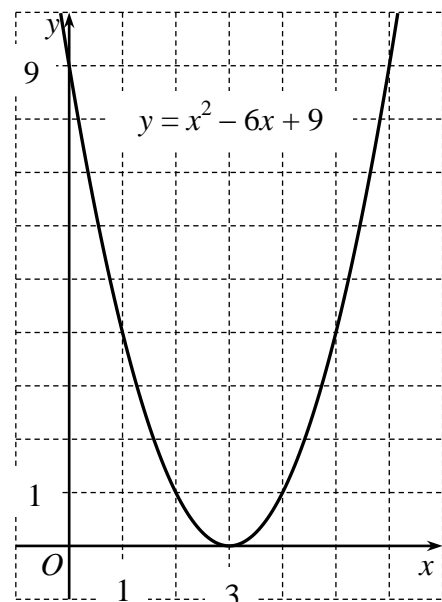
$$x = 3,$$

тобто вісь x графік перетинає у точці $(3; 0)$.

124 Системний аналіз – спеціальність, яка передбачає підготовку фахівців із комп'ютерного моделювання у сфері бізнес-інформатики та управління у різних галузях народного господарства.

Системний аналітик – одна з новітніх професій, що базується на ІТ-технологіях та математичному моделюванні. Системний аналітик завдяки своїй універсальній підготовці здатен вирішувати проблеми і завдання високого рівня складності в багатьох сферах діяльності людини.

31.2. Оскільки $f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, то графіком функції $f(x)$ є парабола, вершина якої знаходиться у точці $(3; 0)$.



$$31.3. F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 9x + C;$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x + C.$$

$$31.4. S = \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 =$$

$$= \left(\frac{3^3}{3} - 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 \right) - \left(\frac{0^3}{3} - 3 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 \right) = 9.$$

Студенти математичного факультету

- займаються науковими дослідженнями під керівництвом досвідчених вчених;
- приймають участь у різноманітних конкурсах інноваційних ідей, олімпіадах та літніх школах;
- розвивають творчі здібності при організації днів Піфагора та першокурсника, різноманітних творчих вечорів;
- досліджують визначні місця у багаточисленних екскурсіях, у тому числі і закордонних;
- приймають участь у різноманітних спортивних заходах та турнірах.

32. Нехай $ABCA_1B_1C_1$ – задана призма. Оскільки точка K – середина сторони BC рівностороннього трикутника ABC , то AK – і медіана, і висота. Оскільки площини (ABC) та (BB_1C_1C) перпендикулярні, то AK – відстань від точки A до грані BB_1C_1C , тобто $AK = d$.

У рівносторонньому трикутнику ABC висоту d та сторону a пов'язує формула $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, отже, $a = \frac{2d}{\sqrt{3}}$. Площа рівностороннього трикутника знаходиться за

формулою $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, тобто $S_{ABC} = \frac{\left(\frac{2d}{\sqrt{3}}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{d^2}{\sqrt{3}}$.

За т. про три перпендикуляри $B_1K \perp AK$. Оскільки $BK \perp AK$, то кут B_1KB – лінійний кут двогранного кута, утвореного площинками (AKB_1) та (ABC) , тобто $\angle B_1KB = \alpha$. З трикутника B_1BK ($\angle B = 90^\circ$) $B_1B = BK \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

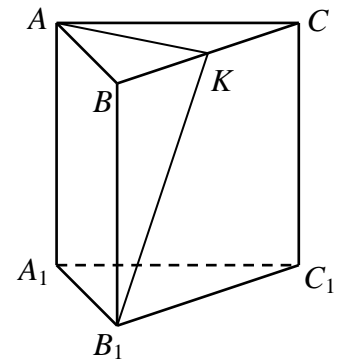
Отже, $V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{ABC} \cdot B_1B = \frac{d^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{d^3}{3} \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

$$33. \begin{cases} |x - y| = |x - a|, \\ \lg(y - a) = \lg(4a^2 + x - x^2). \end{cases}$$

Розглянемо два випадки:

а) $x - y = x - a;$

$y = a$ – не задовольняє область допустимих значень другого рівняння системи;



$$\begin{aligned} \text{б)} \quad x - y &= -(x - a); \\ y &= 2x - a. \end{aligned}$$

Підставимо у друге рівняння системи:

$$\begin{aligned} \lg(2x - a - a) &= \lg(4a^2 + x - x^2); \\ \begin{cases} 2x - 2a = 4a^2 + x - x^2, \\ 2x - 2a > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + x - 2a \cdot (1 + 2a) = 0, \\ x - a > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

За теоремою, оберненою до теореми Вієта:

$$x_1 = 2a; \quad x_2 = -1 - 2a.$$

$$\text{б}_1) \quad \begin{cases} x = 2a, \\ x - a > 0; \\ a > 0. \end{cases}$$

Отже, при $a > 0$ початкова система рівнянь має розв'язок $\begin{cases} x = 2a, \\ y = 3a. \end{cases}$

$$\text{б}_2) \quad \begin{cases} x = -1 - 2a, \\ x - a > 0; \\ a < -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Отже, при $a < -\frac{1}{3}$ початкова система рівнянь має розв'язок $\begin{cases} x = -1 - 2a, \\ y = -2 - 5a. \end{cases}$

Відповідь:

$$(-1 - 2a; -2 - 5a), \text{ якщо } a \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right);$$

$$\text{нема розв'язків, якщо } a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right];$$

$$(2a; 3a), \text{ якщо } a \in (0; +\infty).$$

Сертифікати ЗНО, необхідні для вступу:

- українська мова та література;
- математика;
- дисципліна за вибором: іноземна мова або фізика.

тел.: +38 (0312) 64 27 25

e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua

Будемо раді бачити Вас студентами математичного факультету!